Die geometrischen Vorstellungen in der Astronomie

Versuch
einer Charakteristik des Wahrheitsgehaltes
astronomisch-mathematischer Aussagen

von
Dr. WILHELM KAISER

Verlag von Rudolf Geering / Basel

Digitized by the Internet Archive
in 2026 with funding from
University of Toronto

https://archive.org/details/diegeometrischen00kais

Alle Rechte, inbesondere das Übersetzungsrecht, vorbehalten.
Copyright 1928 by Rudolf Geering, Basel.

Dieses Buch sei gewidmet allen Werktätigen und Opfermutigen im Dienste der Menschenveredlung und der notwendigen Grundlagen des Lebens, insbesondere meiner treuen Mutter.

Geleitwort.

Dies Buch wendet sich an jeden Gebildeten unserer Zeiten, der zu einem gesunden Urteil bezüglich des Wahrheitsgehaltes der Aussagen der neueren Astronomie über den Bau des Weltenalls kommen möchte. Der Inhalt ist so aufgebaut, daß durchschaut werden kann, wie solche Aussagen zustande kommen; es muß also von Grund auf mitgearbeitet werden von seiten des Lesers; es werden keine fertigen Rechnungsresultate auf Autorität hin übermittelt. (Das betrifft nicht die mitgeteilten Beobachtungsdaten, die bekannten Quellen entnommen wurden, und für deren Treuheit jene Quellen selbst verantwortlich sind.)

Es muß vor allem philosophisch Gebildete, dann auch Physiker, Biologen u. a. interessieren, wie die Aussagen der theoretischen Astronomie zustande kommen, weil diese Aussagen in gewissem Sinne das allumfassende räumliche Weltbild gestalten; und in das so gebildete Anschauungsgerüst wird ja dann aller übrige Weltanschauungsinhalt sozusagen hineingebaut, werden Urteile gefällt über die Stellung des Lebendigen und des Menschen im Kosmos, über die Erdentwickelung usw.

Wenn nun durchschaut wird, wie diese Aussagen der Astronomie zustande kommen, so könnte das den Naturphilosophen zum Bewußtsein bringen, daß es nicht angeht, physikalische und chemische, und überhaupt räumliche Anschauungen, die im physisch-irdischen Felde ihre Berechtigung haben mögen, einfach auf die Sternenwelt nach Analogie zu übertragen. Aus solchen Übertragungen gehen dann als Endprodukte die Kant-Laplacesche Theorie und ihre neueren Variationen, die Nebularhypothese usw. hervor, die die ungetrübte Auffassung der Dinge oft gerade in solchen Kreisen verhindern, die nicht jene spezielle mathematische Durchdringungsfähigkeit haben, daß sie die wahre Natur der Impulse erkennen könnten, die der Gestaltung der erwähnten mechanistischen Weltbilder zugrunde liegen. Solchen Kreisen, wie eben den Biologen, Medizinern, Anthropologen, welche die Stellung der Erde, des Lebendigen, und des Menschen im Weltenall in ihrer Urteilsbildung zu berücksichtigen haben, möchte dies Buch eine Hilfe sein, insofern es den Wahrheitsgehalt der mathematisch-astronomischen Aussagen zu beleuchten versucht. Indem die Bildnatur solcher Aussagen bezüglich der räumlichen Konstitution des Kosmos bis dahin vielfach nicht beachtet wurde, glaubten sich die Erforscher des Lebendigen in ein Weltall gestellt, in dem ihnen die Erde wie ein im wesentlichen totes Stäubchen unter Millionen andern erschien; der Ursprung des Lebens blieb in Dunkel gehüllt, und schließlich nisteten sich solche Theorien ein, wie die von der Übertragung lebendiger Keime von einem materiell vorgestellten Gestirn zum andern und zur Erde. Indem dies Buch darzulegen versucht, daß die neueren astronomischen Weltbilder auf mathematischer Basis, sofern sie über die Beschreibung der Phänomene, die man am besten auf Kugelflächen repräsentativ halten kann, hinausgehen, einen reinen Vorstellungscharakter haben, wird die Bahn frei gemacht für eine unvoreingenommene Betrachtungsart. Und es kann sich dann einem offenbaren wie ein lauterer Quell jene von Dr. Rudolf Steiner begründete geisteswissenschaftliche Kosmologie, welche uns den ganzen Kosmos als einen O r g a n i s m u s verstehen lernt — denn nur in einem solchen, nicht in einem Mechanismus oder in einem sonstigen bloßen abstrakten beziehungslosen räumlichen Nebeneinander kann alles Lebendige und die Menschenwelt ihren Ursprung haben. Zu solch erhabenen Einsichten möchten wir einen Weg bahnen helfen. Wir gedenken schließlich auch der Lehrerschaft aller Bildungsstufen, die Astronomie ihres Weltanschauungsgehaltes wegen pflegt, und oft die astronomischen Lehren im Unterrichte verwertet. Es ist ja vor der reinen, unbefleckten Kindes-

seele nicht zu verantworten, wie sie da oft autoritativ übermittelt bekommt ein Weltanschauungsbild, zusammengesetzt aus spärlichen Hinweisen auf die Phänomene und sehr unverdaulichen Theorien, die des Kindes ganze Einstellung zur Wirklichkeit trüben. Da wird dem Kinde vorgeredet vom kopernikanischen System, von den Entfernungen der Sterne, die wie materielle Körper beschrieben werden; hätte aber der Lehrende sich vorerst erkenntnismäßig informiert, wie jene Zahlen und Daten, die er dem Zögling auf Autorität hin übermittelt, im mathematischen Gestaltungsprozesse zustande kommen, dann würde er selbst zu anderer Anschauung kommen und dem heranwachsenden Geschlechte gegenüber nur einen absolut gesunden, von keinen undurchsichtigen Theorien getrübten Phänomenalismus vertreten. — Was ja die Schule in dieser Hinsicht sündigt, findet dann seine Fortsetzung in populären Büchern und Vorträgen, wo man mit dem physischen Leib eine gedachte Reise durch die Sternenwelt anstellt — und mit großen Zahlen von Lichtjahren, Entfernungen u. a. nur so um sich wirft. Das Interesse der Menschen wird da völlig abgelenkt von den wahren Seinshintergründen der Welt, die geistiger Natur sind, wie sie Dr. Rudolf Steiner in seinem Schrifttum beschrieben hat — zugunsten eingebildeter Theorien, die in einer Vermaterialisierung mathematischer Vorstellungsprozesse ihren letztlichen Ursprung haben. — Ich hoffe, daß die Erziehungspersönlichkeiten in vorliegendem Buche ein Anschauungsmaterial finden, das über die Natur jener Vorstellungsprozesse Aufklärung verschaffen kann, und daß auch die Studierenden der mathematischen Wissenschaften an unseren Hochschulen an den Figuren eine Hilfe haben werden.

Um die Seelenstimmung zu kennzeichnen, welche das Entstehen der vorliegenden Arbeit begleitete, möchte ich folgende Worte hier anführen, die Rudolf Steiner in seinem Buche «Die Philosophie der Freiheit» geprägt hat und welche auf jeden befeuernd wirken können:

„Nur das Wissen befriedigt uns, das keiner äußeren Norm sich unterwirft, sondern aus dem Innenleben der Persönlichkeit entspringt."

„Wir wollen auch kein Wissen, das in eingefrornen Schulregeln sich ein für allemal ausgestaltet hat und in für alle Zeit gültigen Kompendien aufbewahrt ist. Wir halten uns jeder für berechtigt, von seinen nächsten Erfahrungen, von seinen unmittelbaren Erlebnissen auszugehen und von da aus zur Erkenntnis des ganzen Universums aufzusteigen. Wir erstreben ein sicheres Wissen, aber jeder auf seine eigene Art."

In diesem Sinne möchte das vorliegende Buch dem Leser Gelegenheit geben zu denkerischer Betätigung in Freiheitsluft; denn nicht sollen vor ihn hingestellt werden gegebene fertige Daten, die dann wie Fremdkörper dem Seelenleben sich nicht organisch einfügen können, sondern es wäre meine größte Befriedigung, wenn ich dem Leser die Empfindung wachrufen könnte, daß er beim Durchdenken des hier in seinen Elementen dargebotenen Stoffes diesen in freier Weise mitgestalten helfen kann zu einem ideellen Bau, den er dann seinen eigenen nennen darf. Die variablen Formen der Figuren dieses Buches zeigen ja, daß hier der Mensch in der Tat ein Gebiet freiheitlichen Gestalten-Könnens vor sich hat, das jeder in seiner Art ausbauen kann, wobei er sich aber als erwachter Mensch bewußt bleiben muß, daß er in der Sphäre reinen Bild-Denkens webt. Das Wesentliche der vorliegenden Arbeit liegt demnach im Aufbau der sich selbst tragenden und gegenseitig stützenden mathematischen Gedanken, für welche die Figuren die leicht überschaubaren Ausdrucksmittel sind. Die Zahlen und Beobachtungsdaten, die wir der zirkulierenden astronomischen Literatur entnommen haben, um das sonst abstrakte mathematische Grundgerüst lebensvoll durch Einzelbeispiele zu erläutern, mögen ungenau oder unvollständig sein. Aber das tut dem Zweck des Buches wenig Abbruch. Das Wesentliche ist vielmehr, daß die prinzipiellen mathematischen Gedankengänge als solche hier dargestellt werden, und daß der Leser bei ihrem Durchdenken in völliger Bewußtseinsklarheit und in innerer Aktivität zum Erstarken seines tiefsten, ewigen Wesenskernes selbst beiträgt. Vielleicht darf ja als würdigstes Ziel mathematischer Betätigung dieses genannt werden: Ausbildung des Freiheitsbewußtseins und des Sich-Erfühlens als schöpferische Geistwesenheit, zunächst auf Gebieten des von der Willensnatur des Menschen durchtränkten mathematischen Schaffens, dann auch im bewußten Ausgestalten seiner sittlichen Ideale. In unserer Zeit besteht ja das Bestreben, den Menschen auf allen Gebieten des Wirtschaftens und des gesellschaftlichen Lebens in Schablonen hineinzuzwängen, die gewissen Gruppen Vorteile verschaffen. Aber auch auf dem Gebiete des Geisteslebens gibt

es nach Autorität strebende Mächte, welche versuchen, die Menschenseelen so zu bearbeiten, daß sie in sich dieselben schablonenhaft-materialistischen Vorstellungen vom inneren Gefüge des Kosmos ausbilden. Solchen Suggestionen gegenüber ist nur jener geschützt, der in innerer Arbeit den Wahrheitsgehalt mathematischer Begriffsbildungen auf dem Gebiete der theoretischen Astronomie durchschauen gelernt hat. Dadurch auch hält er sich den Weg frei, der ihn hinführen kann zu einer geistgemäßen Erfassung des Weltganzen im Sinne der Anthroposophie, wie sie von dem verstorbenen Weisheitslehrer Dr. Rudolf Steiner in unserem Jahrhundert vertreten wurde.

Subingen (bei Solothurn), im März 1928.

Dr. Wilhelm Kaiser.

Mit dankender Gesinnung möchte ich an dieser Stelle noch gedenken des Verlegers dieses Buches, Herrn Rudolf Geering, durch dessen Umsicht und Opferwillen die Drucklegung und Ausstattung eines solchen Werkes wie des vorliegenden ermöglicht wurde.

Erkenntnistheoretische und geisteswissenschaftliche Vorbetrachtungen.

In der Erfahrungswelt sind Körper von bestimmter Größe und Lage, es sind Bewegungen und „Kräfte, ferner die Phänomene des Lichtes, der Farben, der Wärme, der Elektrizität, des Lebens usw. vorhanden. Darüber, daß die Größe, die Wärme, die Farbe usw. an einer Materie haften, sagt die Erfahrung nichts aus. Aufzufinden ist die Materie innerhalb der Erfahrungswelt nirgends. Wer Materie denken will, der muß sie zu der Erfahrung hinzudenken."

„Unsere Organisation vermittelt die Empfindung, und diese Vermittlungswege sind subjektiv; die Empfindung selbst aber ist es nicht."

„Jede Theorie der Natur, die prinzipiell ü b e r das Gebiet der wahrgenommenen Welt hinausgeht", ist „als unmöglich abzulehnen und lediglich in der Sinnenwelt das einzige Objekt der Naturwissenschaft zu suchen".

„Der R a u m ist also die Ansicht von Dingen, eine Art, wie unser Geist sie in eine Einheit zusammenfaßt." Der Raum ist „nichts anderes, als eine in den Dingen liegende Notwendigkeit, ihre Besonderheit in ganz äußerlicher Weise, ohne auf ihre Wesenheit einzugehen, zu überwinden, und sie in eine Einheit, schon als solche äußerliche, zu vereinigen. Der Raum ist also eine Art, die Welt als eine Einheit zu erfassen. D e r R a u m i s t e i n e I d e e. Nicht, wie Kant glaubte, eine Anschauung".

[R u d o l f S t e i n e r in «Goethes naturwissenschaftliche Schriften». Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum. Dornach. 1926.]

Wenn man als Denker Urteile prägt und der Welt überliefert, so möchte man in solche Urteile nichts von einseitigen, subjektiven Meinungen einfließen lassen, auch nicht die bloßen Tagesmeinungen der Wissenschaft, sondern man sucht im tiefsten Innern den Anschluß an die wirkliche, im Leben der Menschheit fließende Wahrheitsströmung. Im Suchen nach dieser Strömung stieß ich auf die erkenntnistheoretischen Schriften des oft so sehr verkannten verstorbenen geistigen Forschers Dr. Rudolf Steiner. Der unbefangene Beurteiler wird in diesen Schriften die Strömungen des Wahrhaftigen erkennen; sie können ihm wegweisend voranleuchten bei allem menschlichen Streben, bei aller Arbeit im Dienste der Forschung. An der von Rudolf Steiner in so weltumfassender Art zu neuem Leben erweckten geistigen Forschung in voller Selbstverantwortlichkeit teilzunehmen — das liegt im Möglichkeitsbereiche jedes mutigen Denkers.

Im Sinne der oben zitierten Leitsätze müssen wir sagen: Es war das Streben der neueren Naturwissenschaft, aus isoliert g e d a c h t e n toten Atomen oder „Energiezentren" und ihrem vorgestellten Zusammenspiel den lebendigen Reichtum der Erscheinungswelt abzuleiten; und es war insbesondere das Bestreben der Astronomie, in den Lichtern des Sternenhimmels nichts anderes als große Weltenatome, leblose, stoffliche Kugeln zu sehen. Das, was in diesem Sinne als das moderne astronomische Weltbild in wissenschaftlichen und populären Schriften verbreitet wird, ist nichts anderes als die Beschreibung eines ausgedachten atomistischen Gefüges, das mit dem Anspruch, die Wahrheit wiederzuspiegeln, auftritt. Man hat keinen Begriff von immateriellen Schaffensmächten und findet es sehr bequem, das ganze Weltall unter dem mathematisch ausgearbeiteten Bilde eines Mechanismus zwischen toten Stoffpunkten vorzustellen.

Auf zweierlei müssen wir nun näher eingehen: auf die Stoff-Vorstellungen und dann auf das Raumbild.

a) **Vorstellung eines atomistisch-geistlos konstituierten Stoffes hinter den Erscheinungen.** Man sehe hin auf das Himmelsblau: man kann nicht sagen, es sei auf einer tastbaren Leinwand gemalt, oder die Luft sei blau, oder der Staub in der Luft. Man wird vielmehr dieses Blau im Goetheschen Sinne nehmen müssen als eine eigene Qualität, die in Erscheinung tritt, wenn zusammenwirken die reale Finsterniskraft des Weltraumes und die Sonnen-Lichtkräfte. Licht, Schatten, Farbe sind wesensverschieden von t a s t b a r e r Form. Rein erscheinungsgemäß genommen, dürfen wir nicht die Qualitäten «Schwere», «Gewicht», «Druck» mit den Farbenqualitäten und der Fähigkeit, Licht zu reflektieren, absorbieren oder durchzulassen, in falsche Gedankenverbindungen bringen: Denn wir kennen ja die Tatsachen der durchsichtigen Gläser, Kristalle, Flüssigkeiten, Gase (Lufthülle der Erde): das alles weist uns darauf hin, daß die Verbreitung der erhellenden K r ä f t e d e s L i c h t e s ein Tatbestand für sich ist, und daß da, wo Farben, Schatten entstehen, nicht die substanzielle Zustands f o r m als solche dies bewirkt, sondern reale F i n s t e r n i s k r ä f t e, die mit den Lichtkräften im Sinne Goethes in Kampf treten, sei es nun bei der Entstehung von Körperfarben oder des Himmelsblau. Die uns in Formen-Farben-Schattierungen erscheinenden Planetenscheiben und Monde sind sichtbare Konfigurationen kosmischer Form-Kräfte, welche Sonnenlicht reflektieren. Der unsichtbare Neumond, der das Licht der Sonne abschirmen kann, birgt reale Finsterniskraft.

Was nun die Licht- und Wärmeerscheinungen im besondern anbelangt, so weiß ja jeder, daß die Ausbreitung dieser Licht- und Wärme-Energien keineswegs an die Zustandsformen des Festen, Flüssigen oder Gasförmigen gebunden ist, sondern auch durch den sogenannten leeren Raum hindurch erfolgen kann. Man könnte sich nun ernsthaft fragen: Gut, wenn die Fortpflanzung dieser Energien nichts mit einer der genannten Zustandsformen und nichts mit der irdischen Schwere zu tun hat, was soll denn die u r s p r ü n g l i c h e Erschaffung dieser Kräfteformen mit einer der Schwere unterworfenen, in Druckwirkungen sich äußernden Qualität zu tun haben? Die heutige Physik, die den Tag beherrscht, geht nicht auf solche Vorstellungen ein, sondern sie denkt nach dem Prinzip der „Schwere": Sie redet von atomistisch konstituierten Licht- und Wärmequellen, oder vom Tanz der Elektronen, jedenfalls von «Energiezentren», die durch die undefinierbare Gravitationskraft oder durch Coulombsche elektrische Fernekräfte aneinander gebunden seien, also gegenseitige «Schwere» hätten — und die zugleich im Gravitationsfelde der Erde oder eines andern atomistisch konstituiert gedachten Himmelskörpers seien —. Entgegen solchen Theorien wollen wir uns wiederum rein den Erscheinungen hingeben und fragen: Ist wirklich jede Lichtquelle dem «Schwere-Felde» der Erde angehörig, wie es die verbrennlichen Substanzen, Glühwürmer, Radium usw. sind? Und da brauchen wir eigentlich nur mit gesundem, ungetrübtem Lebensblick auf unsere Sonne und die Fixsterne hinzusehen, die in einem anschaubaren Sinne der irdischen Schwere entrückt sind, weil sie sich nicht gebunden an die Lage irdischer Orte darstellen. In ihnen müssen wir eigentlich ganz u r s p r ü n g l i c h e Lichtquellen sehen; denn wenn wir Holz verbrennen und es entsteht ein Leuchten, so kann diese Leuchtkraft doch nur deshalb von dem irdischen Objekte ausgehen, weil die das Holz liefernde Pflanze die Sonnenkräfte während ihres Wachstums in sich aufgesogen hat. Und ähnlich ist es mit anderen chemischen Substanzen, bei deren Umwandlung ein Leuchten auftritt: diese Substanzen sind ja auch nur geworden im Laufe langer geologischer Epochen, da die Sonne ihre Kräfte der Erde spendete; in ihnen schlummert solche Sonnenkraft, die sich entfalten kann in Verbindung mit jener des Sauerstoffes.

So wie unser menschlicher Leib, während er lebt und wir in ihm, von den Prinzipien des Lebens, des Seelischen und des Geistigen durchdrungen ist, beim Tode aber von ihnen verlassen wird und dann in Staub und Asche zerfällt, so können zusammenwirkend z. B. Holz, + Sauerstoff, indem sie von den Wärme- und Lichtkräften innerlich durchdrungen sind, solche auch spenden, die aber ursprünglich aus nicht-eigentlich toten Regionen entstammen. Die Vorgänge der Verbrennung oder des Radiozerfalles als die ursprünglichen, auch auf der Sonne tätigen, zu erklären, heißt eigentlich in Gedanken die Welt auf den Kopf stellen, das Ende zum Anfang machen wollen; aber das ist ja „denkökonomisch". Um zu einer klaren Erfassung jener Erscheinungen zu kommen, die wir «Gestirne» nennen, müssen wir folgende Betrachtungen hier einfügen.

Was wir s e h e n, sind Farben, Schattierungen oder verschiedene Graustufen; die Zustands-

formen des Festen, Flüssigen, Gasförmigen dagegen erleben wir in ihren Eigentümlichkeiten nicht sehend, sondern durch den Tastsinn, der sich auch im Innern unserer leiblichen Organisation ausbreitet: wir spüren unsere Knochen, die flüssige Nahrung, die Luft, die wir atmen; auch die Wärme erleben wir in ihrer Eigenheit nur durch den Wärmesinn.

Was wir das Leuchten eines „Stoffes" nennen, müssen wir sehr genau scheiden von dem, was wir als die Druckwirkung dieses „Stoffes" auf eine Unterlage kennen, kurz, was wir sein Gewicht nennen: rein erscheinungsgemäß ist kein atomistisch gearteter „Stoff" da, sondern D r u c k - K r a f t. Von dieser Kraft aber ist jene andere, welche das Leuchten bewirkt, nämlich die e r h e l l e n d e K r a f t, etwas wesensgemäß total-Verschiedenes, gerade so verschieden wie Ton und Geruch. Nicht ein „Stoff" leuchtet in einer elektrischen Glühbirne oder in einer Gasflamme, sondern eigentliche Lichtkräfte.

Man spricht von dem Lichte verschiedener chemischer Substanzen, die man spektralanalytisch untersucht. Man beachte: das Gewicht, d. h. die Summe der Druckkräfte, welche die an einem chemischen Prozesse beteiligten und hervorgehenden „Stoffe" ausüben, bleibt erhalten, auch wenn die in Asche usw. umgewandelten „Stoffe" ihr Leuchten verloren haben. Nur mit „durchsonnter" Substanz sind latente Lichtkräfte verknüpft, die aber völlig unvergleichbar sind mit Druckwirkungen oder Bewegungszuständen eines gedachten atomistischen Substrates, sondern die u r e i g e n e Q u a l i t ä t e n sind.

Die moderne materialistische Physik und Physiologie versuchen es, diesen logisch klaren Tatbestand wirklich zu verdunkeln, wörtlich und bildlich. Man versucht, das Leuchtende aus einem wesenhaft-nicht-Leuchtenden, nämlich auf die vorgestellten Bewegungen gedachter atomistischer Teilchen der Lichtquellen zurückzuführen — in neuerer Zeit denkt man sich unter diesen Teilchen reine „Energiezentren", kreisende und springende, gegenseitig gravitierende „Elektronen"; aber das ändert im Prinzip an der hier in Frage kommenden Sache nichts; das Wesentliche dieser Sache besteht eben darin, daß man aus rein mathematisch-geometrischen Merkmalen, wie Lage, Zahl, Bewegung, Punktform usw., die Welt der Erscheinungen hervorzaubern will, indem man sagt: indem die Atome oder Elektronen einer Lichtquelle ihre Kreisungen, Schwingungen, Sprünge machen, entsteht eine Wellenbewegung im „Äther" (das ist auch ein bloßes Gedankending für die Physiker) oder eine in geometrischen Bildern vorstellbare „Energieströmung"; diese wirkt nun, indem sie sich durch den Raum fortpflanzt, auf unser Auge, und dann wird durch eine völlig unbegreifliche Umsetzung, Umwandlung dieser Energien, woran sich auch Nerven und Gehirn beteiligen sollen, das Ding als Farbe, Helligkeit empfunden. — Diese Theorie, die dann in der Folge stets noch die von Du-Bois-Reymond postulierten Erkenntnisgrenzen zu konservieren gezwungen ist, steht heute noch in allen Physik- und Physiologiebüchern und richtet Verwirrung im Erkenntnisleben an. Rudolf Steiner hat sie zwar in seinen erkenntnistheoretischen Schriften im Anschluß an das Goethestudium schon vor Jahrzehnten widerlegt; aber die theoretischen Physiker haben diese lichtvollen Schriften nicht zu ihrem Leitstern gewählt, sondern ihre dunklen Theorien fortgesponnen, im Zeichen der Schwere.

Unsererseits möchten wir diesen Theorien gegenüber bloß folgendes sagen: Es ist eine psychologisch nicht wegzuleugnende Tatsache, daß man sich mannigfache Bewegungen von Körpern, oder auch in rein geometrischen Bildern, hin und her schwingende „Energien" in einem d u n k l e n Raume vor sich gehend denken kann: z. B. Luftschwingungen, die mit der Tonempfindung verknüpft sind; die vorgestellte Raschheit der Schwingungen ändert nichts Wesentliches an den Merkmalen des Schwingungsprozesses selbst: da kommt kein Ton heraus, wenn nicht Töne als ursprüngliche Qualitäten schon im Weltensein latent enthalten sind; trotz der vorgestellten Millionen von Perioden pro Sekunde im Wechsel der Intensität irgendeines „Energievektors" bleibt es im Raume dunkel, wenn nicht etwas völlig Neues, Ureigenes in das Bewußtseinsfeld, in das Gesichtsfeld eingelassen wird: die e r h e l l e n d e K r a f t selbst, die im Kampfe mit der Dunkelheit die F a r b e n zur Erscheinung bringt. — Die dunkle atomistische oder energetische Theorie erklärt uns also die Helligkeit und Leuchtkraft nicht. Sie wirft uns nur Hemmnisse in den Weg, namentlich, wenn man nun daran geht, sie auf Sonne und Sterne anzuwenden, wie es die Astrophysiker von heute tun: sie sprechen von den Lichtern des Himmels als von glühenden Gasbällen, als von Geweben schwingender Elektronen — d. h. diese Himmelswesen werden unter

dem Bilde irdischer Substanz-Erscheinungsform, eben dem Gaszustand, vorgestellt, und es wird ihnen „Masse" zugeschrieben, und sei es auch nur die „energetische" Masse der gedachten Elektronen: kurz, diese Leuchte-Wesen des Himmels sollen als Leuchtewesen innerlich etwas sein, was nicht Leuchten ist: Wir lehnen solche unlogischen Gedankenbildungen ab und sehen in der Sonne und den Fixsternen (auch in sog. Nebeln) wesenhaft-wirkliche Leuchtkräfte tätig, die niemals unter dem Bilde einer davon grundsätzlich verschiedenen atomistischen oder energetischen Struktur elektrisch-magnetischer Kräfte vorgestellt werden dürfen, wenn man nicht das Feld der reinen Erscheinungen zugunsten eingebildeter Theorien verlassen will. Haben wir so die erhellenden Kräfte als ureigene Qualitäten erkannt, so haben wir es nicht nötig, von der „Masse" der Sonne und Sterne zu reden und Theorien über glühende Gasbälle auszuspinnen. Denn die Erwärmung der Erde wenn Sonnenstrahlung da ist, läßt sich zurückführen auf einen ganz anderen Tatbestand, nämlich auf das Vorhandensein einer wirklichen Wärmehülle der Erde, welche die Lufthülle umgibt und durchdringt und in einem täglichen und jährlichen Rhythmus — angeregt durch strahlende Sonnenkräfte — auf und ab wogt.

[Vgl. hierzu das Buch von Dr. Günther Wachsmuth: «Die ätherischen Bildekräfte in Kosmos, Erde und Mensch.» Der kommende Tag, A.-G., Stuttgart 1924, wo mit großer Klarheit dieses Problem und andere verwandte zur Sprache kommen.] — Was wir so im Vorangegangenen in Begriffsform schon beim Anblick irdischer Lichtquellen uns herauszuschälen bemühten, nämlich die Existenz wesenhafter, ureigener Leuchtekräfte, das tritt uns wie ein sichtbares Sinnbild beim Anblick der Sonne und der Sterne entgegen: wir sagen «Sinnbild»; denn das Leuchtewesen als solches, das nur inneren seelischen Kräften vergleichbar ist, wie wir sie als tätig erkennen bei unseren eigenen, begrifflich aufklärenden Gedankenbildungen, erblicken wir beim Anschauen der Sonne und Sterne nicht äußerlich; sondern was wir sehen ist das, was dieses Leuchtewesen bewirkt, wenn seine Kräfte gegen die Dunkelheit des Weltraumes und gegen die absorbierenden Kräfte der irdischen Lufthülle kämpfen: nämlich Farben sehen wir; das, was wir als die gelbliche oder rötliche Sonnenscheibe kennen, was wir an den Fixsternen als rötliche gelbliche, bläuliche Farbtöne wahrnehmen.

Und ebenso tritt uns im Himmelsblau als sichtbares Sinnbild etwas entgegen, was durch das bloße Dasein der Farbe als solcher in unserem Wahrnehmungsfelde uns hinweisen kann auf den Begriff einer nicht durch den Tastsinn wahrnehmbaren Ätherart; und wir werden zugleich hingewiesen auf das Urphänomen der Farbenbildung, in dem uns das tiefgründige Blau in der grandiosesten Form offenbart das Zusammenwirken der Lichteskräfte der Sonne mit den Finsteriskräften des Kosmos. [Näheres in bezug auf die Lehre von den Ätherarten findet man in dem oben angegebenen Buche, das durchaus auf den Hinweisen von Dr. Steiner fußt und die vorzüglichste Ergänzung zu allem hier Vorgebrachten bildet.]

Im vorhergehenden haben wir gesehen, daß wir nicht sagen dürfen, das, was wir als Farbenerscheinungen der Sonnenscheibe und Sternpunkte anschauen können, sei auch „jenseits" der irdischen Luft- und Wärmehülle in dieser Erscheinungsform vorhanden, mit irgendeiner atomistisch oder sonstwie energetisch konstituiert gedachten Materie als „Träger"; so etwas sind über das reine Erscheinungsfeld hinausgehende Gedankensprünge, die wir ablehnen müssen, weil sie nicht lebenswirklich sind.

Von der Sonne und den Sternen als Gasbällen zu reden, die der irdischen „Schwere" völlig entzogen sind, entspricht keiner lebenswahren Erscheinungswirklichkeit; denn das, was wir als den Gas- oder Luftzustand aus der Erfahrung in der Sinneswelt kennen, läßt sich nur in unserer näheren irdischen Umgebung vorfinden; und es gehört also zu den erfahrungsmäßigen Eigenschaften des Gaszustandes, der näheren Umgebung der Erde wesentlich anzugehören. — Man sagt: Eisendämpfe, Kohlenstoffgase, Wasserstoff usw. haben bestimmte Spektrallinien; gut, das sind Farbenkonfigurationen, erzeugt von Lichtkräften im Verein mit anderen Kräften, die dem Licht sich entgegenstellen beim Durchgange durch Linsen, Prismen, Gitter. Das, was wir „Substanz" so gemeinhin nennen, ist in Wahrheit eine bestimmte Kräftekonfiguration, die in Verbindung mit einer der Zustandsformen des Festen, Flüssigen oder Gasförmigen im irdischen Bereiche durch ihr spezifisches Gewicht, d. h. durch Druckkräfte und

ihre Maßeinheiten sich charakterisieren läßt; die daneben aber auch durch Geschmäcke, Gerüche sich offenbart, überhaupt durch eine Menge physikalischer und chemischer Eigenschaften (Wärmeleitfähigkeit, elektrische Leitfähigkeit usw.), deren Merkmale aber doch stets einem unserer Sinnesgebiete angehören; auch bestimmte, latente Lichtkräfte gehören zur inneren Konfiguration der „Substanz" — und wenn diese Kräfte bei Änderung der physikalischen Zustandsform oder bei einer chemischen Umwandlung der Substanz frei werden, so können sie sich unter Umständen in eigentümlichen Farbenerscheinungen äußern, die für die Anwesenheit der betreffenden Substanz charakteristisch sind. Das Wesentliche einer Substanz, insofern sie sich durch Lichtkräfte offenbart, liegt nicht in ihrer Verbindung mit einer der Zustandsformen des erstorbenen Irdischen, des Festen, Flüssigen oder Gasförmigen, sondern in ihrem Verhältnis zu den Sonnenkräften, die in bestimmter Art beim Aufbau der Substanz in sie hineinkonfiguriert sind (nebst anderen Kräften, die mit anderen kosmischen Objekten in Verbindung stehen). Was uns in den Spektren der Sonne, der Fixsterne, der Nebel, der Kometen als Eigentümlichkeit entgegentritt, sind Offenbarungen von Lichtkräften, welche die eine Seite substanziellen Seins verraten, das in solcher Form nicht an das eigentlich-Irdische gefesselt ist. — Wenn wir oben sagten, die Gegenstände des Himmels hätten nicht im eigentlichen Sinne jenes „Schwere"-Verhältnis zur Erde, wie z. B. die irdische Lufthülle, die Wolken, Nebel, die Gewässer; so könnten wir in einem genaueren Sinne dieses Verhältnis so charakterisieren, daß wir sagen: Wenn auch nicht ein eigentliches „Schwere"-Verhältnis hier vorliegt, so ist es doch eine Art Erden-Zugehörigkeit, weil die Gestirne ja nicht beliebig aus unserem irdischen Gesichtskreis verschwinden oder ein sonstiges „erdenentrücktes" Gaukelspiel aufführen, sondern seit Menschengedenken um diese Erde herumstehen — die Fixsterne sogar mit beinahe gegenseitig unveränderlichen Figuren, die Wandelgestirne mit einer an irdisch-starre Gesetzlichkeit mahnenden Art in regelmäßigen Perioden ihre Ortsstellungen in bezug auf die ersteren ändern. Das alles kann in einem rein äußeren Sinne ein Hinweis darauf sein, daß der ganze Himmel mit all seinen Objekten ein engeres Verhältnis zur Erde und ihrer Entwicklungsgeschichte haben muß, als man gemeinhin glaubt, ein Verhältnis, wie es, von der geistigen Seite aus betrachtet, Rudolf Steiner in seinem Buche «Die Geheimwissenschaft» aller Öffentlichkeit dargelegt hat.

Das Wesentliche des Atomismus ist, daß er nach räumlich vorgestellten Elementarquanten des substanziellen Seins sucht, und daß er sich diese letzten Einheiten tot, geistlos, ewig, unerschaffen denkt. Auch die Elektronentheorie ist solcher Atomismus, da auch die von ihr angenommenen kleinsten Energiezentren solche letzte, dauernde, räumliche und geistlose Einheiten darstellen. Diese geistlose Atomistik und Energetik überträgt man nun auf die Himmelskörper, und zwar mit besonderer Vorliebe und Betonung.

Viele modernen Denker stellen sich also zunächst die auf der Erde und ihrer näheren Umgebung beobachtbaren Zustandsformen des Festen, Flüssigen, Gasförmigen atomistisch konstituiert vor und formen sich dann von den Himmelskörpern Bilder im Sinne dieses Atomismus. Man sagt z. B. unsere Sonne und die andern Fixsterne seien an „Masse" ebenso groß oder noch viel gewaltiger als unsere Erde — wobei „Masse" der Ausdruck sein soll für die Summe aller atomistisch-toten, geistlosen, unerschaffenen Einheiten oder Energiepunkte. Diese Behauptung sagt also: Die ganze Himmelskörperwelt ist viel gewaltiger an „Masse" als das Erdenstäubchen, worauf wir wohnen, und wie dieses tote, unerschaffene, ewige Substanz. Man erfindet — statt sich auf eine Schöpfung aus dem Geiste zu besinnen — einen „Kreislauf der Welten": vom „Nebelstadium" zu den „verdichteten" Sternen, die nach und nach zu „erloschenen Sonnen" werden und durch Zusammenstoß miteinander wieder in Spiralnebel übergehen, womit der Kreislauf geschlossen ist. — Diesen und ähnlichen Gedanken gegenüber — denn es sind ja nur Gedanken, Hypothesen, aber sie wirken auf die menschliche Seele — möchten wir betonen: Sie sind eine gewaltige Versuchung für den neueren Menschen, die Erde, worauf er wohnt, lebt, leidet, indem er sie unter dem Aspekt „Stäubchen unter Millionen anderen im Weltenall" betrachtet, gering zu schätzen und sich in gedachten öden Raumeswüsten des Kosmos einem sinnlosen Weltenprozesse ausgeliefert zu glauben.

b) Wir wollen jetzt noch auf die **Gestaltung des Raumbildes** im astronomischen Lehrgebäude eingehen. Wir haben eingangs die Worte Rudolf Steiners angeführt, welche sagen, daß der «Raum»

eine Idee, nicht eine Anschauung ist. Diese wichtige Erkenntnis bildet die Grundlage der vorliegenden Studie. Wir sprechen in ihr statt vom ideellen Raume kurz vom „Bildraume", um ihn von dem, was in der reinen Sinnesanschauung enthalten ist, zu unterscheiden. In der reinen Sinnesanschauung ist z. B. gegeben die Sonnenscheibe, aus der blauen Himmelsfläche hervorstrahlend. Die Abbildung dieses Tatbestandes in Zeichnung oder Modell oder auch im bloßen Felde des Denkens durch eine raumhafte Kugel, in bestimmter Lage gedacht in bezug auf ein dreidimensionales rechtwinkliges Koordinatensystem, ist offenbar ein bloßes Symbol für eine Sinneswirklichkeit ganz anderer Art, als das in Modell, Zeichnung oder im bloßen, von Gedächtniskräften getragenen Vorstellungsfelde dargestellte Reale: Denn um die Modellkugel oder auch um die Erdkugel kann man herumgehen, nicht aber um die Sonne, deren „andere Seite" keine S i n n e s wirklichkeit ist.

Ebenso ist es eine dem bloßen Bildraume — nicht der Sinneswirklichkeit angehörige — eingegliederte Vorstellung, wenn der Materialist spricht von den helleren Sternen des Himmels als von leuchtenden Kugeln in relativ geringer Entfernung von der Erde, von den schwächeren Sternen als von Leuchte-Kugeln in relativ größerer Entfernung; denn die Kugelgestalt ist eine bloß vorgestellte, nicht an den Sternen sinnlich anschaubare; und die anschaubare Konfiguration der Sterne verhält sich auch nicht so, wie etwa die Lichter einer Bahnhofshalle, zwischen denen man hindurchfahren kann, und bezüglich denen man also die optisch-perspektivischen Eindrücke mit wirklichen Erfahrungen im Bewegungs- und Tastraume verknüpfen kann.

Wir wollen jetzt in möglichster Kürze und Übersichtlichkeit die das astronomische Raumesbild gestaltenden geometrischen Prozesse, wie sie unsere Figuren darzustellen versuchen, hier schildern.

Der Astronom denkt sich, oder zeichnet sich, oder stellt sich im Modell dar als Bildfigur des Himmelsgewölbes eine Kugel. [Vgl. die Kugelfiguren auf den Tafeln, insbesondere auf III, VII, XVIII — — — — — — — —.] Auf dieser Kugelfläche werden Punkte markiert in solchen gegenseitigen Winkelabständen (gemessen durch Bogenstücke größter Kugelkreise), welche entsprechen den der Erfahrung entnommenen Winkelabständen der Gestirne voneinander am Himmel; wir nennen die so erhaltenen Kugelpunkte Bildpunkte erster Art von den Gestirnen. — Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die mit Instrumenten unmittelbar gemessenen Winkelabstände der Gestirne voneinander (oder auf dem Umwege über die Bestimmung sogenannter Zenitdistanzen und Stundenwinkeldifferenzen) eine Korrektion bekommen, welche den Einfluß der Refraktion betrifft, die aber nach irdisch-physischen Lichtgesetzen, welche im Luftraume Geltung haben, durch Vergleichung rein phänomenaler Tatbestände untereinander, wahrheitsgemäß berichtigt werden kann. [Vgl. Text zu Figuren I, II — — — — — — — — — — — — — —.] Erst die so korrigierten Winkelgrößen verwendet man dann als gegenseitige sphärische Abstände der Bildpunkte erster Art auf der Kugel. Die auf solche Art erhaltenen Bildpunkte der Fixsterne, welche wir uns durch Bogenstücke größter Kugelkreise verbunden denken können, sind nun die Kreuzungspunkte eines ziemlich unveränderlichen Bezugsnetzes auf der Kugel, hinsichtlich welchem die Bildpunkte der von Tag zu Tag, von Woche zu Woche veränderlichen Stellungen unseres Mondes, der Sonne und der Planetenscheiben angegeben werden können; denn diese Objekte ändern ja stetig ihre Lage in bezug auf die Sterne des Tierkreises.

Die Messungen der gegenseitigen Winkeldistanzen der Gestirne können nun natürlich nur von bestimmten irdischen Standpunkten aus erfolgen, und zwar, wenn man nicht gerade mit Sextanten arbeitet, durch viele indirekte Operationen, nämlich durch Messung von Zenitdistanzen mit Winkelinstrumenten und durch Messung der Stundenwinkeldifferenzen mit Hilfe von Uhren. Allein es zeigt sich, daß, nach Berichtigung der unmittelbaren Messungen durch die Korrektionsbeträge der Refraktion, die auf solche Art gewonnenen gegenseitigen Winkeldistanzen der Gestirne, von jedem Erdorte aus gesehen, sich im wesentlichen als dieselben ergeben, sei nun der Beobachter in Amerika oder in Europa, in Norwegen oder in Südafrika. Es wird also jeder Beobachter, wo er auch sei, wenn er sich eine Bildkugel des Himmels zurechtmacht, mit denselben sphärischen Distanzen der Bildpunkte erster Art (vor allem jener der Fixsterne) zu operieren haben. Für verschiedene Beobachtungs z e i t e n werden allerdings die verschiedenen Beobachter nicht dieselbe Lage für die Bildpunkte der Wandelgestirne in bezug auf jene der Fixsterne er-

halten; die Verwirklichung gleichzeitiger Beobachtungen läßt sich indessen, wenn erwünscht, durch Verwendung telegraphischer Signale mit großer Näherung bewerkstelligen.

Indem wir nun auf die Bildkugel des Himmels hinblicken und beachten, daß sie für die verschiedenen Beobachter in gleichen Zeitpunkten im wesentlichen dieselbe Konfiguration der Bildpunkte der Wandelgestirne in bezug auf jene der Fixsterne zeigt, sehen wir völlig davon ab, daß die Gestirne in bezug auf einen bestimmten irdischen Horizont auf und unter gehen und eine scheinbare tägliche Bewegung haben. Wir betrachten vielmehr unsere Kugel mit ihren Bildpunkten der Gestirne als ein sozusagen ruhendes Objekt im Blickfelde unseres geometrischen Bewußtseins, in Zeichnungen oder Modellen.

Die eben fixierte Anschauungsart ist nicht eine willkürliche, sondern eine notwendige, die wir den folgenden Erörterungen zugrunde legen müssen, um überhaupt verständlich machen zu können, in welcher Art die weiteren bildgestaltenden Prozesse von den Theoretikern unter den Astronomen gehandhabt werden. Wir wollen diese Prozesse hier mit Bewußtseinsklarheit schildern. — Wir haben gesehen, wie wir als erste Bildpunkte aller Gestirne solche bekommen, die auf einer und derselben Kugelfläche liegen. Nun geht der weitere Abbildungsprozeß so vor sich, daß den ersten Bildpunkten der Wandelgestirne durch ein verbindendes Liniennetz zweite Bildpunkte im Innenraum unserer Kugel zugeordnet werden. Je nach den geometrischen Methoden, die hierbei zur Verwendung gelangen, bekommt man auf diese Art die verschiedenen sogenannten Planetensysteme (die man wahrheitsgemäßer Systeme der zweiten Bildpunkte der Planeten nennen sollte), vor allem das ptolemäische und kopernikanische. [Vgl. die Tafeln V—XII.]

Den ersten Bildpunkten der Fixsterne auf der Kugel werden nun ebenfalls zweite Bildpunkte zugeordnet, aber diese im Außenraume der Kugelfläche. Diese Zuordnung geschieht wiederum nach verschiedenen geometrischen Methoden, in denen sich spiegeln die Hypothesen bezüglich der Anordnung der als kosmische Atome gedachten Fixsternkörper. Wir gelangen auf solche Art zu den in der astronomischen neueren Literatur sogenannten «Sternsystemen», die man aber wieder wahrheitsgemäßer «Systeme der zweiten Bildpunkte der Fixsterne» nennen sollte. [Vgl. die Tafeln XIII—XXVII — — — — — — — — — — — —.] Es handelt sich darum, einzusehen, daß die angedeuteten bild-gestaltenden Prozesse auf einer freien Geistesbetätigung beruhen, und daß deren Ergebnisse ja nicht als landkartengetreue Abbilder kosmischer Wirklichkeiten gedeutet werden dürfen, sondern im gewissen Sinne willkürliche geometrische Produkte sind.

Nun gibt es in der Astronomie einesteils berechtigte Aussagen, die rein phänomenologischer Natur sind, die ganz auf Winkel- und Zeitmessungen sich stützen und auf der Bildkugel des Himmels geometrisch dargestellt werden können, wie z. B. die veränderlichen Stellungen des Mondes, der Sonne, der Planetenscheiben in bezug auf die Sternbilder des Tierkreises. — Dann aber beginnt eine weitausgreifende geometrische Spekulation mit der sogenannten „Durchbrechung“ der Sphäre: man denkt sich nämlich die Gestirne als materielle kosmische Atome, deren Bildpunkte man dann nicht auf einer Sphäre darstellt, sondern in allen möglichen Entfernungen von der Mitte eines dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems, und in dieses Bild werden dann hereingetragen weitere Vorstellungen — und Aussagen — über Gestalt, Größe, Anordnung und Bewegung der kosmischen Atome. Diese Aussagen sind in bezug auf den Wahrheitsgehalt zu durchschauen, auf den sie hinweisen wollen. Und da kommt man denn darauf, daß ein geläuterter Wahrheitssinn die Dinge oft in anderer Form aussprechen und darlegen müßte, als in den zum Hypothesenbilden mißbrauchten mathematischen Kombinationen. Gewiß, man kann die Mathematik und Geometrie voll und ganz benützen, aber es muß im Dienste der Darstellung und Ordnung der reinen Phänomene geschehen. Ein solches Phänomen wäre z. B. die langsame Änderung der gegenseitigen Winkelabstände gewisser Fixsterne im Laufe der Jahre und Jahrhunderte. Es wäre die Aufgabe einer rein beschreibenden Astronomie, dieses Phänomen in allen seinen Variationen zu studieren und darzulegen; statt dessen verbindet man die Daten, welche man unmittelbar den Winkel- und Zeitmessungen entnehmen kann, mit hypothetisch-geometrischen Vorstellungen vom Bau unseres Sonnensystems und seinem Verhältnis zur Sternenwelt, und als Produkt der Gedankenmüllerei entsteht dann am Schluß an Stelle der Phänomen-

beschreibung eine Aussage etwa von der Gestalt: „Der nächste Fixstern (als kosmisches, materielles Atom gedacht!) ist mehr als drei Lichtjahre von der Erde entfernt." Man sieht, wie weit eine solche Aussage sich von dem Phänomen entfernt. — Wir haben uns bemüht, mit voller Bewußtseinsklarheit die Wege aufzufinden, die der mathematische Denker wandelt, und auf denen er am Schlusse zu solchen Aussagen wie der eben genannten gelangt; wir stellen in diesem Sinne in vorliegendem Buche durchaus ein Stück Geistesgeschichte dar. Um der Einheit der Darstellung willen waren wir aber genötigt, die Gedankenbilder so zu weben, als ob wir ihr eigener Schöpfer wären; doch bezieht sich der Schöpferprozeß mehr auf die besondere Art der zur Veranschaulichung der Gedanken gebrauchten geometrischen Formen, während die Grundgedanken selbst in den mannigfachsten Variationen und Verhüllungen in der gesamten neueren wissenschaftlichen und populären astronomischen Literatur zu finden sind.

Wir haben versucht, die Figuren aber so zu gestalten, daß der Betrachter durch sie überall auf die Erscheinungen selbst hingewiesen wird; es kann durch sie hingewiesen werden auf die Rätselhaftigkeit der Vielzahl der Sterne, die nicht wie Planeten Individualitäten sind, sondern Sternbildern und Gruppen angehören und auch räumlich-sphärische Beziehungen zur Lage der Milchstraße haben. Die verschiedene Helligkeit der Sterne verweist eindringlich auf das Geheimnis der schöpferischen Lichtkräfte, aber die Figuren, in denen die Bildpunkte der Sterne nach solchen geometrischen Prinzipien angeordnet sind, die der physischen Lichtlehre entstammen, können eigentlich nur dieses für das gewöhnliche Bewußtsein schwer durchschaubare Geheimnis andeuten. Wiederum solche Begriffe wie «Dichte» und «Mischungsverhältnis» der Bildpunkte der Sterne führen letzten Endes auf die Fragen nach dem Ursprunge und der Entwicklung der Fixsternwelten.

Überall aber wird man erkennen: Die materialistische Wissenschaft stellt zwar durch die Fülle ihrer Beobachtungen Problem über Problem; aber nur Geisteswissenschaft, wie sie Rudolf Steiner begründete, kann letzten Endes Licht über die Tatsachen verbreiten, weil sie auf die übersinnlichen Kräfte hinweist, denen der offenbare Kosmos entsprungen ist.

Eines vor allem möchte die vorliegende mathematische Studie zum Bewußtsein bringen: Dasjenige, von dem man in der gewöhnlichen astronomischen Literatur mit stolzen Worten als der „räumlichen Struktur des Universums" redet, ist, ehrlich gesagt, bloßes V o r s t e l l u n g s b i l d , das nicht als Abdruck kosmischer Wirklichkeit genommen werden darf, und daß man in einem wahrheitsgemäßeren Sinne vielmehr sprechen sollte von der Struktur jener geometrischen Figuren, die das Denken selbst sich zurechtgemacht hat. Diese wichtige Erkenntnis macht uns frei von vielen Vorurteilen, und gibt uns jene Unbefangenheit, jenen ungetrübten Blick zurück, der notwendig ist zur verständnisinnigen Aufnahme jener aus der geistigen Forschung Rudolf Steiners herausstammenden Aussagen bezüglich der wahren, übersinnlichen Struktur des Kosmos.

Man beachte also wohl: Die Figuren stellen nicht dar irgendeine physisch-räumlich zu denkende Organisation des Kosmos; es ist bei ihnen nicht die Rede von „Sternen" und „Planeten", „Sonne" und „Mond", sondern von den B i l d p u n k t e n dieser Objekte. Es werden im Grunde genommen die V o r s t e l l u n g s b i l d e r neuerer Astronomen und Mathematiker dargestellt — also ein Stück Geistesgeschichte, zum Zwecke richtiger Aufklärung über den Wahrheitsgehalt der in Frage kommenden Ideen. Dazu ist bloß notwendig, daß man die Hauptmerkmale solcher Ideen herausstellt — wie es die Figuren versuchen —; denn die vielen Variationen, in denen diese Ideen in der neueren astronomischen Literatur auftreten, fußen letzten Endes doch wiederum auf den in diesem Buche dargelegten Grundgedanken.

Selbst die Kugelfiguren, auf denen wir die ersten Bildpunkte der Gestirne fixieren, sind bloße Bilder; denn eine solche Kugel ist in unserem Bewußtseinsfelde oder als physisches Gebilde auch „von außen" anschaubar; das Himmelsgewölbe, wovon die Kugel Bild sein soll, ist aber stets nur vom „Innern" aus anschaubar. — Und erst recht sind bloße Bilder dann jene Figuren, welche die Bildpunkte zweiter Art der Planeten und Fixsterne in Innenraum bzw. Außenraum der erwähnten Bildkugel annehmen. — Wenn man nun fragt: „Ja, wie ist denn der w i r k l i c h e Kosmos organisiert, wenn nicht so, wie es in den Bildern und Rechnungen der Astronomen dargestellt wird?", so müssen wir antworten: Nehmen wir diesen Kosmos zunächst so, wie er sich rein tatsachengemäß unserer S i n n e s a n s c h a u u n g darbietet; über alles andere hat

nicht eine äußere Wissenschaft zu entscheiden, indem sie das Übersinnliche in ein sinnliches, irdisch-räumliches, und in materiellen Formen gedachtes (bei den Planetarien sind diese Formen m e h r als nur gedacht und gezeichnet!) Gewand kleidet und dieses als Wahrheit anpreist — sondern nur echte geistige Forschung, wie sie Rudolf Steiner pflegte — Indem wir also rein von mathematischen Gesichtspunkten aus erkennen, daß wir es bei den sogenannten „Planetensystemen" und „Sternsystemen" in Wahrheit nur mit Gedankenbildern der Astronomen zu tun haben, werden wir auch in der Kant-Laplaceschen Weltentwicklungstheorie nichts anderes sehen als die geometrisch-phoronomische Schilderung eines von Denkern als existierend vorausgesetzten kosmischen Atomismus, als eine Beschreibung v o r g e s t e l l t e r beweglicher B i l d p u n k t e und Figuren von kosmischen Objekten.

Es besteht im großen Publikum im allgemeinen (auch unter den Fachgelehrten, wenn sie nicht gerade Astronomen sind) eine große Unkenntnis darüber, wie denn die Astronomen die angeblichen Entfernungen der (als materielle Körper gedachten) Sterne von der Erde haben bestimmen können. Unsere vorliegende Studie möchte zeigen, daß von einer „Messung" im physisch-irdischen Sinne keine Rede sein kann, sondern daß es sich bei allen Aussagen über „Entfernungen" lediglich um Abstände der B i l d p u n k t e der Sterne vom Koordinatenanfangspunkt in der Bildmitte handelt, also um rein rechnerische, gedankenhafte Dinge, die kein Abbild einer äußeren Sinneswirklichkeit sind — aber auch kein Abbild eines objektiven, sinnlich-nicht-überschaubaren kosmischen „Raumes"; denn wir können ja mit aller Klarheit die Entstehung des Raumbildes verfolgen aus jenen schöpferisch-geometrisierenden Denkprozessen heraus, an denen der mathematische Mensch eben seine Freude hat. Die Freude wollen wir jedem gönnen; aber man sollte offen zugestehen, daß man eben Gedankenbilder webt. Weil man das nicht tut, haben wir eine unglaubliche Begriffsverwirrung. Man hat sich z. B. seit Kopernikus gewöhnt zu sagen: „Die Planeten kreisen um die Sonne herum." (Kepler setzte an Stelle der Kreise davon wenig abweichende Ellipsen.) In Wahrheit sollte man sagen: „Die B i l d p u n k t e der Planeten führen um den B i l d p u n k t der Sonne eine v o r g e s t e l l t e Kreisbewegung aus." Das klingt bescheidener, drückt aber genau den Tatbestand aus, daß es sich nicht um kosmische Realitäten, sondern um Gedankendinge handelt. — Auch in wissenschaftlich-sein-wollenden Büchern kann man etwa den Satz lesen: „Versetzen wir uns auf die Sonne und betrachten von hier aus das Planetensystem usw. . . . ." Das ist natürlich im Sinne einer Lebenslüge gesprochen, da in Wahrheit nie ein Mensch mit seinem Erdenleib dort sein kann, wo das Auge die Sonnenscheibe sieht; wahrheitsgemäß bezieht sich der Inhalt des zitierten Satzes eben nur auf vorgestellte oder gezeichnete Bildpunkte der Sonne und Planeten.

Hat man einmal auf dem Gebiete der Astronomie den Prozeß des Bilder-Erzeugens durchschaut, so ist es leicht, diesen Prozeß namentlich in allen Gebieten der neueren Physik sich ebenfalls auswirken zu sehen: Was man die Wellentheorie des Lichtes nennt, die kinetische Gastheorie, die Theorien über den Atombau, die Relativitätstheorie usw.: überall handelt es sich um Gedankenbilder, die von Geometrie, Rechnung und Vorstellungen von Punkten durchtränkt sind, letztere als Repräsentanten geistloser Kräftezentren gedacht.

Weil der heutige Mensch sich räumliche Anordnungen von Objekten und Punkten gut denken kann, glaubt er, alle Dinge müßten in einem „Raum" sein, weil er sie in atomistischer Isolierung denkt. Der Gedankenlose sieht an einem Stahlmagneten bloß die äußere Form, die ihm sozusagen das Wesen dieses Dinges begrenzt; aber er gelangt so eigentlich nie zu einem Begreifen der Tatsache, daß der Magnet entfernte Eisenstücke „anziehen" kann. Die geläuterte Faradaysche Auffassung aber rechnet zum Magneten hinzu das ganze unsichtbare, aber doch reale Kraftfeld, soweit es sich durch Wirkungen in der Umgebung des Stahlstückes kundtut. —

Wir sollten nicht sagen: D a o b e n ist die Sonne — und sie uns als isolierte Kugel vorstellen; das ist unwirklich gedacht. Vielmehr sollten wir erkennen, daß „S o n n e" überall da ist, wo i h r e K r ä f t e wirken; rund um die Erde herum, im Mineralreich, in Meer und Luft, im Pflanzenreich usw., und daß die sichtbare Sonnenscheibe nur die sinnliche Form einer Q u e l l - S t e l l e weit ausgreifender Kräfteströme ist.

c) **Das astronomische Weltbild als geistig-moralische Lebensmacht.** Es wird in der vorliegenden Arbeit versucht, das Weben in Bildern über den Bau des Kosmos, dem sich Nicht-Mathematiker und Popularisatoren zumeist nur halbbewußt hingeben — (sonst könnten sie nicht in den geometrischen Bildern den Abdruck einer Realität sehen wollen) —, in aller Klarheit darzustellen. Dieses Weben kann als ein exaktes geometrisches Phantasieren bezeichnet werden — aber trotz der mathematischen und logischen Folgerichtigkeit ist es eben ein Phantasieren. Wir haben hier ein grandioses, die Geister seit Jahrhunderten beherrschendes, schlagendes Beispiel für das, was Rudolf Steiner von der Warte höheren Erkennens aus oftmals ausgesprochen hat: ein logisch folgerichtiges Denken braucht deswegen doch nicht wirklichkeitsgemäß zu sein. — Man hat sich ja dann durch dieses Leben in bloßen mathematischen Bildern dazu verleiten lassen, gewisse Urteile über das Verhältnis unserer Erde und Sonne zu den übrigen Sternen zu formulieren, die weder einer Sinneswirklichkeit noch einer objektiv-übersinnlichen Wirklichkeit entsprechen, die also Lebenslügen sind und dementsprechend im menschlichen Wesen, das sie ins Bewußtsein aufgenommen hat, zerstörerisch wirken. Solche aus der Bildanschauung abgeleitete Urteile (z. B. daß die Erde nur ein Staubkorn im Kosmos sei, neben Millionen andern, den atomistisch-isoliert vorgestellten und in der Form irdischer Stofflichkeit gedachten Sternen — und unsere Sonne auch nur ein Stern unter unzähligen andern sei, im Durchschnitt nicht bedeutender wie diese) — wenn sie nicht streng in die Sphäre des abstrakten, toten Bildbewußtseins zurückverwiesen werden — wo sie dann aber natürlich jede Bedeutung für das wirkliche Leben verlieren —, bringen den Menschen in Zwiespalt mit der Wirklichkeit. Denn, von Gefühl und Willen durchtränkt, bedeuten solche Urteile für den Unkundigen, der sie in sich aufnimmt, ohne genau ihre Entstehungsweise und die Sphäre ihrer Gültigkeit (die durch die Grenzen des Bildbewußtseins abgesteckt ist) zu durchschauen, zum ersten ein Sich-nicht-zurecht-finden-können in der physischen Wirklichkeit. Belehrend sind in dieser Hinsicht die Kämpfe mit den Zweifeln und Unklarheiten, welche ein so durchdringender Geist wie August Strindberg gegenüber den herkömmlichen, durch die Macht gewisser Autoritäten gestützten Lehrsätzen der Astronomie auszufechten hat; und er kann durch die Zweifel nicht zur Klarheit durchstoßen; sie zehren an seinem Lebensblut; und so muß er denn jedesmal am Ende einer Gedankenfolge mit Resignation das Wort prägen: „Weiß nicht." [Vgl. August Strindberg: Ein Blaubuch. München und Berlin. 1918. Verlag Georg Müller.] Man beachte: Nicht an den T a t s a c h e n der astronomischen B e o b a c h t u n g stößt sich Strindberg, sondern an Aussagen der theoretischen Astronomie bezüglich g e d a c h t e r Bewegungen der Erde und Gestirne in einem v o r g e s t e l l t e n Raume, die keiner Sinneswirklichkeit entsprechen, sondern bloß gedankliche Bildschöpfungen widerspiegeln.

Mit der Literatur, die solche Bildschöpfungen darstellt und in das Bewußtsein der Menschen einströmen läßt, verhält es sich so, wie es treffend Rudolf Steiner charakterisiert hat *):

„Es wird in den Darstellungen wissenschaftlicher Ergebnisse durchaus nicht etwa bloß Mitteilung gemacht von den festgestellten Tatsachen, sondern es wird mit den Tatsachen eine ganz bestimmte Vorstellungsart auf den Lernenden und Lesenden übertragen. Dieses ist in stärkstem Maße der Fall bei den sogenannten « volkstümlichen » Darstellungen wissenschaftlicher Ergebnisse; aber auch die gelehrten und « streng-wissenschaftlichen » Leistungen sind davon durchaus nicht frei. In welchem Maße das der Fall ist, sind sich die Darsteller zumeist gar nicht bewußt. . . . Viele glauben, durchaus nur Tatsachen mitzuteilen, und doch ist ihre Darstellung ganz beherrscht von einer Weltanschauung, die sich auf den Lernenden und Lesenden überträgt;" und dadurch kommt es, sagt Steiner, „daß das gesunde Gefühl für die Wahrheit bei vielen aus dem Grunde nicht vorhanden ist, weil sie unter den E i n g e b u n g e n dessen stehen, was so vielfach als Ergebnis « streng-wissenschaftlicher Tatsachen » hingestellt wird".

Solche Urteile wie die oben erwähnten wirken aber auch fernerhin in solcher Art auf den Menschen, daß sie sein moralisches oder gar religiöses Empfinden beeinflussen, daß sie seine Hoffnungen und sein Wertbewußtsein als Mensch, als Kulturschaffender, sehr niederdrücken.

*) Vgl. Dr. R. Steiner. «Theosophie und gegenwärtige Geistesströmungen» «Vorurteile aus vermeintlicher Wissenschaft». Berlin 1920. Philos.-Anthrop.Verlag.

Sie lassen sein menschliches Streben als nichtig erscheinen gegenüber den endlos gedachten kosmischen Raumesweiten und als eitel gegenüber den vorgestellten Zufallsgesetzen, denen nach gewissen modernen Lehren die Entstehung, Entwicklung und der Untergang der atomistisch gedachten Weltenkörper unterliegen soll. — Insbesondere kann es sehr tief auf menschliche Gemüter wirken, wenn aus astronomischen Bildanschauungen heraus, die aber als Abdrücke physischer Wirklichkeiten (was sie nicht sind) hingestellt werden, etwa gesagt wird: unsere Erde, im Vergleich mit der Sonne (als Stoffkugel vorgestellt), sei ein unbedeutendes Nichts an Größe, Masse und Kräften; unsere Erde sei nicht die kosmische Mitte; sie bewege sich vielmehr (wie die andern, als Stoffkugeln vorgestellten Planeten, die auch gegenüber der Sonnenkugel klein gedacht werden) um die Sonne herum; und diese wiederum fliege mit dem ganzen Planetensystem durch den uferlosen kosmischen Raum, dem „Apex" zu.

In welchem Maße solche Bildanschauungen der theoretischen Astronomie, wenn sie hingestellt werden als Abdrücke physischer Wirklichkeiten und verbunden werden mit Gemüts- und Willenskräften, auf dem Menschen lasten können, und besonders auf dem feiner Organisierten, dem Dichter und Künstler, dem Philosophen, und welche geistigen Konsequenzen sie zeitigen können, möge die Stimmung Nietzsches bezeugen. Der tolle Mensch der «fröhlichen Wissenschaft» ist in gewissem Sinne das Spiegelbild Nietzsches selbst; dieser tolle Mensch zündet am hellen Vormittage eine Laterne an, läuft auf den Markt und schreit unaufhörlich. Er läßt den tollen Menschen zu den Leuten auf dem Markt folgendes sprechen:

Ich suche Gott! Ich suche Gott! „Da dort gerade viele von denen zusammenstanden, welche nicht an Gott glaubten, so erregte er ein großes Gelächter. Ist er denn verlorengegangen? sagte der eine. Hat er sich verlaufen wie ein Kind? sagte der andere. Oder hält er sich versteckt? Fürchtet er sich vor uns? Ist er zu Schiff gegangen? Ausgewandert? schrien und lachten sie durcheinander. Der tolle Mensch sprang mitten unter sie und durchbohrte sie mit seinen Blicken: «Wohin ist Gott,» rief er, «ich will es euch sagen! Wir haben ihn getötet, ihr und ich! Wir alle sind seine Mörder! Aber wie haben wir dies gemacht? Wie vermochten wir das Meer auszutrinken? Wer gab uns den Schwamm, um den ganzen Horizont wegzuwischen? Was taten wir, als wir diese Erde von der Sonne losketteten? Wohin bewegt sie sich nun? Wohin bewegen wir uns? Fort von allen Sonnen? Stürzen wir nicht fortwährend? Und rückwärts, seitwärts, vorwärts nach allen Seiten? Gibt es noch ein Oben und Unten? Irren wir nicht wie durch ein unendliches Nichts? Haucht uns nicht der leere Raum an? Ist es nicht kälter geworden? Kommt nicht immerfort die Nacht und immer mehr Nacht? Müssen nicht Laternen am Vormittag angezündet werden? — — — — — Gott ist tot! Gott bleibt tot! Und wir haben ihn getötet! — — — —.»"

Nun kann man ja sagen: Die astronomischen Vorstellungsbestandteile, deren sich hier Nietzsche bedient, um die Stimmung eines konsequenten Atheismus zu charakterisieren, sind ja bloß als Symbol, als Vergleich gebraucht. Aber eben deshalb, weil der Vergleich in Stimmung und Gefühl so gut paßt, um den „Mord Gottes" durch die Menschen zu charakterisieren, werden wir auf einen tieferen Zusammenhang verwiesen, der zwischen dem neueren astronomischen Weltbilde und dem Atheismus bestehen muß. Wir sind überzeugt, daß auch Nietzsche dieses Weltbild, dem Geiste der Zeit folgend, in sich aufgenommen hat. — Die Erde „von der Sonne losketten", heißt doch, sie im Gedankenbilde aus der Mitte des Universums herauswerfen, sie als isoliertes kosmisches Atom denken, das durch einen vorgestellten uferlosen, öden Raum irrt, wo es kein Oben und Unten gibt, wo überall das geistlose, unendliche Nichts sich ausbreitet; es heißt, die Erde n i c h t durch übersinnliche Kräfte, die noch vernehmbar durch die Sonne auf uns wirken, wenn wir nur sehen, hören wollen, erschaffen, gestaltet und erhalten denken.

Sehen wir hin auf den Skeptizismus, der heute in jedem Menschen mehr oder weniger schlummert, der auf dem Boden einer Art Naturphilosophie sich entfaltet und stets bereit ist, sich auf das mathematisch-astronomische Weltbild zu berufen, um den Gedanken einer Schöpfung des Universums aus dem Geiste heraus unverträglich zu finden mit dem Bewußtsein von den großen Zahlen, die er in der Astronomie vernommen hat bezüglich der Entfernungen, der gewaltigen Größe und Masse der als stoffliche Kugeln vorgestellten Himmelskörper; denn sie werden wie die Erdenkugel — die sich wie ein Staubkorn unter Millionen andern ausnehme — leblos,

geistlos gedacht, und es erscheint unbegreiflich, wie so viele stoffliche Weltenkörper von einem Gotte hätten geschaffen werden können, zumal sie noch wie isolierte Atome in einem weiten öden Raume zerstreut gedacht werden.

Diese Seelenstimmung, eingepflanzt durch gewisse geistige Mächte der neueren Zeit, genährt durch Bücher usw., findet sich in Millionen von Menschen, in Industriearbeitern so gut wie in Gelehrten und Künstlern. Nur ein charakteristisches Beispiel möge hier Platz finden, das dieser Stimmung Ausdruck verleiht. Im Verlage Teubner (Leipzig und Berlin. 4. Aufl. 1920) ist ein Büchlein erschienen von Troels-Lund, einem nordischen Denker, betitelt: „Himmelsbild und Weltanschauung im Wandel der Zeiten." Der Verfasser ist gläubiger Kopernikaner und beurteilt von dem in seinem Bewußtsein verankerten heliozentrischen, mathematischen Vorstellungsbilde aus, das er als Abdruck einer objektiven Wirklichkeit hält, das Verhältnis des Menschen zur Welt in verschiedenen Zeiten und auch des neueren Menschen zum Schöpfungs- und Christusproblem. Der Verfasser dieses Buches schreibt (S. 250. 248):

„Wenn aber so die alten Gedanken zusammenbrechen, welches sind da die neuen Gedanken der Zeit, welche daran gehen, jene abzulösen? Soweit es überhaupt schon jetzt möglich ist, sich eine Ansicht über das besondere Gepräge der neuen Zeit zu bilden, so scheint dieses bis jetzt zuerst und zumeist von dem einen Grundgedanken bestimmt: D i e W e l t i s t u n e n d l i c h. Hiermit ist eine neue Antwort auf die Frage nach dem Abstande zwischen Himmel und Erde, nach dem Verhältnis zwischen Tag und Nacht, Licht und Dunkel gegeben. — Ist die Welt unendlich, so will dies mit anderen Worten sagen, daß der Abstand von der Erde nach oben, nach außen, nach unten auch unendlich ist. Es gibt überhaupt keinen Himmel. Was wir Himmel nennen, ist nur das blaue Bild, welches sich in unserem Auge als Eindruck des unendlichen Raumes bildet. Die Erde ist nur ein winzig kleiner Teil der Welt, eine verschwindende Flocke, und jeder einzelne von uns wieder ein unendlich kleines, verschwindendes Wesen auf der kleinen Erde. — Die erste Wirkung dieses Gedankens ist ein erstarrendes Gefühl von Kälte, welches aus dem unendlich großen Raume herbeiströmt, ein Schaudern, sich so schrecklich klein zu fühlen. Hier gibt es keine Gnade. In dem hohen Kältegrade des unendlichen Raumes, gleichgültig gegen das irdische Leben, umschließt uns die Empfindung, erfriert unser früheres Gefühl von unserer selbständigen Bedeutung, unser Kinderglaube, daß alles nur auf uns sieht, sich um uns dreht. Durch das Tor dieser Demütigung müssen wir alle hindurch. Dieses Schaudern vor dem Unendlichen hat der neuen Zeit seine deutlichen Zeichen aufgedrückt. — Es gibt ja keinen unter den alten großen Gedanken, der nicht jetzt ein Loch hätte. Denn der Glaube als alleiniger Wechsel auf die Seligkeit hat seinen früheren Wert verloren. Selbst wenn man sich noch so sehr windet, muß man zugestehen, daß das Luthertum wie die andern die ursprüngliche Lehre der Kirche verlassen hat. Überall steht das, was man jetzt von einem Christen verlangt, im Begriffe, in Moral aufzugehen. Und selbst die Lehre von Gottes Sohn, der durch seine Herabkunft auf die Erde der Welterlöser wurde, verliert ihre frühere Tragkraft, wird ausgeleert wie durch eine unsichtbare Öffnung, sobald ein moderner Mensch im Ernst darüber nachdenken will. Denn was ist « die Welt »? Es ist ja doch nicht nur der kleine Fetzen Erde und seine nächste Umgebung, sondern Billionen und aber Billionen Kugeln im Unendlichen. In jedem Augenblick erstrahlen hier neue Kugeln *), bevölkert sich der grenzenlose Raum mit neuen Welten, die aus dem unendlichen **) Gotte hervorgegangen sind, weit, weit über das hinaus, was ein armer Menschengedanke fassen kann. Und dieser Gott

[Anmerkungen von Kaiser: *) Diese Vorstellung wird vom Materialisten mit dem Erscheinen neuer Sterne verbunden. **) Dieses Wort vom unendlichen, schaffenden Gotte ist hier ein phrasenhaftes, da ja der ganze Himmelsraum von riesigen Stoff-Atomen, den Stern-Kugeln, bevölkert g e d a c h t wird; und nach dem in der Wissenschaft geglaubten Stoff-Erhaltungsgesetze ist es unmöglich, daß solche leblos gedachten Stoff-Kugeln aus einem nicht erdenhaft-stofflichen, geistigen Urgrunde heraus jemals zur physischen Stofflichkeit hätten verdichtet werden können. Daß dieser Gott-Gedanke vom Verfasser nicht ernst genommen wird, geht ja dann aus dem Spott über den « Sohn dieses Gottes » hervor. — Ich will natürlich die Persönlichkeit des zitierten Verfassers nicht antasten; seine Worte, die ich anführte, sollen einfach zeigen, wie das Raum b i l d der modernen Astronomie, wenn es sich in die Gemüter einlebt, verhindert, das Erden-Wirken des Christus zu würdigen, weil diese Erde im Gedankenbilde aus der Weltmitte herausgeworfen wird.]

sollte « einen Sohn » haben, um dessen Erscheinung auf Erden sich der Gang der ganzen Welt von Ewigkeit zu Ewigkeit drehen sollte! Jeder, der geistig zu Reife und Alter gekommen ist, fühlt bei solch engen Vorstellungen das Gewicht von Paulus' Wort: « Solange ich ein Kind war, sprach ich wie ein Kind. Aber als ich erwachsen war, legte ich das Kindische ab. »" — — — —

Den zitierten Sätzen gegenüber muß vor allem das eine betont werden: Die unendlichen Räume, von denen da gesprochen wird, sind nicht als eine Realität in der Sinneswelt vorhanden; denn rein phänomenal genommen wird ja der „Sehraum" tatsächlich von der blauen Himmelssphäre begrenzt. Und auch die Millionen Kugeln, als welche die Gestirne vorgestellt werden, sind in ihrer Mächtigkeit eben bloß gedachte, nicht angeschaute Gestalten. — In der physisch und geistig erfahrbaren Wirklichkeit, welche unsere Erde und unser Menschendasein umschließt, ist nur e i n e so gewaltige Quelle von Leben, Licht, und Liebes-Wärmewirkung gegeben, wie sie unsere S o n n e mit ihrer Sphäre darstellt. Die Fixsternenwelt als eine Welt mit Millionen eben solcher Sonnen ansprechen — das ist eine Sache der reinen Vorstellung, die, weil sie vorstellbar ist, doch deswegen noch nicht eine physische oder geistige Wirklichkeit zu sein braucht; denn vorstellen kann man sich ja alles mögliche. Nun kann man sich ja immerhin die Sterne wie riesige kosmische Atome, wie bloß stoffliche Kugeln denken, von denen die Erde nur eine sein soll. Die Erde so anschauen, bedeutet dasselbe, wie wenn ich von einem Mitmenschen bloß die äußere Gestalt sehe und mich nicht bemühe, tiefer zu dringen; denn nur einer liebenden Betrachtung, einem mitfühlenden, hingebenden Sich-Versenken in das Gegebene erschließt sich die lebendige Kräftestruktur, welche die Gestalt des Menschen bildet, erhält, sowie die seelische und geistige Sphäre, welche zu dieser Gestalt gehören, sie durchdringen und ihr den individuellen Charakter verleihen. — So offenbart sich auch nur einem innerlich tätigen, geistigen Forschen die Sphäre lebendiger Kräfte, die unsere Erde gestaltete und ihr noch immer Leben gibt, sowie die zugehörigen, ins Unermeßlich-Erhabene sich ausbreitenden seelisch-geistigen Sphären, wie sie Dr. Rudolf Steiner in seinem Buche «Die Geheimwissenschaft» in zeitgemäßen Begriffen umschrieben hat. Das Hereinwachsen in diese Geisteswelt kann dem Menschen das reale Empfinden des Geborgenseins im Makrokosmos verschaffen; er lernt die zentrale Stellung der Erde erkennen und wird von ihr nicht mehr wie von einem unwesentlichen Staubkorn unter Millionen anderen sprechen.

Zur Figur:

Der Kosmos als Organismus. Jahreslauf. Tierkreis. Blutströmungen in Lemniskatenform.

Das Wesentliche des Maschinenhaften ist das Rad, der Kreis, das ewige Einerlei, der starre, unabänderliche Rhythmus des Toten, des äußerlich-mechanisch Bewegten. Zu den Zeiten des Plato, Aristoteles, Ptolemäus, ja noch des Kopernikus und Kepler, wurde der Kreis und die Kreisbewegung, die zur Darstellung der Planetenkonstellationen dienten, als Ausdruck der reinen Harmonie, des göttlich Vollkommenen gedacht, weil man die geistigen Impulse empfand, die die Konstellationen der Planeten bewirkten. Heute können uns Kreis und Ellipse kaum anders denn als Abbild des Maschinenhaften, Toten erscheinen. Wir wissen ja: was in mechanischen, elektrischen, magnetischen Phänomenen in Ellipsen sich bewegt, bewegt sich nach den Gesetzen der einförmigen toten Zentralkräfte, die von gewissen Punkten ausgehen und in gerader Linie wirken.

Den Kosmos im Bilde von Kreisen und Ellipsen darstellen, mit mechanisch bewegten Punkten, wie man es seit N e w t o n tut, heißt, den Kosmos sich unter dem Bilde des Maschinenhaften, Toten vorstellen. Gerade Newton hat ja zu dem Liniennetz seines Bildes hinzugedacht — geometrisch hineingeträumt — bloß die einförmig wirkenden, die tote Erde charakterisierenden Schwer- oder Gravitationskräfte, die von den materiell-irdisch vorgestellten Himmelskörpern, als ihren Zentren, ausgehend gedacht werden. Freilich, um das Ganze in Gang zu setzen, ist noch notwendig ein erster mechanischer Anstoß von äußerer Gewalt oder „Schöpferhand" in tangentieller Richtung.

K a n t in seiner «Naturgeschichte und Theorie des Himmels» findet auch diesen ersten „schöpferischen" Anstoß noch entbehrlich, indem er die einförmige, gegenseitige Anziehungskraft der materiell vorgestellten Uratome unseres Sonnensystems mit seinen Planeten, die er sich als Kondensationen, Verdichtungen der zerstreuten Urmaterie vorstellt, noch kombiniert mit einer Art Zurückstoßungskraft der Uratome gegeneinander. „Durch diese Zurückstoßungskraft, die sich in der Elastizität der Dünste, dem Ausflusse stark riechender Körper und der Ausbreitung aller geistigen Materien offenbart, und die ein unstreitiges Phänomen der Natur ist, werden die zu ihren Anziehungspunkten sinkenden Elemente durcheinander von der geradlinigten Bewegung seitwärts gelenkte, und der senkrechte Fall schlägt in Kreisbewegungen aus, die den Mittelpunkt der Senkung umfassen." „Wenn demnach ein Punkt in einem sehr großen Raume befindlich ist, wo die Anziehung der daselbst befindlichen Elemente stärker als allenthalben um sich wirkt, so wird der in dem ganzen Umfange ausgebreitete Grundstoff elementarischer Partikeln sich zu diesem hinsenken. Die erste Wirkung dieser allgemeinen Senkung ist die Bildung eines Körpers in diesem Mittelpunkte der Attraktion, welcher sozusagen in einem unendlich kleinen Keime, in schnellen Graden fortwächst, aber eben in dem Maße, als diese Masse sich vermehrt, auch mit stärkerer Kraft die umgebenden Teile zu seiner Vereinigung bewegt. Wenn die Masse dieses Zentralkörpers so weit angewachsen ist, daß die Geschwindigkeit, womit er die Teilchen von großen Entfernungen zu sich zieht, durch die schwachen Grade der Zurückstoßung, womit selbige einander hindern, seitwärts gebeugt in Seitenbewegungen ausschlägt, die den Zentralkörper vermittels der Zentralfliehkraft in einem Kreise zu umfassen imstande sind: so erzeugen sich große Wirbel von Teilchen, deren jedes für sich krumme Linien durch die Zusammensetzung der anziehenden und der seitwärts gelenkten Umwendungskraft beschreibt, welche Arten von Kreisen alle einander durchschneiden, wozu ihnen ihre große Zerstreuung in diesem Raume Platz läßt. Indessen sind diese auf mancherlei Art untereinander streitenden Bewegungen natürlicherweise bestrebt, einander zur Gleichheit zu bringen, das ist in einen Zustand, da eine Bewegung der andern so wenig als möglich hinderlich ist. Dieses geschieht erstlich, indem die Teilchen eines des andern Bewegung so lange einschränken, bis alle nach einer Richtung fortgehen; zweitens, daß die Partikeln ihre Vertikalbewegung, vermittels der sie sich dem Zentro der Attraktion nähern, so lange einschränken, bis sie alle horizontal, d. i. in parallellaufenden Zirkeln, um die Sonne als ihren Mittelpunkt bewegt, einander nicht mehr durchkreuzen und durch die Gleichheit der Schwungkraft mit der senkenden sich in freien Zirkelläufen in der Höhe, da sie schweben, immer erhalten; so daß endlich nur diejenigen Teilchen in dem Umfange des Raumes schweben bleiben, die durch ihr Fallen eine Geschwindigkeit und durch die Widerstehung der andern eine Richtung bekommen haben, dadurch sie e i n e f r e i e Z i r k e l b e w e g u n g fortsetzen können. — — — Dieser Körper in dem Mittelpunkte der Attraktion, der diesem zufolge das Hauptstück des planetischen Gebäudes durch die Menge seiner versammelten Materie geworden ist, ist die Sonne, ob sie gleich diejenige flammende Glut alsdann noch nicht hat, die nach völlig vollendeter Bildung auf ihrer

Oberfläche hervorbricht." ——————— Die Teilchen der Weltmaterie würden nun um das Zentrum der Attraktion „abgemessene Zirkelbewegungen in freien Umläufen verrichten, und daher, indem sie bei solcher Verfassung einander so wenig als möglich mehr hindern, darin verbleiben, wenn die Anziehung dieser Teilchen des Grundstoffes einander nicht alsdann anfinge, seine Wirkungen zu tun und neue Bildungen, die der Same zu Planeten, welche entstehen sollen, sind, dadurch veranlasste. Denn, indem die um die Sonne in parallelen Zirkeln bewegten Elemente, in nicht gar zu großem Unterschiede des Abstandes von der Sonne genommen, durch die Gleichheit der parallelen Bewegung beinahe in respektiver Ruhe gegeneinander sind; so tut die Anziehung der daselbst befindlichen Elemente von übertreffender spezifischer Attraktion sogleich hier eine beträchtliche Wirkung, die Sammlung der nächsten Partikeln zur Bildung eines Körpers anzufangen, der, nach dem Maße des Anwuchses seines Klumpens, seine Anziehung weiter ausbreitet und die Elemente aus weitem Umfange zu seiner Zusammensetzung bewegt". „Die Planeten bilden sich aus den Teilchen, welche in der Höhe, da sie schweben, genaue Bewegungen zu Zirkelkreisen haben: also werden die aus ihnen zusammengesetzten Massen eben dieselben Bewegungen in eben dem Grade nach eben derselben Richtung fortsetzen. Dieses ist genug, um einzusehen, woher die Bewegung der Planeten ohngefähr zirkelförmig und ihre Kreise auf einer Fläche seien." [Zitate aus Immanuel Kants: „Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels oder Versuch von der Verfassung und dem mechanischen Ursprunge des ganzen Weltgebäudes, nach Newtonschen Grundsätzen abgehandelt." Königsberg und Leipzig 1755. Reclam-Ausgabe von Karl Kehrbach. S. 53—57.]

Die zitierten Worte Kants wollen vieles bedeuten: sie wollen hinweisen auf die Erd- und Weltentwicklung. Hierbei bedient sich Kant solcher Bilder, die dem Anschauen von bloß mechanischen, leblosen und geistlosen toten Vorgängen im Reiche der irdisch-physischen Welt entstammen. Im Prinzip tut dasselbe noch die heutige Astrophysik mit ihrer „Nebularhypothese". Eines aber zeigt sich der unbefangenen Betrachtung: Die Sätze, die da formuliert werden von Kant und seinen Mitläufern, sie weisen auf Dinge hin, die nicht vollmenschlich erlebt werden, wie die Aufnahme der belebenden Luft durch die Lungen, wie die Wahrnehmung der farbenfrohen Welt durch die licht-hungrigen Augen — sondern die Worte, die da gesprochen werden, beziehen sich auf bloß geometrische Bilder, welche die Mathematiker und Astronomen sich willentlich selbst geschaffen haben, und denen eine Realität nur im Vorstellungsprozesse zukommt, der aber natürlich getragen und durchsetzt wird von der Gefühls- und Willenssphäre des Menschen.

Den Kantschen Vorstellungen insbesondere liegt offenbar zugrunde das Vorstellungsbild des Kopernikus vom Planetensystem. Wir gelangen aber zur Überzeugung — wie sie in diesem Buche entwickelt wird —, daß dieses Bild nicht als getreue Photographie einer kosmisch-raumhaften physischen Wirklichkeit gedeutet werden darf, sondern daß man sich exakt, wahrheitsgemäß, schlicht und den einfachen, psychologischen, erkenntnismäßigen Tatsachen entsprechend, etwa so ausdrücken sollte:

Es paßt mir für meine geometrischen Hilfskonstruktionen und Rechnungen, den Bildpunkt S der Sonne in der Mitte der Figur anzunehmen, um ihn in der Vorstellung anderer geometrischer Punkte P_1 P_2 P_3... herum kreisen zu lassen, die mir die Bildpunkte der Planeten bedeuten sollen, ebenso einen Punkt E, der erinnern soll an meinen irdischen Standort, also Bildpunkt der Erde genannt werden kann; und in einiger Entfernung von der Mitte der Figur nehme ich in relativ gegenseitig festbleibenden Abständen die Bildpunkte F der Fixsterne an. Dieses Spiel mit Punkten habe ich nötig, um in bezug auf die Punkte F den Verlauf der Richtungslinien E—S, E—P_1 E—P_2 . . . fixieren zu können, was mir, ins Reale übersetzt, den Stand der Sonne und Planeten in bezug auf den Fixsternhimmel in Winkelmaß eventuell vorauszubestimmen gestattet und mir überhaupt eine Art Übersicht über den Verlauf der Dinge gewährt. Man kann aber, wie es unsere Figuren erläutern, diese geometrische Übersicht z. B. auch so gestalten, daß der Bildpunkt der Sonne nicht unbeweglich im Koordinatenanfangspunkt gelassen wird, sondern ebenfalls mit einer geometrischen Bewegung begabt wird. [Vgl. die Tafel XII «System mit gemeinsamer Bahn für die Bildpunkte von Sonne und Erde».] Man kann das Bild, sei es nun das ptolemäische, das kopernikanische oder ein anderes, stets so gestalten, daß es den Beobachtungsdaten gerecht wird. Es frägt sich bloß, was durch das Bild ausgedrückt werden soll. Nun benützen Newton, Kant und ihre Mitläufer das Kopernikanisch-Keplersche Bild, um Verstand, Gefühl und Willen des Menschen für die Idee eines Welt-Mechanismus zu gewinnen, damit der Mensch im Sinne dieser Idee die Welt anschaue, seine Stellung darin beurteile und danach handle; das liegt im Sinne ihrer wissenschaftlichen Darlegungen, mögen sie daneben zwar immer noch an privaten ethischen und religiösen Anschauungen festhalten. — Die Art aber, wie sie das Kopernikanische Bild erkenntnismäßig ausdeuten, ist nicht bindend, nicht verpflichtend: Denn Newton denkt sich zu den geometrischen Konfigurationen Kräfte hinzu, die er als ganzer Mensch in der Art, wie sie sein Denken postuliert, im Kosmos draußen nicht erlebt: oder hat denn er, oder irgendein Sterblicher die „Anziehung", den „Zug" gespürt, welche die materiell gedachte Sonne gegenüber den materiell vorgestellten Planeten ausüben soll?

Kant geht noch weiter: Er denkt zur geometrischen Konfiguration eine ganze Entwicklungsgeschichte hinzu, indem er die geometrischen Punkte als Abbilder stofflicher Kugeln postuliert und sich einen mechanischen Vorgang aussinnt, wie man durch das Zusammenspiel vieler kleiner Stoffteilchen Verdichtungen zu kugeligen Körpern erhalten hatten, die sich dann noch in bestimmter Weise bewegen. Und das, was er sich da ausdenkt — heutigen Tages stellt man das Gedachte in der handgreiflichen, brutalen Form von technischen Konstruktionen, genannt „Planetarien", hin — soll ein Bild der Weltentwicklung und der gegenwärtigen Weltverfassung sein. Es ist aber ein richtiger materialistischer Roman, gedichtet mit Hilfe jener geometrischen Kreise, die das Maschinenhafte, Tote kennzeichnen. Diese Kreise oder Ellipsen mögen

gut sein zu gewissen Rechnungen; aber ist deshalb der Kosmos eine Maschine, wenn es mir gelingt, gewisse kosmische Raumverhältnisse durch maschinenhafte Modelle oder solchen entsprechende geometrische Konfigurationen zur Darstellung zu bringen? Ist etwa dadurch der Beweis erbracht, daß der Mensch eine bloße Maschine ist, wenn ich seinen Gang, die Bewegungen seiner Arme und Hände, seine Gesten, seine Mienen durch bewegliche Puppen mit beweglichen Masken notdürftig nachahmen kann, wenn ich den Homunkulus fabriziere? Genug dieser Unmenschlichkeiten haben wir! Wir müssen den Kosmos nicht wie eine Maschine, sondern wie einen lebendigen, sich entwickelnden, beseelten Organismus anschauen lernen und uns selber als ganze Menschen als lebendige Abbilder dieses großen Weltorganismus. Das Bewußtsein seines Zusammenhanges mit dem Kosmos muß sich der Mensch erringen, damit er sich selbst und seine wahre Stellung in der Welt erkenne. Aber mit einer Maschine kann der Mensch keine Verwandtschaft fühlen: einer Weltmaschine kann er sein Dasein nicht verdanken. Nur eine wahre Wissenschaft vom Lebendigen, Seelischen und Geistigen, wie sie in der Anthroposophie Rudolf Steiners verkörpert ist, stellt uns den Kosmos in seiner eigentlichen organischen und seelisch-geistigen Verfassung dar. — Kant hat die Weltentwicklung so dargestellt, als ob sie zustande käme durch gegenseitige Anziehung toter Stoffteile, durch deren mechanisches Sichaneinanderlagern, Sichverdichten zu größeren Stoffklumpen usw., und die neuere „Kosmogonie" denkt sich noch eine Menge chemischer Prozesse hinzu. Die „Nebularhypothese" eröffnet das vorgestellte Weltendrama etwa mit dem gedachten Zusammenstoß zweier Weltkörper, wodurch ein Wirbel entstehe, aus dem dann das neue System nach und nach herausgewirbelt werde. Auf jeden Fall rechnet die materialistische Dartsellung immer mit äußeren Anstößen, äußerlichem Zusammentreten, mit toter Materie.

Aus hellseherischer Erkenntnis heraus hat demgegenüber Rudolf Steiner in seinem Buche «Die Geheimwissenschaft» den wirklichen Gang der Weltentwicklung dargestellt, jene des Menschen inbegriffen. Und da zeigt sich, daß sich diese Welt nicht wie ein Aggregat von toten Stoffteilen verhält, sondern wie ein sich innerlich differenzierender Organismus, wie eine sich teilende Urzelle: Im Laufe der Entwicklung sondern sich aus einer zunächst ein einziges System bildenden urtümlichen Struktur jene speziellen Kräftebereiche heraus, die wir heute als die eigenartigen Kräftesphären der Erde, der Sonne, des Mondes und der Planeten bezeichnen. Es ist organische Differenzierung, nicht mechanische oder chemische Aggregation oder ein sonstiges Spiel bloß physikalisch-chemischer Faktoren.

Und dieses so entstandene kosmische System erhält sich selbst, reguliert sich selbst wie ein selbstgenügsamer Organismus. Man denke bloß an die eine Tatsache, wie uns die Sonne seit Jahrtausenden ihre strahlenden Kräfte spendet: da muß ein kosmischer Kreislauf dieser Kräfteströme sein, ähnlich dem Blut im menschlichen Organismus, wenn alles sich erhalten soll. Der Kosmos muß gleichsam eine feste Außengestaltung haben, innerhalb der sich der Lebensprozeß abspielt, ähnlich wie die Haut dem menschlichen Leib seine Eigenwärme erhält.

Nun zeigen die seit Jahrtausenden in ihren gegenseitigen Lagen beinahe festbleibenden Fixsterne, daß sie in eine übersinnliche Kräftekonfiguration eingebettet sind, die relativ so fest ist wie die menschliche Gesamtgestalt im Verhältnis zu den innerlichen wechselvollen organischen Prozessen und Stoffwechselvorgängen. Im Kosmos haben wir nun, eingebettet in die feste Außengestaltung, ebenfalls bewegliche und veränderliche Kräftesphären, die für die äußere Anschauung sich kundgeben durch die wandernden Lichtmarken der Sonne und Planeten, die ja ständig ihren Ort gegenüber den Fixsternmarken verändern. So wie der Mensch seine innerliche Blutzirkulation und sein Atmungsleben hat, so der Kosmos den periodischen Jahreslauf Sonne—Erde und die Umläufe der Planeten.

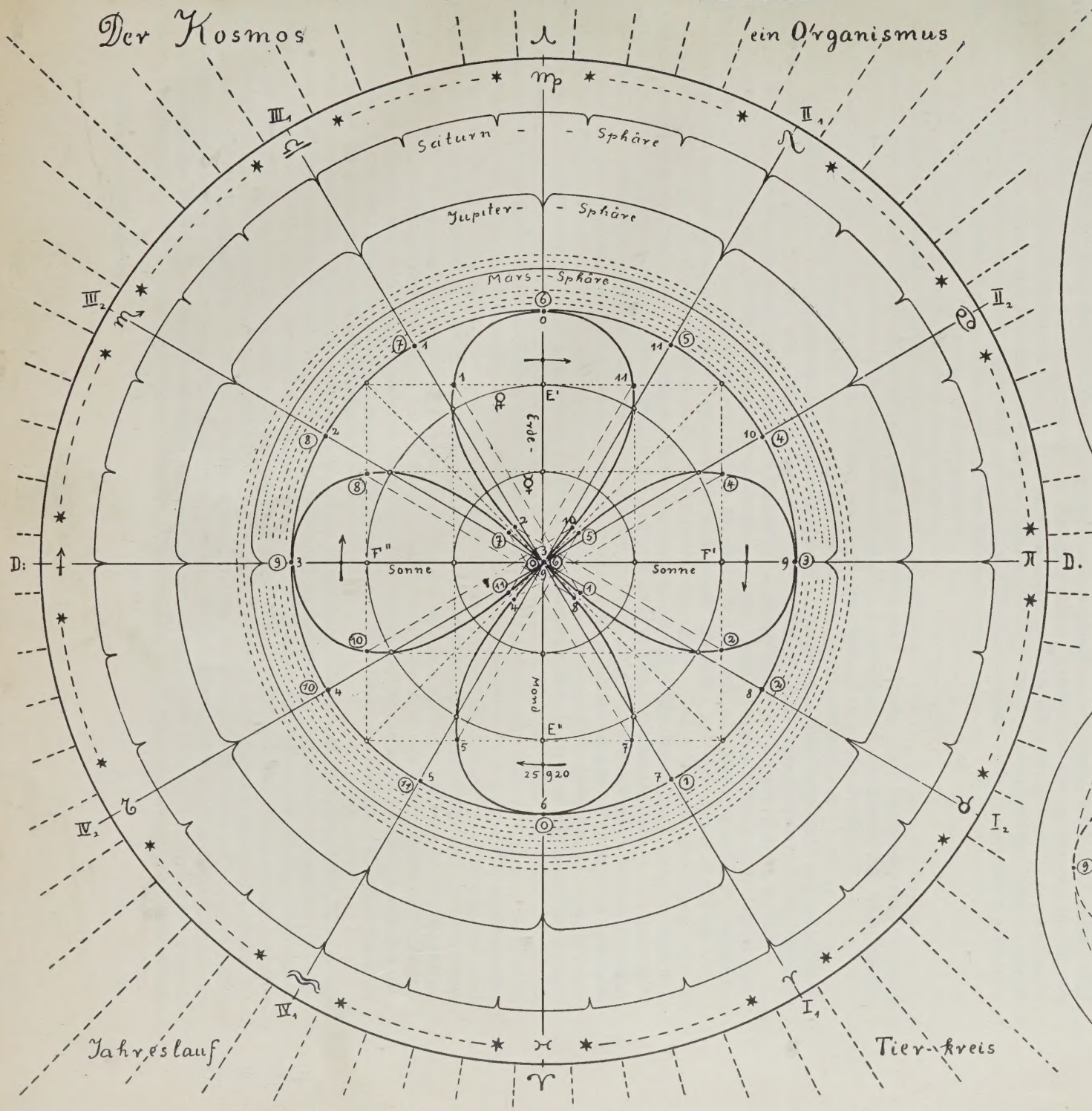
Es wird sich noch zeigen, daß dieser Kosmos organische Rhythmen hat, nicht maschinelle!

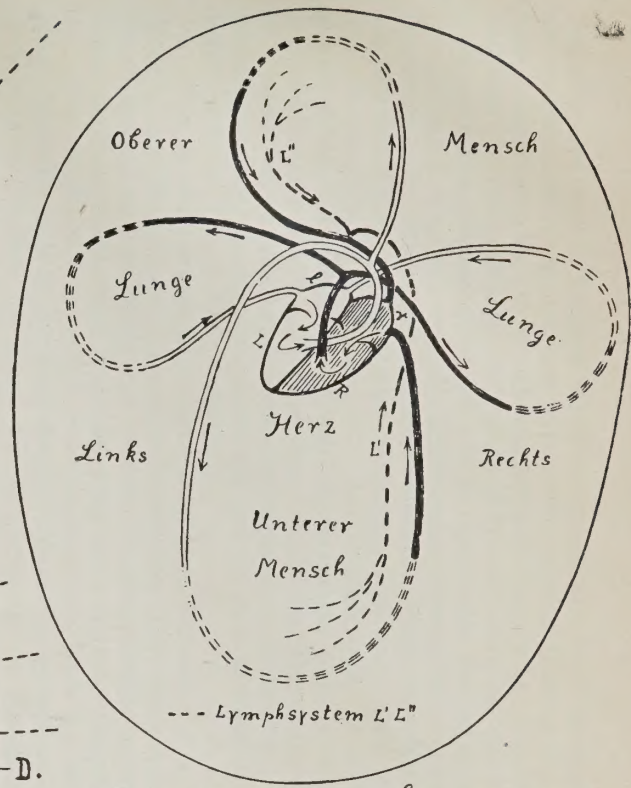
Sehen wir zuerst noch hin auf die Gesamtgestalt dieses Kosmos: sie erscheint uns wie eine riesige, kugelige Zelle mit einer festen Umhüllung oder mit einem festen Gerüst, das durch die Konfiguration der Fixsterne angedeutet wird. Wir haben in diesem Buche erläutert, wie diese Konfiguration am besten durch Punkte auf einer Kugelfläche versinnlicht werden kann. Alles andere ist ja geometrische Spekulation und hat als Ausgangspunkt stets die Kugelfläche. Von der Kugelmitte aus werden dann gewöhnlich die Punkte auf der Kugelfläche in den Raum außerhalb der Kugel projiziert, und es werden nach geometrischen Regeln irgendwelche Punktverteilungen in diesem Bildraume vorgenommen: Aber alles das repräsentiert uns wie die Kugelfläche selbst nur ein festes Form-Bild der Fixsternwelt, wohlverstanden ein bloßes Bild, bei dem aber das Wesentliche die Form ist. Das ist eigentlich dasjenige, was all diesen geometrischen Spekulationen über den Bau der Sternenwelt noch als Reales zugrunde liegt: Es wird noch dunkel gefühlt, daß die Fixsternsphäre eine Sphäre der Formen-Kräfte ist, aber es wird nicht durchschaut, wie diese Formensphäre diejenige eines Organismus ist.

Es handelt sich darum, zu begreifen, daß der erscheinende Kosmos als Ganzes nur einem Organismus vergleichbar ist. Nun hat ein Organismus eine während gewissen Zeiten seines Lebens relativ fest bleibende Form und Gestaltung, welche eine Summe von periodisch sich wiederholenden inneren Vorgängen umschließen; und diese Vorgänge sind nicht ein bloß äußerliches Aggregat von physikalischen und chemischen Vorgängen, sondern sie sind geordnet in räumlichen Bezirken und in zeitlicher Folge, gemäß einer Idee, die die Realisierung des Organismus bezweckt, und welche sich die rein physischen Vorgänge und das Stoffliche mit Hilfe überphysischer Bildekräfte dienstbar macht, um die Gestaltung, die Funktionen und die Entwicklung des Organismus zu bewirken.

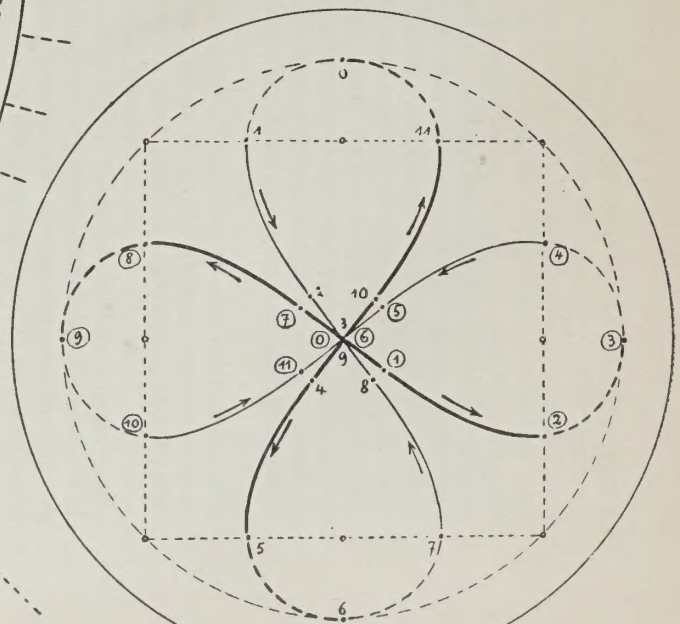
Im Kosmos weist nun auf die relativ festbleibende, alles durchdringende Gesamtform die wenig veränderliche Gestaltung der Fixsternwelt hin. Man muß die Fixsterne auffassen als Lichtmarken in einem übersinnlichen Kräftefeld. Nur zum Vergleich, nicht um über die Natur dieser Kräfte etwas auszusagen, denke

Der Kosmos ein Organismus





Blutströmungen in Lemniskatenform.



man etwa an ein verzweigtes elektro-magnetisches Feld, innerhalb welchem, durch gewisse Kräftebegegnungen an bestimmten Stellen, einzelne elektrische Lichter aufleuchten. — Qualitativ aber ist die kosmische Gesamtform, welche eine bestimmte Anordnung der Bahnen der Planeten, der Sonne, des Mondes und eine bestimmte Stellung der Erde bedingt, nur vergleichbar der Bilde-Kräfte-Form eines lebendigen Organismus, die ihn und seine einzelnen Organe gestaltet und in bestimmte Beziehungen zueinander setzt. — Im Innern eines Organismus sind nun als wesentliches Kennzeichen seiner tätigen lebendigen Kräfte Strömungslinien bestimmter Art für die kreisenden, nährenden Säfte ausgebildet, z. B. die Blutbahnen. Im Kosmos können wir nun als solche Strömungslinien lebendiger Kräfte die Bahnen der Sonne, der Planeten und der Erde ansehen.

Es war Rudolf Steiner, der in neuerer Zeit in seinen astronomischen Vorträgen stets darauf hingewiesen hat, daß man insbesondere das Stellungs- und Bewegungsverhältnis Erde—Sonne nur dann lebendig erfassen kann, wenn man die Funktion und Bildung des menschlichen Blutkreislaufes sich zum Vorbild nimmt. Also nicht äußere mechanische Impulse, nicht tote, zentrierende Gravitationskräfte im Sinne Newtons, sondern ätherisch-organische Kräfte haben wir uns als den wesentlichen Faktor im Wechselverhältnis der Sonne zur Erde (und den Planeten) zu denken.

Was in der vorliegenden Figur gezeichnet ist, soll nur ein geometrisches Symbol und nicht einfach eine Photographie kosmisch räumlicher Verhältnisse sein, um das Empfinden für die wahre Natur der kosmischen Kräfte zu wecken. Da diese Kräfte organischer Art sind, muß als lebendig-geometrische Form die Lemniskate und nicht der tote Kreis oder die Ellipse gewählt werden.

Man denke sich zunächst den Bildpunkt der Erde im Zentrum der Figur. Der die beiden Lemniskaten umschließende Kreis sei ein Bild der jährlichen Sonnenbahn in bezug auf den Tierkreis betrachtet, dessen Bild der äußerste Umkreis der Figur sei. Das vorgestellte Wandern eines Punktes auf dem erstgenannten Kreise sei angedeutet durch die zwölf Stationen ⓪—⑪. Die Richtungslinie von der Kreismitte durch je einen solchen Stationspunkt soll hinweisen auf die mittlere Stelle des zugehörigen figürlichen Tierkreisbildes. Den zu diesen Bildern gehörigen Zeichen sind auch beigesetzt jene römischen Ziffern mit Index 1 oder 2 und die vier Hauptmarken ♈ D. ♑ D: welche auch zu sehen sind auf den Tafeln:

«Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.»

«Himmelssphäre; Milchstraße; System des Äquators.»

«Kugelbild des Himmels. Milchstraße. System der Ekliptik.»

Damit haben wir zugleich auf die räumliche Lage der vorliegenden ebenen Figur in bezug auf die eben erwähnten Kugelfiguren hingewiesen; allerdings muß man in allen jenen Figuren die Ebene der Ekliptik als das hauptsächlichste figürliche Element sich denken, so wie es anschaubar zeigt die Tafel:

«Kopernikanisches Vorstellungsbild; Äußerer Planet; Erdbahn.»

Die Strahlen, die in der vorliegenden Figur vom Umkreise ausgehen, sollen hindeuten auf jenes übersinnliche ätherische Bilde-Kräfte-Feld, das die Gesamtform des kosmischen Organismus bedingt, und für welches die Lichtmarken der Fixsterne in ihrer gegenseitigen Konfiguration der äußere Ausdruck ist.

Worauf es nun an dieser Stelle insbesondere ankommt, das ist, ein Empfinden zu bekommen dafür, daß im jährlich-periodischen Wechselverhältnis der Sonne zur Erde Kräfte von ähnlicher Art walten, wie jene, welche dem Blut seinen lebendigen Charakter verleihen und dessen Kreislauf im Organismus bewirken.

In bezug auf den Blutkreislauf hat nun Dr. Steiner stets das eine vor allem betont: Das Herz — man kann das embryologisch verfolgen — ist nichts weiter als das Ergebnis der Blutzirkulation; es wirkt nicht wie eine Pumpe, die das Blut durch den Leib treibt, sondern es wird bewegt von der Blutzirkulation, die ein in sich Lebendiges ist. Das heißt: das Blut wird nicht einfach bewegt von mechanischen oder chemischen oder sonstigen physischen Kräften, sondern von Kräften solcherart, die im Sinne der Geistesforschung Rudolf Steiners überphysisch-ätherischer Natur sind, die nicht irdisch sind, sondern das Lebendig-Sonnenhafte im menschlichen Organismus. Wir haben also im Blute das Irdisch-Stoffliche, das vom ätherisch-saugenden Sonnenhaften bewegt wird, in bestimmten Strömungslinien, den Blutbahnen, die man morphologisch und mehr noch funktionell mit lemniskatischen Schleifenlinien vergleichen kann. Insbesondere läßt sich das Funktionelle des menschlichen Blutkreislaufes im wesentlichen durch eine Doppel-Lemniskate skizzieren, so wie es unsere Figur «Blutströmungen in Lemniskaten» darstellt. Es ist nur eine ganz schematische Darstellung, die den Verlauf so darstellt, daß man den Menschen von der Rückseite betrachten würde, was durch die Lage der Herzfigur angedeutet ist. Von der linken Herzkammer L geht das Blut in die aufsteigende Aorta, welche dann umbiegt und von der Umbiegungsstelle Arterien nach dem oberen Menschen, den Kopf und den Armen entsendet; diese verschiedenen Arterien wurden figürlich-funktionell durch einen einzigen aufsteigenden Ast angedeutet; ebenso verzweigt sich der absteigende Ast der Aorta, indem er Arterien abgibt, die nach der Leber, nach den Nieren, nach den Därmen gehen, andere, die nach den unteren Gliedmaßen gehen.

Vom oberen und vom unteren Menschen strömt dann das venöse Körperblut auf getrennten Wegen zur rechten Herzkammer r zurück. Dieser Körperkreislauf, in den die Aufnahme bzw. die Ausscheidung des spezifisch Irdisch-Stofflichen in den Stoffwechselorganen eingeschaltet ist, stellt uns nun funktionell die eine Lemniskate dar: In der Figur rechts unten sollen die stark ausgezogenen Äste 10—11 und 4—5 hinweisen auf die von der linken Herzkammer L ausgehende in aufsteigende und absteigende Aorten sich verzweigende Blutströmung; die schwächer ausgezogenen Äste 1—2 und 7—8 sollen die zur rechten Vorkammer r führenden Venen andeuten. — Die andere Lemniskate wird uns nun funktionell durch den Lungenkreislauf gegeben. Von der rechten Vorkammer gelangt das Blut in die rechte Herzkammer R, von hier in die sich lemniskatisch verzweigende Lungenarterie. Von den Lungen wird es auf mehreren getrennten Wegen in die linke Vorkammer l zurückgeführt, wobei

wir diese Wege figürlich-funktionell zu je einem einzigen lemniskatischen Zweige vereinigt uns denken. Dieser Lungenkreislauf ist in der unteren Figur schematisch durch die wagrechte Lemniskate dargestellt: die starken Äste ①—② und ⑦—⑧ sollen hinweisen auf die von der rechten Herzkammer nach den Lungen hingehenden Strömungen; die schwächeren Äste sollen die von den Lungen nach der linken Vorkammer zurückkehrenden Strömungen andeuten. — In diesem Lungenkreis tritt das Blut mit der Luft in Beziehung; durch den warmen Atem wird auch eine Verbindung geschaffen zwischen der Eigenwärme des Körpers und jener in der Luft, und wiederum ist die Sauerstoffatmung notwendig zur Erzeugung der Eigenwärme. Nun sind Luft und Wärme als Hüllen um die Erde herumgelagert und, im Gegensatz zu den festen und flüssigen Teilen der Erde, die in unser Stoffwechselsystem hereinspielen, mehr den äußerlich-sonnenhaften Strahlungen untertan. Während also das Blut durch den Körperkreislauf, in den das Stoffwechselsystem eingeschaltet ist, mit dem Spezifisch-Irdischen in Beziehung tritt, kann man sagen, daß es durch den Lungenkreislauf mehr mit dem Äußerlich-Sonnenhaften in Beziehung kommt. — Beides aber spielt wiederum ineinander, und in bezug auf das Nicht-Äußerliche sondern Wesenhafte können wir sagen: das Stoffliche des Blutes, welcher Art es auch sei, repräsentiert das Wesenhaft-Irdische im g a n z e n Kreislaufe; und wiederum die innere Lebendigkeit des Blutes, die ihm im ganzen Kreislaufe die Bewegung verleiht, ist das Ätherische, das Wesenhaft-Sonnige. Dieses Ineinanderspielen wird nun in geometrischer Symbolik durch die Strömungen und ihre Richtungen längs den Ästen der beiden Lemniskaten in der Figur rechts unten dargestellt. Es verbindet sich nämlich immer eine „Lungenströmung" mit einer „Körperströmung"; so eilt z. B. die Strömung ⓪—①—②—③ voran, und es folgt nach auf einem Zweige der andern Lemniskate die zum Herz hinziehende Strömung 0—1—2—3, die mit der erstgenannten zu einer Art ä t h e r i s c h e r Einheit verbunden erscheint —; wohlverstanden, wir sprechen nicht von physischer Einheit, sondern von einem mehr ätherischen Zusammenhang, der durch das Herz vermittelt wird. — Eine andere vorangehende Strömung ist z. B. durch 3—4—5—6 gegeben; und die zugehörige nachfolgende ist in diesem Falle ③—④—⑤—⑥.

Unter den verschiedenen Säftezirkulationen im menschlichen Organismus nimmt nun offenbar der Blutkreislauf die bedeutungsvollste zentrale Stellung ein. Und die innere Bewegungskraft, welche diesen Kreislauf bewirkt, ist das Innermenschlich-Sonnenhafte. — Im K o s m o s draußen haben wir nun dementsprechend als bedeutungsvollste Zirkulation von Kräften den jährlichen Umlauf der Sonne im Tierkreis — zunächst geozentrisch — beurteilt; dadurch wird ja ein solches Wechselverhältnis der sonnenhaften Kräfteströme zum ganzen Planetensystem und insbesondere zur Erde geschaffen, daß deren wässerige Hülle, deren Lufthülle und Wärmehülle ihre jährlich-periodischen meteorologischen Bewegungen und Zirkulationen ausführen. — Zur bildhaften Charakteristik dieses jährlichen Wechselverhältnisses der Sonne zur Erde, das wie eine Zirkulation von ätherischen Kräften erscheint, muß es gestattet sein, die Hauptströmungslinien des menschlichen Blutkreislaufes zu verwenden, weil ja die Blutbahnen sich ebenfalls unter dem Einfluß ätherischer Kräfte gestalten. Wenn also im menschlichen Organismus die ätherisch-saugenden Kräfte im Verhältnis zu dem von ihnen bewegten Stofflichen des Blutes sich in einer Art von lemniskatenähnlichen Schleifenlinien als Bahnform ausleben, so muß in einem ähnlichen Verhältnis im Kosmos gedacht werden die ätherisch-saugende Wesenheit der Sonnenkräfte gegenüber der stofflichen Erde; und dieses Verhältnis läßt sich nicht charakterisieren weder durch einen einfachen Umlauf der Sonne um die Erde im ptolemäischen Sinne, noch durch einen Umlauf der Erde um die Sonne im kopernikanischen Sinne. Dr. R u d o l f S t e i n e r hat in seinen astronomischen Vorträgen stets betont: „Statt abstrakte Linien zu zeichnen, sollte man in den Menschen hineinschauen; dann würde man innerhalb seiner Haut dasjenige finden, was außerhalb im Himmelsraum ist." „Und dasjenige, was vom Herzen aus durch den Körper geht oder eigentlich vom Körper aus zum Herzen geht, das ungefähr, so unregelmäßig es eigentlich ist, das i s t in Wahrheit ähnlich den Bewegungen, die mit dem Sonnenlauf zusammenhängen." „Dasjenige, was innerhalb unserer Haut liegt, ist nichts anderes als das Spiegelbild des äußeren Weltorganismus." Ich habe versucht, diesen Andeutungen des Geistesforschers entsprechend auf eigene Verantwortung hin ein geometrisches Bild zu gestalten, das wenigstens zu einem Empfinden verhelfen möchte, wie sich die wahren kosmischen Tatbestände verhalten. Das, was gezeichnet ist, ist zwar ein geometrisches Symbol — nicht einfach eine Photographie kosmisch-räumlicher Verhältnisse —, aber dieses Symbol ist nachgebildet innermenschlichen, organischen Verhältnissen, die von qualitativ-ähnlichen Kräften bewirkt werden, wie jene, die im Jahreslauf der Sonne und Erde walten. Der Mensch aber als solcher ist eine Wahrheit, eine Realität, die herausgeboren wurde aus dem großen Weltenorganismus.

Es wurde gesagt, daß wir uns die Hauptfigur zunächst als ein geozentrisches Bild denken können: der Mittelpunkt der Figur wäre dann der Bildpunkt der Erde, und der die beiden Lemniskaten umschließende Kreis mit den Stationen ⓪—⑪ eines auf ihm herumlaufenden Punktes — der Bildpunkt der Sonne — ein figürlicher Hinweis auf den Jahreslauf der Sonne in bezug auf den Tierkreis. Wir können aber diesen Kreis auch als ein kopernikanisches Bild des gedachten jährlichen Laufes der Erde um die Sonne ansehen, wobei jetzt die Zahlen 0 1 2 3 . . . . . 11 die Stationen des auf dem Kreise herumlaufenden Bildpunktes der Erde andeuten, während der Bildpunkt der Sonne in der Mitte der Figur zu denken ist. Nun kann man sich sagen: Sowohl das ptolemäisch-geozentrische Bild wie das kopernikanische ist eine Einseitigkeit. Denn ersteres, wo nur das Sonnenhafte kreisend gedacht wird, verhält sich gerade so, wie wenn man im menschlichen Organismus sich etwa bloß den Lungenkreislauf in lebendigem Fluß denken wollte. Wiederum das kopernikanische Bild, wo bloß das Irdische zirkulierend gedacht wird, möchte sozusagen bloß den Körperkreislauf des Menschen mit den eingeschalteten Stoffwechselprozessen anerkennen. — A b e r i n W a h r h e i t g r e i f e n d i e b e i d e n K r e i s l ä u f e i n e i n a n d e r, s i n d ä t h e r i s c h z u e i n e r E i n h e i t v e r b u n d e n, u n d

so müssen wir uns auch im Kosmos den Jahreslauf des Sonnenhaften und Erdenhaften miteinander verbunden denken. Nicht bloß die Sonne bewegt sich oder die Erde bewegt sich, sondern beide bewegen sich, und zwar wesenhaft in derselben Bahnform — sowie das Stoffliche des Blutes eben in dieselben Bahnen wandelt, die durch die Strömungslinien der ätherischen Kräfte vorgezeichnet werden, mag auch äußerlich eine Trennung von Lungenblut und Stoffwechselblut da sein. Dem würde also im Kosmos entsprechen die äußerliche Zweiheit von Sonne und Erde, deren Zusammenhang und gemeinsame Bewegung aber von den gleichen ätherischen Kräften bewirkt wird.

Figürlich-symbolisch aber können wir diese übersinnlichen Verhältnisse — denn um solche, und nicht um gewöhnlich-anschaubare Raumesverhältnisse handelt es sich hier — etwa auf folgende Art zur Darstellung bringen:

Man denke sich den Bildpunkt der Sonne, statt wie im ptolemäischen Sinne auf einem Kreise wandernd, auf einer Lemniskate herumlaufend, die diesem Kreise einbeschrieben ist; in der Figur ist es die wagrechte Lemniskate, welche wir dem Lungenkreislauf zugeteilt haben, und die Wanderungsrichtungen sind entsprechend den Strömungsrichtungen in diesem gewählt. Dabei muß man sich den Mittelpunkt der Lemniskate — oder die nähere Umgebung dieses Mittelpunktes — durch eine Art ätherisch-gestaltetes Herz ersetzt denken, so daß die Strömung längs einem lemniskatischen Aste nicht so unvermittelt im Mittelpunkte der Lemniskate um je einen Winkel von 90^0 von seiner Richtung abgelenkt erscheint, um sich im anderen Ast fortzusetzen. [Vgl. die Darstellung der Strömungslinien in der Figur rechts unten.]

Entsprechendes ist zu sagen bezüglich der zweiten Lemniskate, die mit ihrer Achse senkrecht auf der ersteren steht. Auf dieser Lemniskate lassen wir einen Punkt herumlaufen — seine Stationen seien mit 0 1 2 . . . 11 bezeichnet —, den wir als den Bildpunkt der Erde ansehen wollen; ihm ist also zugeteilt jene Lemniskate im Schema des Blutkreislaufes, die auf den Körperkreislauf mit dem eingeschalteten Stoffwechsel hinweist. — Nun handelt es sich darum, einander entsprechende Bildpunkte (gleiche Ziffern!) auf den beiden Lemniskaten so zu kombinieren, wie es im Prinzip die Figur andeutet: Immer muß die Verbindungslinie zweier solcher Bildpunkte, z. B. die Linie I—① — parallel jener durch die Mitte der Figur gezogenen geraden sein, welche die Richtung angibt nach dem entsprechenden figürlichen Tierkreisbilde, wenn man die Zeichnung als geozentrisches Bild auffaßt. In der Figur wurden auf den Lemniskaten als Stationspunkte gewisse natürliche Punkte gewählt: zunächst der Kreuzungspunkt der Lemniskaten, der als ein viergeteilter aufzufassen ist, entsprechend dem vierteiligen Herz, und der eigentlich ersetzt gedacht werden muß durch die nähere Umgebung der Kreuzungsstelle der Äste, um deren Ineinandergehen — insofern sie kontinuierliche Strömungen bezeichnen — zu vermitteln.

Ferner wurden als Stationspunkte auf den Lemniskaten jene gewählt, wo sie von dem umschließenden Kreis tangiert werden. Zeichnet man in diesen Kreis das Quadrat ein, so sind die Halbierungspunkte der Quadratseiten die Brennpunkte F′ F″ bzw. E′ E″ der beiden Lemniskaten. Legt man den Kreis durch diese Brennpunkte, so sind auf diesem Kreise, je in einem Abstand von 30^0 von den Brennpunkten entfernt, Punkte der Lemniskaten gelegen mit folgender Eigenschaft: die Tangente durch je einen solchen Punkt an die Lemniskate ist ihrer Achse parallel. Nun wurden als Stationspunkte nicht diese Punkte gewählt, sondern die wenig davon entfernten, welche definiert sind als Schnittpunkte der Seiten des erwähnten Quadrates mit den lemniskatischen Ästen; und durch diese Punkte wurden dann stets *parallele Linien* zu jenen durch die Bildmitte gehenden Geraden gezogen, die einen Winkel von je 30^0 miteinander einschließen. Diese gestrichelten Linien haben dann mit den lemniskatischen Ästen in der Nähe der Bildmitte jeweils weitere Schnittpunkte gemeinsam, und diese wurden wiederum als Stationspunkte gewählt; hierbei war auch maßgebend der Umstand, daß die gestrichelte Verbindungslinie zwischen je zwei entsprechenden Stationspunkten beinahe dieselbe Länge hat wie der Radius des die Lemniskaten umschließenden Kreises, ein Verhalten, das für die Interpretation der Figur von Bedeutung ist.

Die Figur kann also folgendes Empfinden vermitteln: Das von der Erde aus gesehene Herumwandern der Sonne im Tierkreis (gesehen wird, genauer gesagt, nicht ein mechanisches Wandern der Sonnenscheibe, sondern ihre durch das Jahr hindurch verfolgbare wechselnde Koinzidenz mit verschiedenen Tierkreisbildern) ist aufzufassen als das perspektivische Scheinergebnis eines viel komplizierteren Tatbestandes; und dieser kann auch nicht einfach kopernikanisch interpretiert werden durch Vertauschung der Rollen, welche figürlich den Bildpunkten der Erde und Sonne zugewiesen werden, wobei wiederum das tote Bild des Kreises oder eine davon wenig abweichende Keplersche Ellipse herauskommt. Man muß vielmehr das Empfinden dafür bekommen, daß wir es im Kosmos mit komplizierten Strömungslinien ätherischer Kräfte zu tun haben, ähnlich denen im menschlichen Blutkreislauf; und daß von diesen Kräfteströmungen das äußere Stoffliche der Erde und die äußere Sonne so mitgenommen werden, wie die venösen und arteriellen Blutkörperchen von den lebendigen Kräften des Blutes; so wie man aber die arteriellen Blutkörperchen als gewisse Konzentrationspunkte der lebendigen Kräfte auffassen kann, so kann man auch in der äußeren Sonne einen Hinweis erblicken auf eine gewisse Konzentrationsstelle jener lebensätherischen Kräfte. Als kosmisches Herz aber müßten wir empfinden können eine Art Höhlung inmitten des von verschiedenen Imponderabilien erfüllten Gebietes des Planetensystems. Durch das menschliche Herz aber fließen beide Blutarten: Stoffwechselblut und arterielles oder Lungenblut. Dieses Verhalten können wir funktionell im Kosmos vorgebildet sehen, wo abwechselnd die Sonne und dann wiederum die Erde die Mitte des Systems passieren. (Bildhaft in der Figur angedeutet durch die Kreuzungsstelle der beiden Lemniskaten.) „Tatsächlich ist es so," sagt Dr. Steiner in seinem in Stuttgart 1921 gehaltenen und von mir publizierten astronomischen Kurs (Stuttgart 1925), „als ob in bezug auf die Planeten Erde und Sonne ihre Orte wechseln würden in bezug auf den Mittelpunkt."

Nun haben wir im menschlichen Organismus den Körperkreislauf des Blutes begleitend und mit ihm zusammenhängend das wichtige Lymphsystem, das ja dem Blute aus dem Stoffwechselorganismus das Nötige zuführt. Die Lemniskate des Körperkreislaufes kann also auch repräsentativ für das Lymphsystem sein. Funktionell ist dieses Zusammengehen wiederum im Kosmos vorgebildet: Die Erde hat als Begleiter ihren Mond. Im Bilde müßten wir uns vorstellen, daß der Bildpunkt der Erde, während er auf der Lemniskate herumwandert, noch von einem anderen Punkte in seiner Nähe umkreist werde — 12 bis 13 mal —; und die Bahn dieses Punktes würde im Effekt eine die Lemniskate umwindende Schlangenlinie ergeben, aber wenig von dieser abweichend. So weist bildhaft hin die eine Lemniskate auf das Sonnenhafte, auf das rote arterielle Blut, die andere auf das Mondhafte, auf die weiße Lymphe, die sich die Waage halten *), wie im Kosmos Sonne und Mond. Daß ihre Scheiben von gleicher Größe erscheinen, die sich bei Sonnen-Finsternissen wie aufeinandergepaßt darstellen, ist kein Zufall, sondern ein Hinweis auf ihre organische Verbundenheit.

[*) Anmerkung. Professor Tigerstedt berichtet in seinem «Lehrbuch der Physiologie des Menschen», Leipzig 1915, I. Band. S. 490—491, daß die im Laufe von 24 Stunden durch den Brustgang strömende Lymphe eine Flüssigkeitsmenge darstelle, die etwa ebenso groß sei wie die Blutmenge selbst.]

Nun wird beim Menschen die bis jetzt betrachtete Blutzirkulation eingefaßt und umfaßt durch die Atmungsorganisation. Dabei ist es ja so, daß diese die erstere in gewisser Hinsicht regulieren, beeinflussen kann. Im Mittel kommen auf einen Atemzug — Einatmen oder Ausatmen — beim ausgewachsenen Menschen etwa vier Pulsschläge; für eine volle Atemperiode hätten wir demnach das Verhältnis 1:8. Dieses konstante Verhältnis aber bildet sich erst etwa vom 25. Lebensjahre an aus, während es für den jüngeren, lebendigeren Menschen ein labileres ist, indem da die Zahl der Pulse auf eine volle Atemperiode zwischen 7 und 8 schwankt. [Vgl. die statistischen Angaben bei Tigerstedt.] Diese Verhältnisse finden wir nun funktionell wieder im Kosmos vorgebildet. Da haben wir als eine die Sonnen-Erden-Sphäre umschließende mächtigere Sphäre, jene des Mars. Was uns als physische Marsscheibe erscheint, ist im Sinne der Forschungen Rudolf Steiners nur als eine Konzentrationsstelle von Kräften zu betrachten, die eine mächtige Sphäre umfassen, und welche das ganze Planetensystem und die Erde durchdringen. Das Wandern der Marsscheibe deutet auf eine Konstellationsänderung der ganzen zugehörigen Sphäre hin. [In unserer Figur ist das Bildgebiet dieser Sphäre durch die gestrichelten Kreise angedeutet; man muß aber die Einflußsphäre dieses Gebietes auch in dem von ihm umschlossenen Innern der Figur sich denken.] Nun beträgt die mittlere Umlaufszeit des Mars im Tierkreis etwa 688 Tage oder 1.88 Jahre, das heißt, wir haben nicht ganz das Verhältnis 1 : 8, wenn wir uns ein Jahr in vier Teile zerlegt denken und das Vierteljahr als Zeiteinheit nehmen. Zudem hat Mars bekanntlich einen ziemlich unregelmäßigen Umlauf mit einer großen rückläufigen Bewegung. Kurz, er nimmt sich gegenüber dem regelmäßigen Sonnen-Jahreslaufe so selbstherrlich aus, wie sich etwa unsere Atmung gegenüber dem Pulsgange selbstherrlich ausnimmt. Denn unsere Atmung läßt sich gut beeinflussen vom Nervensystem aus, d. h. vom Seelisch-Geistigen des Menschen aus, die Tätigkeit des Herzens aber viel weniger. (Vom höheren Nervensystem aus durch den Vagus.) Nehmen wir also die vier Jahreszeiten mit den Schwankungen in der Dunsthülle, der Lufthülle und Wärmehülle der Erde, welche bedingt werden durch das Wogen der ätherischen Kräfte im Wechselverhältnis Erde—Sonne, entsprechend den vier Pulswellen auf einen Atemzug im menschlichen Organismus: dann würde also der siderische Marsumlauf im Kosmos einer vollen Atemperiode entsprechen, d. h. er ist in einer gewissen notwendigen Beziehung zum Sonnenlauf zu denken, gerade wie ja die Vorgänge in einem wirklichen Organisms wechselseitig verbunden sind.

Nun glaubt man zwar gewöhnlich, man könne sich so eine Lichtscheibe wie den Mars einfach vom Himmel wegdenken, ohne daß da wesentliche Änderungen eintreten würden, abgesehen von geringfügigen „Störungen", die sich etwa im Umlaufe der andern Planeten bemerkbar machen würden. Aber diese Ansicht ist eine unhaltbare, weil sie nur mit dem physisch sichtbaren Körper Mars rechnet und nicht mit der ganzen dazugehörigen übersinnlichen Einfluß- oder Kräftesphäre.

Man denke zur Erläuterung an den menschlichen Organismus. Auch ihm gegenüber könnte sich ja ein oberflächlicher Betrachter sagen: Ich kann mir ganz gut vorstellen, daß die Atmung und Blutzirkulation gleichwohl vor sich gehen, auch wenn ich mir das Nervensystem oder einige Teile desselben fortdenke. Allein, der wirkliche Versuch lehrt ein anderes. „Schon Galen wußte, daß im obersten Teil des Rückenmarkes sich eine Stelle vorfand, deren Zerstörung die Atmung sogleich aufhob, und Le Galois (1812) zeigte, daß diese Stelle im Kopfmark lag." Und die Physiologie kommt zu dem Resultate, daß „das Kopfmark nicht allein für die Regulation der Atembewegungen eine sehr große Bedeutung hat, sondern daß es auch die koordinierte Tätigkeit der bei der Atmung mitwirkenden Muskeln als wirkliches Atmungszentrum unterhält." [Tigerstedt. Physiologie des Menschen. I 460.]

So funktionell ähnlich dem Kopfmark muß man sich auch die sichtbare Marsscheibe als den Hinweis auf ein kosmisches „Innervationszentrum" sich denken, dem eine mächtige Einflußsphäre, eben die alles durchdringende Marssphäre, zugehört; und das Zentrum dieser Sphäre darf man sich so wenig aus dem kosmischen Organismus herausgeschnitten denken, wie etwa jenes Atmungszentrum im Nervensystem, — ohne daß damit die Funktionen des Organismus, z. B. der jährliche Sonnenlauf, gestört oder unterbunden würden.

Beim Menschen müssen wir weiterhin seine Nerven-Sinnes-Organisation betrachten. Im Nervensystem und in den Sinnesorganen sind die Lebensprozesse gegenüber jenen im Blut- und Atmungs-

system verlangsamt. Schon äußerlich ist ja die Nervensubstanz gegenüber der Blutsubstanz eine viel totere Substanz: sie ist im abgestorbenen Organismus länger haltbar als die rasch zerfallende Blutsubstanz. Die langsamere Lebenstätigkeit im Nerven-Sinnes-System drückt sich ja auch in gewisser Hinsicht in unserem Seelenleben aus, nämlich in seinem Vorstellungs-Wahrnehmungsleben, für welches ja das genannte System die Grundlage ist. Betrachten wir dieses Vorstellungsleben im Verhältnis zum Gefühlsleben, welches dem Atmungs-Blutzirkulationsleben zugeordnet ist. [Vgl. Rudolf Steiners Buch «Von Seelenrätseln».]

Unsere Gefühle gehen gleichsam mit der Atmung und mit den Pulswellen fort; sie sind rasch verfließend, lassen sich nicht gut festhalten. Dagegen können wir gut unsere Vorstellungen, die eine Beziehung zum Leben des Nervensystems haben, und noch besser unsere Sinneseindrücke (z. B. beim Sehen, Tasten usw.) festhalten, können uns auf sie konzentrieren. — Solch verlangsamtes Leben ist funktionell ebenfalls im Kosmos zu finden, was sich kundgibt in den langsameren Umläufen von Jupiter und Saturn. Die äußerlich sichtbaren Lichtscheiben sind wiederum aufzufassen als Zentren großer übersinnlicher Einflußsphären, die das Planetensystem durchdringen, dirigieren, ähnlich wie das Nervensystem den ganzen Organismus funktionell durchdringt und seine Lebensprozesse leitet. — In unserer vorliegenden Figur sind die Begrenzungskreise der bildhaften Darstellungen dieser Sphären in 12 bzw. in 30 Abschnitte zerlegt, was andeuten soll, daß Jupiter zu seinem Umlauf im Tierkreis ungefähr 12 Jahre, Saturn ungefähr 30 Jahre ($29\frac{1}{2}$) gebraucht. Dieser langsame Saturn weist also gleichsam auf ein ersterbendes Leben an der Peripherie unseres Sonnensystems hin, ähnlich wie das Leben an der Peripherie unseres Organismus, in der Haut und in den Sinnesorganen, die ja beinahe toten physikalischen Apparaten vergleichbar sind, ein ersterbendes ist. — Im Sinne der Forschungen Dr. Steiners muß die Sphäre des Saturn als die in gewisser Hinsicht das engere Planetensystem begrenzende und abschließende angesehen werden, und ein Saturnumlauf im Tierkreis bedeutet also, daß eine Art Lebensperiode des kosmischen Systems abgelaufen ist. Die menschliche Organisation aber, wie sie sich im Laufe der Weltentwicklung herausgebildet hat, hat sich gerade in Anlehnung an dieses kosmische Leben gebildet, und sie bewahrt noch heute innerlich die Rhythmen, die sie einstmals auch äußerlich mit dem Kosmos mitmachte. So ist z. B. dieser menschliche Organismus, in Anpassung an die Saturn-Umlaufszeit, erst gegen das 28.—29. Jahr voll durchgebildet und ausgewachsen; den Beweis kann man auch statistisch erbringen an Hand der Wachstumstabellen. [Vgl. z. B. Quetelet. Soziale Physik. Verlag Fischer, Jena.] Das eben erwähnte Verhältnis zum Kosmos ist aber, wie gesagt, nicht als ein gegenwärtig funktionell wirksames aufzufassen, sondern als ein verinnerlichtes, im menschlichen Ätherleibe selbständig gewordenes. Es verhält sich hiermit gerade so wie der Rhythmus Wachen—Schlafen, dem wir unterworfen sind, und der gewiß ursprünglich in einem viel engeren Zusammenhang mit dem Tag—Nacht-Wechsel war als heute, wo wir uns nicht mehr genötigt fühlen, uns einfach mit dem Eintritt der Dunkelheit schlafen zu legen. Auch die 28-Tage-Periode im Geschlechtsleben des Weibes ist als solch verinnerlichter Rhythmus aufzufassen, der hinweist auf ein einstiges enges Verbundensein des Reifungsvorganges mit dem kosmischen Leben des Mondes und seiner Sphäre und ihrer Drehung in bezug auf den Tierkreis.

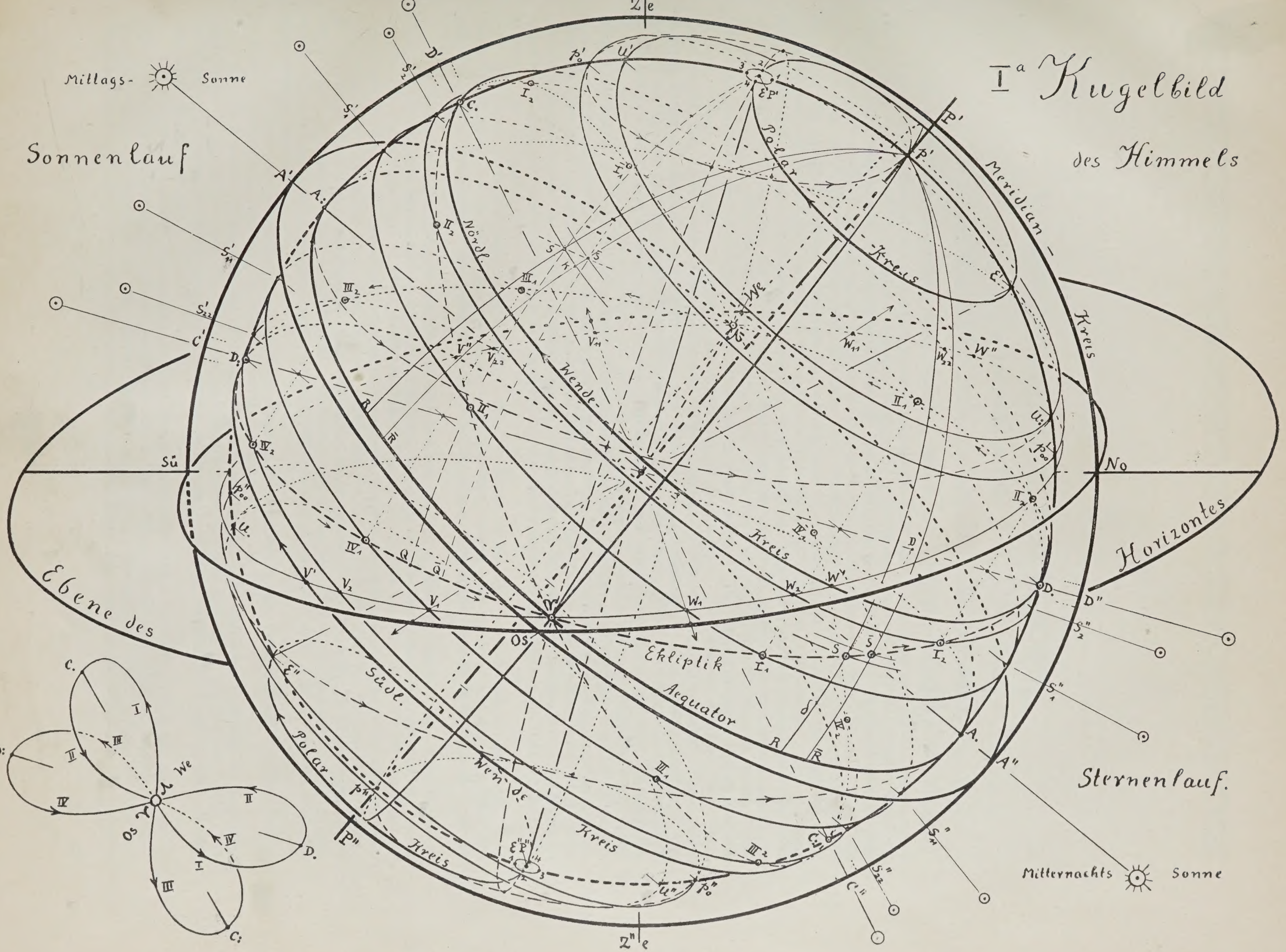
Wir müssen jetzt noch betrachten den eigentlichen Stoffwechsel-Organismus des Menschen. Für diesen sind typisch solche Organe wie die Leber und die Nieren, die ganz in den Blutkreislauf eingeschaltet sind. Sie sondern gewisse Stoffe ab, die Leber ihre Galle mehr nach dem Innern des Organismus hin, die Nieren ihre Harnprodukte mehr nach dem Äußern hin. Und zwar geschehen diese Absonderungen wie der Umlauf des Blutes stetig (damit verwechsle man nicht die nur von Zeit zu Zeit erfolgenden Entleerungen der Gallenblase und Harnblase), und bezeichnenderweise, wie die Physiologie nachweist, unabhängig vom Nervensystem, indem sich keine besonderen sekretorischen Nerven nachweisen lassen. (Tigerstedt. I. 396. 556.)

Dieses völlige Eingeschaltetsein wichtigster Stoffwechselorgane in den Blutkreislauf ist nun funktionell wiederum im kosmischen System vorgebildet durch das Verhalten der Planeten Merkur und Venus zur Sonne. Die äußerlich sichtbaren Lichtgestalten sind als Zentren weit ausgreifender Kräftesphären zu betrachten. Der Lauf dieser Zentren im Tierkreis ist aber eng mit dem Sonnenumlauf verknüpft; Merkur und Venus bleiben stets in relativer Nähe der Sonne, können nie, etwa wie Jupiter und Saturn, in Opposition zur Sonne kommen. — Fassen wir die vorliegende Figur als ein heliozentrisches Bild auf, so weisen die beiden inneren Kreise um die Bildmitte hin auf die Sphären von Merkur und Venus; und zwar stehen ihre Radien in einem *organischen* Verhältnis zu den Dimensionen der Lemniskaten, deren Umkreis den Radius 1 haben möge. Der Kreis durch die Brennpunkte der Lemniskaten hat dann nämlich den Radius $r = \sin 45^0 = 0.707$, und dieses r kann also als Radius des Bildkreises für Venus angesehen werden (gewöhnlich wird hierfür 0.72 angegeben). Als Radius des Bildkreises für Merkur wurde in der Figur $\frac{1}{2}$ r angenommen, was nicht sehr abweicht von dem gewöhnlich angegebenen *mittleren* Werte 0,38.

Zusammenfassend können wir sagen: Die von Dr. Steiner geisteswissenschaftlich begründete Lehre von der Dreiteilung der Tätigkeiten des menschlichen Organismus in Stoffwechselsystem, in Blutzirkulations-Atmungssystem und in Nerven-Sinnessystem findet sich deutlich funktionell vorgebildet im großen kosmischen System. **Dieser Kosmos muß als ein wirklicher Organismus aufgefaßt werden mit periodischen und zusammenhängenden Prozessen**; und sein wahres Abbild ist nicht eine Maschine, wie man es durch die heutigen Planetarien demonstrieren möchte, **sondern die organisch-verbundenen Funktionen des menschlichen Organismus sind das wahre Abbild des Makrokosmos. Nur ein Weltenorganismus kann den menschlichen Organismus geboren haben, nicht eine Maschine.** Für die äußere Beurteilung dieses kosmischen Systems als eines Organismus ist sein zahlenmäßiger Zusammenhang mit dem menschlichen Organismus von Bedeutung. Hier nur ein Hinweis noch. Die mittlere

Zahl der Atemzüge des Menschen pro Minute ist 18; also pro Tag, d. h. während die Erde einmal in bezug auf die Sterne rotiert, haben wir 24 · 60 · 18 = 25 920 Atemzüge und zu gleicher Zeit eine Summe von Stoffwechselvorgängen im Blutsystem, die täglich-periodisch sich wiederholen. Nun haben wir gesehen, daß wir ein Jahr mit seinen vier Jahreszeiten wie die Zeit eines kosmischen Atemzuges mit vier kosmisch-ätherischen Pulswellen ansehen können. Suchen wir jetzt nach dem großen kosmischen Tage, der seine 25 920 Atemzüge umfaßt, so finden wir dafür eben 25 920 Jahre, und das ist gerade die Periode der sog. Präzession. (Platonisches Jahr.) Vgl. Text zu den Tafeln Ia, IV. Während dieser Zeit durchläuft der Frühlingspunkt der Sonne den ganzen Tierkreis. Das kann man in vorliegender Figur so andeuten, daß man das Achsensystem der beiden Lemniskaten und damit diese selbst im Sinne der Pfeile rotieren läßt, und zwar gerade um 360°, während die Punkte auf den Lemniskaten 25 920 mal herumlaufen. So macht auch das kosmische Blutsystem täglich eine Umdrehung innerhalb s e i n e r Form — dem Fixsternhimmel.

Ia


I a Kugelbild
des Himmels
Sonnenlauf
Sternenlauf.
Mittags- Sonne
Mitternachts Sonne
Meridian - Kreis
Ebene des Horizontes
Nördl. Wende-Kreis
Südl. Wende Kreis
Polar Kreis
Polar- Kreis
Ekliptik
Aequator

Vorbetrachtungen zu den Figuren,

insbesondere zur Tafel Ia:

Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.

A. Vom Verhältnis des Menschen, seiner leiblichen, seelischen und geistigen Organisation zum Kosmos.

Zur irdischen Heimat des Menschen gehören nicht bloß Feld und Wald, Berg und Fluß, sondern auch die besonders geartete Stellung seines irdischen Wohnplatzes zur Sonne und zur Welt der übrigen Gestirne. Und so wie die Heimaterde, welche die Stoffe für die Ernährung, für das Brot liefert, wie die Heimatquellen, die Heimatluft auf die Konstitution des lebendig-leiblichen Menschen tiefgehenden Einfluß haben — also auch auf das damit verknüpfte Seelische, auf Charakter- und Gemütsanlagen —, so wirken auch auf den ganzen Menschen der in seiner Heimat besonders geartete tägliche und jährliche Rhythmus in den Erwärmungsverhältnissen und der Wechsel der Lichtfülle zu den verschiedenen Tages- und Jahreszeiten. Man denke an die Unterschiede zwischen den polaren Gegenden, den gemäßigten Gegenden und den tropischen Gegenden der Erde, an die Abhängigkeit der Stimmung der Menschenseele von diesen äußeren Verhältnissen; man denke an den Zusammenhang der irdischen Kulturstätten mit deren Lage auf der Erdoberfläche. Im wesentlichen ist es bei alledem das Stellungsverhältnis zur Sonne, das in Frage kommt. [Vgl. hierzu die nähere Charakteristik in dem Buche: «Astronomie in geisteswissenschaftlicher Beleuchtung». Nach einem astronomischen Kurs, gehalten von Dr. Rudolf Steiner, bearbeitet von Wilhelm Kaiser. Stuttgart 1925.] Aber auch andere, tiefer liegende Dinge, auf die in unserem Jahrhundert vor allem Dr. Rudolf Steiner von seiner hohen geistigen Warte aus aufmerksam gemacht hat, sind mit dem Stellungsverhältnis Erde—Sonne, Erde—Fixsternhimmel verknüpft. Denn dieses Verhältnis ist durchaus kein starres, gegebenes, sondern unterliegt — abgesehen vom Tageslauf der Gestirne und vom Jahreslauf der Sonne — nach allen menschlichen Erfahrungen und allen weisheitsvollen Einsichten zufolge einem großen Rhythmus. Der ganze Zyklus wird nach einer Angabe des Plato im „Timaios" das „platonische Jahr" genannt, umfassend 25 920 gewöhnliche Jahre. Die äußerlichen Kundgebungen dieses Rhythmus im Stellungsverhältnis der Sonne zu den Fixsternen und dieser zur Erde wurden bereits vom Astronomen Hipparch (etwa 144 v. Chr.) bemerkt, später von Ptolemäus in seinem «Handbuch der Astronomie» eingehend beschrieben und wurden auch von Kopernikus zu deuten versucht. [Vgl. Näheres im Text zur Tafel IV: «System der Ekliptik».]

An Hand der vorliegenden Figur werden wir die Dinge ihrem rein erscheinungsgemäßen Verlaufe entsprechend zu skizzieren versuchen. — Hingewiesen werde aber zunächst auf die dem Menschen naheliegenden Beziehungen, die sich äußerlich in Zahlen offenbaren. Wir haben nämlich: $360 \cdot 72 = 24 \cdot 60 \cdot 18 = 25\,920 = 12 \cdot 2160$.

In diesen Zahlenfaktoren stecken Leben und Tod des Menschen, Kultur, Entwicklung, Reinkarnation. Nämlich: 72 ist nach medizinisch-statistischen Angaben die mittlere Zahl der Pulsschläge pro Minute, 18 die mittlere Zahl der Atemzüge — beim ausgewachsenen Menschen; also ist $24 \cdot 60 \cdot 18 = 25\,920$ die Zahl der Atemzüge pro Tag. — Ferner können wiederum statistische Angaben belehren, daß 72 Jahre die mittlere obere Lebensdauer des Menschen sind, wenn man die große Kindersterblichkeit bei der Berechnung dieser Zahl in Abzug bringt. Es währt also das normale Menschenleben einen „großen Tag" (72 Jahre), von denen das „große Jahr" oder „Weltenjahr" 360 hat (nicht $365\frac{1}{4}$ wie das gewöhnliche Jahr). Dr. R. Steiner hat ferner in seinem Buche « Die Geheimwissenschaft im Umriß» (Leipzig 1920, bei Max Altmann. 7.—15. Aufl. S. 454) auf folgendes aufmerksam gemacht:

Als Reinkarnationsperiode kann in gewisser Hinsicht im wesentlichen der zwölfte Teil des großen Jahres, d. h. das Intervall von 2160 Jahren = $30 \cdot 72$ Jahre, gelten.

Da nun von den immer sich wiederverkörpernden Menschenseelen die Kulturentwicklung weitergeführt wird, so ist es begreiflich, wenn Dr. Steiner aussprechen konnte, daß jede der von ihm in seinem Buche « Die Geheimwissenschaft» beschriebenen Kulturperioden wiederum etwa den zwölften Teil des großen Jahres, also 2160 Jahre, umfasse.

Aber noch in anderer Weise ist die Menschennatur verknüpft mit jenen kosmischen Kräften, deren äußere Offenbarung der gegenseitige Stand der Gestirne an der Sphäre und der Stand dieser Sphäre über dem Heimat- und Geburtsort des Menschen ist: Dr. Steiner hat in seiner Schrift « Die geistige Führung des Menschen und der Menschheit» (3. Aufl. Dornach 1925) gezeigt, in welchem Sinne das Gehirn eines Menschen, der geboren

wird, ein Abbild jenes Himmelsraumes genannt werden kann, der über dem Geburtsort des Menschen liegt und welches der Kern und Wahrheitsgehalt dessen ist, was man das „Horoskop" eines Menschen nennt.

So trägt also der Mensch ein innermenschliches Verhältnis zu jener Kräfte- und Geisteswelt in sich, deren äußere Offenbarung die anschaubare Sphäre der Gestirne ist. Aber es kommt ihm nicht so ohne weiteres zum Bewußtsein. Er ist zu wenig aufmerksam auf sich selbst. Und so beachtet er gewöhnlich auch nicht jene etwa 18 Jahre umfassende Periode in seinem seelischen Leben, auf die wiederum Dr. Steiner in seinen Vorträgen zu Dornach hingewiesen hat: In jenen Nächten, die, von seiner Geburt an gerechnet, nach je etwa 18 Jahren wiederkehren, da öffne sich des Menschen Seele neuen Welten, da fließen neue geistige Ströme in sie. — Dieser Periode aber entspricht kosmisch ein gewisses, nach etwas mehr als 18 Jahren wiederkehrendes Verhältnis des Mondenganges in bezug auf die Fixsterne und die Erde; erscheinungsgemäß kommt dies zum Ausdruck in einer in dieser Periode wiederkehrenden Schwankung der ganzen Sphäre der Gestirne, von der festen Erde aus beurteilt; Bradley hat sie im 18. Jahrhundert aus Beobachtungen an Fixsternstellungen in bezug auf die Lotrichtung seines Beobachtungsortes erschlossen und sie einer Schwankung des Erdkörpers in bezug auf die Sphäre der Gestirne zugeschrieben. [Vgl. Text zur Tafel IV: « System der Ekliptik».] In der vorliegenden Figur hat diese von Bradley als „Nutation der Erdachse" benannte Erscheinung eine solche bildhafte Darstellung gefunden, die geeignet ist, auf die Beobachtungsdaten selbst unmittelbar hinzuweisen.

In bezug auf das Verhältnis des Menschen zum Kosmos aber beachte man noch folgendes: Gewiß mag in Urzeiten sein Rhythmus Wachen—Schlafen sich eng an den Rhythmus des Tag—Nacht-Wechsels angelehnt haben; er hat sich aber später gegenüber diesem Tag—Nacht-Wechsel verselbständigt — wir brauchen heute nicht mehr notwendigerweise mit der untergehenden Sonne schlafen zu gehen —, ist ein innermenschlicher Rhythmus geworden und gibt bloß noch ein Bild der äußeren Erscheinung. In diesem Sinne haben sich auch verselbständigt, verinnerlicht andere Rhythmen im menschlichen Leben, die ursprünglich kosmischen Ereignisfolgen parallel gegangen sein mögen, und jetzt bloß noch wie eine Art erinnerungsmäßiges Abbild auf dieses Kosmische hinweisen, wie z. B. die genannte achtzehnjährige Periode, die der Mensch ursprünglich viermal „ertragen" konnte, bevor er starb. (Es hängt damit auch die Sarosperiode zusammen, die Periode der Finsternisse.) So erinnert auch die heutige weibliche Periode von etwa einem Monat in der Reifung der Geschlechtszellen an den Mondengang, so erinnern andere Perioden im Menschenleben an die Planetenläufe.

B. Figürliche Darstellung des Sonnenlaufes im Tage und im Jahre, sowie des Sternenlaufes.

Der Mensch merkt wohl, daß die Tage und Nächte nicht alle gleich lang sind, daß die Auf- und Untergangsorte der Sonne wechseln, daß ihr mittäglicher Stand zu Weihnachten ein anderer ist als zu Ostern oder zur Johanniszeit im Sommer; daß zu Weihnachten um Mitternacht nach Süden hin andere Sternbilder zu sehen sind als etwa um die Mitternachtszeit an einem Frühlings-, Sommer- oder Herbsttage. Und er ist auch fähig, ein tiefes Mitempfinden mit all diesen Geschehnissen zu verbinden, in allem Kosmischen eine geheime Beziehung zu seinem Mensch-Sein zu entdecken. Aber dieses Empfinden ist dem heutigen Menschen gegenüber dem früheren beinahe verlorengegangen. Es besteht bloß noch im Intellekt und im Trieb, begrifflich zahlenmäßig, oder künstlerisch geometriemäßig in Bildern, die schöne Ordnung im Himmelsgange dem Begreifen und der Übersicht näherzubringen. Ja, was kosmisch ist, das muß erlebbar sein, und wär's auch bloß in der Bildgestaltung! Aber wie hilflos nimmt sich diese oft aus gegenüber der Überfülle der Erscheinungen! Man prüfe sich!

Daß die Sonne zum Unterhalte des Lebens auf der Erde notwendig ist, weiß jeder, und es wäre banal, das besonders zu betonen. Die übrigen Gestirne aber hält man schon für entbehrlicher. Ich möchte aber sagen: Wäre der Sternenhimmel auch nur dazu geschaffen, damit der Mensch im Aufblick zu seinem sinnlich-übersinnlichen Dasein sich nicht ganz im rein Irdischen verlöre, nicht ganz vom rein Stofflichen herabgezogen werde, damit er am Gang der Gestirne die Geometrie lerne, die Phoronomie, das Denken, das Schließen auf gesetzmäßige Zusammenhänge, die in der geordneten Folge der Erscheinungen sich offenbaren — dann hätte dieser Sternenhimmel wenigstens einen Teilzweck seines Daseins gegenüber der irdischen Bewohnerschaft und ihrer Höherentwicklung erwiesen. Denn das Durchdringen der Erscheinungen mit geometrischen Bildern, die der Geist selbst schaffen muß, damit sie die Seele hat, die der Seele nicht so zufließen wie die Sinneswahrnehmungen, denen gegenüber sie sich passiv verhalten kann: das liegt auf jener Linie, die diese Seele zu einer freiheitlichen, selbst geleiteten Entwicklung hinführt. Gewiß ist dieses mathematische Erfassen der Natur kälter und selbstloser als das gefühlvollere Erfassen in früheren Zeiten. Allein, es ist dennoch notwendig für die Seele, daß sie diesen Weg der kristallklaren Begrifflichkeit beschreite (sie braucht dabei nicht selbst kristallstarr zu werden!), um in innerer Freiheit über gewisse naturgegebene Bindungen hinauszugelangen. Das hat Rudolf Steiner oft betont, wenn er den Sinn der geistigen Menschheitsentwicklung darlegte: diese Entwicklung mußte hinausstreben über jenes instinktive Verbundensein des Menschen mit der Natur; der Mensch sollte lernen, in begrifflich-selbstloser Art die Naturerscheinungen zu erfassen, um schließlich der Natur gegenüber selbstschöpferisch sich betätigen zu können. Geometrie ist nicht d a s Mittel, aber ein Mittel unter andern, an dem die Seele innerlich sich bilden und disziplinieren kann. Und wir begreifen die Forderungen Platos, die er in seinem « Staat» bezüglich der Jugenderziehung aufstellt: Geometrie und Astronomie sollen nicht nur etwa ihres praktischen Nutzens wegen gelehrt werden, sondern wegen ihres inneren Wertes, da sie uns die Erkenntnis des wahrhaft Seienden vermitteln: Denn wie die Zahlenverhältnisse a b s o l u t e R e a l i t ä t haben, die wir erkennen, aber nicht selbst machen, so sind für Plato auch die räumlichen Beziehungen absolut bestehende Verhältnisse, die von uns erkannt werden; die Eigenschaften der körperlichen Gebilde erkennen wir ideell als Beziehungen zwischen geometrischen Elementen in einem absoluten Raume; denn was Plato I d e e nennt, ist nicht etwa eine will-

kürliche, subjektive Schöpfung des Menschengeistes, sondern hat auch ohne den erkennenden Menschen seine Realität. — In diesem platonischen Sinne möchte ich sagen: Die Mysterien der Kugelgeometrie sind wirklich objektiv am Himmel verzeichnet, und der Mensch, der aus der Aktivität seines Geistes heraus die geometrischen Bilder gestaltet, kann diese dann in Übereinstimmung bringen mit dem, was sich ihm durch vergleichende Betrachtung der äußeren Erscheinungen offenbaren kann. So fragen wir denn in bezug auf die Erscheinungen, die hier ins Auge gefaßt werden sollen: Gibt es eine solche Konfiguration geometrischer Elemente (Punkte, Kreise usw.) auf der Kugel, die, nach einer gewissen Idee gruppiert, uns mit einem einzigen sinnlich-übersinnlichen Blick überschauen lassen den Lauf der Sonne während der 365 Tage des Jahres über dem Horizonte unseres irdischen Heimat- oder Wohnortes; gibt es ein geometrisches Bild, das eine solche innere Beweglichkeit hat, die es befähigen, zum Spiegel des Verlaufes der Erscheinungen an jedem beliebigen andern Beobachtungsorte zu werden, liege dieser nun in den polaren Gegenden, in den gemäßigten Zonen oder in tropischen Gegenden der Erde; ist dieses Bild so umfassend, daß es auch hinweist auf das Verhalten des Sternenlaufes im Tag, im Jahr, in Jahrhunderten oder Jahrtausenden?

Wer könnte sich nicht innerlich beglückt fühlen, wenn er mitschaffend sich von der Existenz einer solch ideell-geometrischen Konfiguration überzeugen kann! Die halbschematischen Figuren in den landläufigen Astronomiebüchern und jene in dilettantischer Perspektive hingeworfenen vermögen allerdings nicht zu befriedigen; denn ihnen fehlt jede Übersicht und jene geometrische Exaktheit, die für eine reinliche Seele Lebensbedürfnis sind.

Die Kugel, ein Bild der unbegrenzten, in sich selbst ruhenden, vollendeten Göttlichkeit, erweist sich also als fähig, als Trägerin von Punkten, Kreisen usw. und deren Lagenbeziehungen ein getreues Spiegelbild zu werden für die Lagenbeziehungen der Gestirne an der Sphäre unter sich und im Verhältnis zur Erde. Diese eine Tatsache vermag ahnen zu lassen, daß das sogenannte „geozentrische Weltbild", welches den ganzen Kosmos als auf die Erde hin orientiert annimmt, doch in gewisser Hinsicht auf einer Realität fußt. Denn, nur was so vom Geiste in erdumhüllenden Sphären geformt und bewegt wird, kann wiederum in einem Kugelbilde seinen getreuen Abdruck finden; das gilt insbesondere für die Sphäre der Sonne und jener der Fixsterne, die im folgenden hauptsächlich betrachtet werden sollen, während das Verfolgen des Mondes und der Planeten allerdings noch zu anderen geometrischen Hilfsvorstellungen nötigt. Vor allem auch ist für die geometrischen Spekulationen der modernen Fixsternastronomie, wie wir sie in diesem Buche zu schildern versuchen, der Ausgangspunkt das Kugelbild des Himmels (vgl. die Figuren), demgegenüber jene Spekulationen nicht frei von jeder Willkür erscheinen, wie es Plato fordert.

Zu Figur Ia:

Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.

Um das befreiende Empfinden eigen-schöpferischer geometrischer Tätigkeit zu erhalten, fasse man die vorliegende Figur zunächst als ein rein ideelles Gebilde auf, das vorerst auch als solches beschrieben werden soll; wenn dabei zur Bezeichnung figürlicher Elemente auch Namen gebraucht werden, die an gewisse Dinge der Außenwelt erinnern, so nehme man diese doch zunächst als figürliche Bezeichnungen. Es wird sich ja dann bei einer zusammenfassenden Betrachtung des Verlaufes der Erscheinungen in der Außenwelt erweisen müssen, ob das ideell erbaute geometrische Gebilde die Fähigkeit hat, ein getreues Spiegelbild des Laufes der Sonne und Sterne zu werden.

Die *Zeichnungsebene* werde als die „Meridianebene" bezeichnet. Sie ist aufzufassen als das Abbild einer solchen Ebene im äußeren Raume, in der überall Lotrichtungen verlaufen. Auf eine dieser Lotrichtungen weise hin die Gerade Z′e–Z″e, die durch den Mittelpunkt der Figur geht, aber nur oben bei Z′e („Zenit") und unten bei Z″e („Nadir") durch kurze Stücke angedeutet ist. — Diese Gerade ist normal zu denken zu jener Ebene, welche in der Figur als „Ebene des Horizontes" bezeichnet ist. Diese Ebene ist so vorzustellen, daß sie auf der Zeichnungsebene senkrecht steht; sie hat aber in der Zeichnungsebene selbst perspektivisch dargestellt werden müssen. Im äußeren Raume würde sie z. B. vertreten durch eine ruhige Wasseroberfläche, für welche die Richtung des Lotes eine Normale ist.

In der Figur sind zwei konzentrische Kugeln gezeichnet. Die Ebene des Horizontes, welche durch die Kugelmitte geht, schneidet beide Kugeln in größten Kreisen; jener auf der äußeren Kugel ist durch die vier Hauptpunkte Os, Sü, We, No bezeichnet. Die durch die Kugelmitte gehende Gerade Sü–No ist die Schnittlinie der Ebene des Horizontes mit der Meridianebene. Auf dieser Linie senkrecht stehe jene ebenfalls in der Ebene des Horizontes verlaufende Gerade, welche den vorhin genannten größten Kreis in Os und We schneidet. — Wir haben also in der Figur drei aufeinander senkrecht stehende, in der Bildmitte sich schneidende Geraden: Z′e — Z″e oder oben — unten; Sü — No oder vorne — rückwärts; We — Os oder rechts — links. Man wird diese Angaben verstehen, wenn man sich mit seiner Menschengestalt in der Mitte eines im Modell ausgeführten kugeligen oder halbkugeligen Gerüstes stehend denkt und sich dabei im äußeren Raume auf folgende Art orientiert: Man stelle sich aufrecht in die Lotrichtung, so daß Z′e das Oben, Z″e das Unten bezeichnet; man blicke ferner nach Süden (Sü), d. h. wende seine Vorderseite der Mittagssonne zu; die Rückseite ist dann Norden (No) zugekehrt: die Ebene nun, welche den Menschen in eine linke und rechte Hälfte zerlegt, welche die Richtungen oben — unten, vorne — hinten enthält, fällt bei dieser Aufstellung mit der „Meridianebene" oder „Mittagsebene" zusammen, d. h. mit jener Ebene im Raume, in welcher die Sonne am Mittag ihren höchsten

Stand über dem Horizont des Beobachtungsortes erreicht. — Bei der erwähnten Aufstellung hat ferner der Beobachter nach links hin Osten (Os) und nach rechts hin Westen (We) also das Herz der aufgehenden Sonne zugewandt.

Von der äußeren Kugel ist außer dem Horizontkreis auch ihr Schnitt mit der Meridianebene, nämlich der „Meridiankreis" Sü — A′ — Z′e — P′ — No — A″ — Z″e — P″ gezeichnet. Und noch ein dritter großer Kreis der äußeren Kugel ist gezeichnet, ein in der Ebene des „Äquators" der inneren Kugel gelegener Kreis, welcher den Horizontkreis in Os und We, den Meridiankreis in A′ und A″ schneidet. — Man denke sich das Ring-Gerüst der äußeren Kugel fest und unbeweglich mit der Ebene des Horizontes verbunden. Die ganze innere Kugel aber sei fest verbunden mit einer Achse, die durch ihren Mittelpunkt geht, und welche am Gerüst der äußeren Kugel bei P′ und P″ befestigt sei. Um diese Achse soll die innere Kugel rotieren können; hierbei beschreibt jeder ihrer Punkte einen Parallelkreis zu jenem ihrer größten Kreise, der in der Figur als „Äquator" bezeichnet ist, für dessen Ebene die Rotationsachse P′ — P″ eine Normale ist. Der Schnittkreis der Ebene des Horizontes mit der inneren Kugel ist ebenfalls gezeichnet, aber nur dünn ausgezogen, zum Zeichen dafür, daß es sich um eine ideelle Schnittlinie handelt, die man sich nicht fest mit der Fläche der inneren Kugel verknüpft denken darf, d. h. eine Linie, welche die Rotationsbewegung der inneren Kugel nicht mitmachen soll. — Die Rotationsachse sei um einen gewissen Winkel $\varphi = \text{No}\frown\text{P}' = \text{Sü}\frown\text{P}'' =$ „Polhöhe" gegenüber der Ebene des Horizontes geneigt; das ist also der Winkel, den diese Achse mit der Geraden Sü—No einschließt. Der auf dieser Achse senkrecht stehende Durchmesser A′—A″ schließt mit jener Geraden also den Winkel $90—\varphi = \text{Sü}\frown\text{A}' = \text{No}\frown\text{A}''$ ein, den man die „Äquatorhöhe" nennen kann.

Auf der inneren Kugel sind folgende vier hauptsächlichsten Parallelkreise zum Äquator hervorzuheben: zwei „Wendekreise", ein „nördlicher" und ein „südlicher", mit je einem Winkelabstand $e = 23\frac{1}{2}^0$ vom Äquator ($\text{A.}\frown\text{D.} = e = \text{A:D:}$; $\text{A.C:} = e = \text{A:C.}$); ferner zwei „Polarkreise" mit je einem Winkelabstand $90^0—e = 66\frac{1}{2}^0$ vom Äquator, das heißt mit einem Winkelabstand $e = 23\frac{1}{2}^0$ von den Polen p′, p″ der inneren Kugel ($\text{E}'\frown\text{p}' = e = \text{E}''\frown\text{p}''$). Wenn wir hier einen bestimmten Wert für den Winkel e angenommen haben, so soll das einfach bloß zum Zwecke der Konstruktion der Figur und einer vorläufigen Fixierung der Vorstellungen wegen geschehen; es soll aber nicht bedeuten, wenn wir dann das beschriebene geometrische Gefüge zur Abbildung von kosmischen Vorgängen gebrauchen, als ob der Winkel e wie eine ewig unveränderliche Größe aufzufassen wäre; vielmehr wird hierbei unter e eine Größe zu verstehen sein, die innerhalb gewisser Grenzen schwanken kann, und so von der inneren Lebendigkeit des Abgebildeten Zeugnis ablegt.

Auf den Polarkreisen der inneren Kugel liegen die Pole E′P′ und E″P″, deren momentane Lage — man denke sich doch die innere Kugel um ihre Achse p′p″ rotierend! — in der Ebene des Meridiankreises der äußeren Kugel angenommen wurde; in dieser Ebene liegt demnach momentan auch die Gerade durch jene Pole, welche durch die Kugelmitte geht, und ebenso der zu dieser Geraden senkrechte Durchmesser D.—D:, der momentan zusammenfällt mit der Geraden D″—D′. Hat die Kugel eine halbe Umdrehung ausgeführt, so ist D. an die Stelle von C. gekommen, D: an die Stelle von C: und umgekehrt; der zum Durchmesser C.—C: senkrechte Durchmesser ist jetzt E′—E″. Bei der Rotation der Kugel laufen also die genannten Punkte auf den „Wendekreisen" bzw. auf den „Polarkreisen" herum. Die Rotation denke man sich im Sinne der Pfeile, die auf jenen Kreisen angedeutet sind. Der Durchmesser D.—D: der inneren Kugel steht senkrecht auf dem Durchmesser ♈—♎, welch letzterer als momentan zusammenfallend mit der Richtung Os—We angenommen wurde. Jener größte Kreis auf der inneren Kugel, welcher durch die beiden genannten Durchmesser bestimmt ist, werde als die „Ekliptik" bezeichnet. Für die Ebene dieses Kreises ist der Kugeldurchmesser E′P′—E″P″ eine Normale; die Schnittpunkte dieser Normalen mit der Kugelfläche, d. h. die Punkte E′P′, E″P″, kann man „Pole der Ekliptik" nennen, und die durch sie und den Mittelpunkt der Kugel gehende Gerade die „Ekliptikpolachse". Es ist klar, daß die Neigung der Ebene des Kreises der „Ekliptik" gegenüber der Ebene des mit „Äquator" bezeichneten Kreises gleich ist dem Winkel E, den die beiden Durchmesser D.—D:, A.—A: miteinander einschließen: $\text{A.}\frown\text{D.} = e = 23\frac{1}{2}^0 = \text{A:}\frown\text{D:}$; denn je einer dieser Durchmesser liegt in einer der genannten Ebenen, und zugleich liegen beide Durchmesser in der Ebene jenes größten Kugelkreises, der bestimmt ist durch die beiden Normalen p′—p″ bzw. E′P′—E″P″ zu den genannten Ebenen.

Nach einer halben Kugelumdrehung haben die beiden Punkte ♈ ♎, die hierbei auf dem „Äquator" laufen, ihre Stellen vertauscht, und die neue Lage der „Ekliptik" ist hierbei jene, welche außer dem Durchmesser ♎—♈ durch den zu diesem senkrecht stehenden C.—C: bestimmt ist; die Normale zur Ebene dieser beiden Durchmesser ist jetzt E′—E″. Wenn die innere Kugel, auf deren Fläche die „Ekliptik" festliegend gedacht wird, rotiert, so beschreibt jeder Punkt der „Ekliptik" einen Parallelkreis zum „Äquator". Außer den beiden, die „Ekliptik" in D. und D: tangierenden „Wendekreisen" sind zwischen diesen und dem „Äquator" noch je zwei andere Parallelkreise eingezeichnet; sie gehören zu gewissen mit Ziffern bezeichneten Punkten der „Ekliptik". Diese Punkte wurden so angenommen, daß sie jeden der vier Quadranten I, II, III, IV des Kreises der „Ekliptik" in drei Teile von je 30^0 Bogenlänge zerlegen. Die Winkelabstände der Teilungspunkte vom Ausgangspunkte ♈ an gerechnet oder ihre „Längen λ" sind demnach die folgenden:

	♈	I_1	I_2	D.	II_2	II_1	♎	III_1	III_2	D:	IV_2	IV_1	♈
$\lambda =$	0^0	30	60	90	120	150	180^0	210	240	270	300	330	360^0
	21.März	22.April	23.Mai	22.Juni	23.Juli	23.Aug.	23.Sept.	24.Okt.	23.Nov.	22.Dez.	20.Jan.	19.Febr.	21.März.
	♓	♈	♉	II	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓

Die diesen Punkten zugeordneten Daten und Zeichen werden wir im folgenden noch sinnentsprechend erläutern.

— Bezüglich des rein Geometrischen beachte man: Je zwei Punkte mit gleichem arabischen Index bestimmen eine solche Sehne im Kreise der „Ekliptik", welche dem Durchmesser ♈—♎ parallel ist; die betreffenden Sehnen sind in der Figur punktiert und ihre Schnittpunkte mit dem Durchmesser D.—D: besonders hervorgehoben. Durch diese Schnittpunkte gehen nämlich zugleich die in der Ebene durch die Kugelpole E′ p′ E″ p″ liegenden Durchmesser jener Parallelkreise zum Äquator, die zwischen diesem und den Wendekreisen liegen; diese Parallelkreise haben die genannten Sehnen . . . auch als die ihrigen, und die Endpunkte dieser Sehnen auf dem Kreise der Ekliptik gehören auch ihren Peripherien an.

Statt daß man den Kreis der Ekliptik bloß in 12 Teile teilt, könnte man natürlich die Teilungspunkte auch viel enger beieinander wählen, z. B. den ganzen Kreis in 360 Teile zerlegen; und zu jedem Teilungspunkt kann man sich wieder einen Parallelkreis zum Äquator hinzudenken; die Figur zeigt eben bloß die hauptsächlichsten. Für einen beliebigen Punkt S und einen benachbarten Punkt S auf der Ekliptik sind die zugehörigen Parallelkreise angedeutet; S—D bezeichnet das Lot auf den Durchmesser D.—D:. Man kann den Winkelabstand $\lambda = ♈—S$, den der Punkt S vom Anfangspunkte ♈ der Winkelzählung hat, die „Länge" von S nennen. Legt man durch S und den Kugelpol p′ einen Meridian, so schneide dieser den Äquator in R; Man kann den Winkel $\delta = R—S$ die „Deklination" von S nennen oder den Abstand vom Äquator; dieser ist für S-Punkte in den Quadranten III, IV negativ. — Der auf dem Äquator gemessene Bogen $♈—R = \alpha$ ist offenbar kleiner als λ; aber für die Punkte D., A. bzw. für D:, A: sind λ und α jeweils gleich groß, nämlich 90^0 bzw. 270^0; für ♎ aber 180^0.

Wir haben bis dahin von zwei Kugeln gesprochen: von einer äußeren, welche wir uns als das feststehende Gerüst vorstellten, und von einer inneren, welche wir uns innerhalb dieses Gerüstes rotierend dachten. Es ist nötig, daß wir uns jetzt noch eine d r i t t e K u g e l denken, die mit der zweiten in folgender Beziehung steht: Man denke sich ihre Fläche über die Außenfläche der zweiten Kugel gelegt, ganz anliegend, aber doch frei beweglich. — Die Fläche der dritten Kugel sei mit einer Achse fest verbunden, und diese sei bei den Polen E′P′ E″P″ an der Fläche der zweiten Kugel befestigt. Die dritte Kugel soll nun um die Achse durch die genannten Pole rotieren können. Diese Achse steht senkrecht auf der Ebene jenes größten Kreises, der als „Ekliptik" bezeichnet ist. Wenn nun die dritte Kugel um die genannte Achse rotiert, so beschreibt jeder ihrer Punkte einen Parallelkreis zur Ekliptik. Die vier hauptsächlichsten sind gestrichelt und entsprechen folgenden Kreisen im System des Äquators auf der zweiten Kugel: „Wendekreise" könnten wir jene beiden nennen, welche den Äquator in A. bzw. in A: tangieren; die entsprechenden Gegenpunkte auf dem Kreis durch die Pole E′P′ p′, E″P″ p″ der zweiten Kugel sind mit U. bzw. U: bezeichnet; A.—U. und A:—U: sind also die Durchmesser dieser Wendekreise. „Polarkreise" könnten wir jene beiden nennen, welche die Pole p′ p″ der zweiten Kugel tangieren; deren entsprechende Gegenpunkte sind mit p_0' p_0'' bezeichnet. — Die dritte Kugel soll im Sinne der Pfeile (auf den eben definierten „Wende"- und „Polarkreisen") rotieren — nur viel, viel langsamer als die zweite, eine Vorstellung, die sich im folgenden einem gewissen Zwecke gemäß begründen lassen wird. — Denken wir uns, die dritte Kugel hätte gerade eine halbe Umdrehung vollendet: dann hätten ihre bei ♈ und ♎ liegenden Punkte ihre Stellung in bezug auf die Fläche der zweiten Kugel vertauscht, hierbei auf dem Kreise der Ekliptik umlaufend; ferner hätten in bezug auf die zweite Kugel ihre Stellungen vertauscht die Punktepaare A.—U. bzw. A:—U:, hierbei auf den „Wendekreisen" umlaufend; ferner die Punktepaare p′—p_0' bzw. p″—p_0'', hierbei auf den Polarkreisen umlaufend. — In der Figur sind noch zu sehen jene Parallelkreise zum Äquator, die zu den Punkten U. U: p_0' p_0'' gehören, und deren Durchmesser die folgenden sind: U.—U″, U:—U′, p_0'—p_{00}', p_0''—p_{00}''.

Lauf der Sonne an verschiedenen Tagen eines Jahres; Wanderung im Tierkreis.

Um eine sinngemäße und kurze Beschreibung des Tages- und Jahressonnenlaufes geben zu können, wollen wir uns vorstellen, die in der Figur dargestellte Doppelkugel sei mit ihren Kreisen als technisches Modell verwirklicht, etwa durch Ringe und Drähte. Das Modell wäre ziemlich groß zu denken und unser Kopf bzw. das visierende Auge im Mittelpunkte der Kugeln befindlich; ferner die ganze Aufstellung auf einer Anhöhe mit freier Rundsicht oder in ebener Landschaft, um die Auf- und Untergänge der Sonne gut beobachten zu können, d. h. in bezug auf einen mathematisch wohl definierten Horizont, der etwa dargestellt werden könnte durch einen das ganze Kugelmodell umspannenden, in horizontaler Ebene liegenden Ring, welcher eine Gradteilung zu tragen hätte oder wenigstens eine verschiebbare Visiermarke. Die gerade Linie von der Kugelmitte nach dieser Marke würde dann die Richtung nach der auf- oder untergehenden Sonne bezeichnen können.

In der Figur sind auf dem Horizontkreise der inneren Kugel Punkte bezeichnet, welche die Bildpunkte von Sonnen-Auf- und -Untergangsorten bedeuten, d. h. die Geraden von der Kugelmitte durch diese Punkte zielen nach der am Horizont auf- oder untergehenden Sonnenscheibe an gewissen Tagen des Jahres.

Die Bildpunkte der Sonnen-Aufgangsorte sind bezeichnet mit W_1 W_2 W′ V_1 V_2 V′.
„ „ „ „ Untergangsorte „ „ „ W_{11} W_{22} W″ V_{11} V_{22} V″.

Auch ohne daß man ein Kugelmodell besitzt oder zu besitzen braucht — denn es dient uns ja nur zur Vergegenwärtigung geometrischer Beziehungen —, kann man folgendes tun: Man kann auf einem geeigneten Beobachtungsplatze einen Meßtisch aufstellen, und zwar so, daß seine Ebene eine Horizontalebene ist. Auf diesem Tische — den man mindestens ein Jahr lang an seinem Orte belassen müßte — kann man einen Kreis aufzeichnen oder auf ihm einen flachen metallischen Kreisring anbringen, der vielleicht noch eine Gradteilung und eine verschiebbare Visiermarke trägt. Man visiere nun über den Mittelpunkt des Kreises — der ebenfalls durch eine Marke kenntlichgemacht ist — nach der am Horizonte auf- und untergehenden Sonnenscheibe

und merke sich die Schnittpunkte der Visierlinien mit dem Kreise. Dann verbinde man die zu je einem Tage gehörigen Bildpunkte des Auf- und Unterganges durch eine Sehne im Kreise, und man halbiere diese Sehnen. Es müßte sich dann herausstellen, daß alle diese Halbierungspunkte auf einer und derselben Geraden liegen, die zugleich durch den Kreismittelpunkt geht. Diese so gefundene fundamentale Richtung, abgeleitet aus den Phänomenen, ist einfach diejenige, welche man als Nord—Süd-Richtung bezeichnet, welche in der Figur durch die Gerade No-Sü in der Ebene des Horizontes angedeutet ist. Wenn man im Mittelpunkte des Kreises auf dem Meßtisch einen geeigneten Schatten-Werfer aufstellt, so kann man finden, daß in die genannte Richtung die kürzesten Sonnenschatten, d. h. die Mittagsschatten fallen. Demgemäß kann man die durch die Richtung No-Sü und die Lotrichtung Z'e—Z''e bestimmte Ebene die „Mittags-Ebene" nennen; sie entspricht einfach der Ebene unserer Figur, in welcher der „Meridian-Kreis" gezeichnet ist, den man auch den „Mittags-Kreis" nennen könnte. [Man beachte diese Bezeichnung auf den Tafeln II, III, XIII.] Die Existenz einer fundamentalen Richtung Nord—Süd könnte sich auch so ergeben: Man merke sich auf dem Meßtisch die Endpunkte gleich langer Vormittags- und Nachmittagsschatten des Schattenwerfers, verbinde die Endpunkte dieser Schatten durch Geradenstücke und halbiere diese. Die Halbierungspunkte — für die Schattenpaare zu verschiedenen Vormittags- und Nachmittagszeiten, aber auch für verschiedene Tage des Jahres — müssen wieder auf einer und derselben Geraden liegen, die zugleich durch den Fußpunkt des Schattenwerfers geht. Die Senkrechte zu der so gefundenen Richtung No—Sü kann man dann konstruieren und sie als Ost—West-Richtung bezeichnen. [In der Figur ist diese Richtung durch die perspektivisch-schräg verlaufende und durch die Kugelmitte gehende Gerade Os—We angedeutet, genau gesagt durch deren Punkte Os, We, den Schnittpunkten mit der äußeren Kugel.]

Gehen wir jetzt bei unseren Beobachtungen von einem bestimmten Jahrestage aus, z. B. dem 21. März, an dem, wie man sagt, der astronomische Frühling beginnt. Diese Festsetzung rechtfertigt sich durch vergleichende Beobachtungen, welche etwa folgendes ergeben: Denken wir unser Auge in der Mitte des Kugelmodelles; es sieht dann an jenem Tage die Sonne gerade in der Richtung Os über dem Horizont aufsteigen. Der Schnittpunkt dieser Richtung mit der inneren Kugel sei Υ. Nun verfolgen wir die Sonne bei ihrem Tageslauf über dem Horizont. Wir können erfahren, daß unsere jeweilige Sehrichtung nach der Sonnenscheibe die äußere Kugel in einem Punkte schneidet, der auf dem Halbkreis Os—A'—We liegt. Am Mittag würde die Sonne in der Richtung A' zu sehen sein und hier ihren höchsten Stand über dem Horizont erreichen. Es ist $A'\frown Sü = 90^0 - \varphi = Z'e\frown P'$ der betreffende Höhenwinkel, und $No\frown P' = \varphi$ wäre der Winkel, den die Gerade P'—P'' mit der Richtung No—Sü einschließt, wenn wir voraussetzen, daß die Gerade oder Achse senkrecht stehe auf der Ebene des vorhin genannten Kreises. Aus dem gemessenen Höhenwinkel $A'\frown Sü$ kann man also den Neigungswinkel der genannten Geraden gegenüber der Ebene des Horizontes ableiten. („Polhöhe" φ!) — Weiterhin können wir erfahren, daß an diesem Tage die Sonne am Abend in der Richtung We am Horizonte untergeht. — Nun müßten wir weiterhin den nächtlichen Lauf der Sonne verfolgen können. Angenommen, die Erde wäre durchsichtig, dann können wir das Ergebnis der ideellen Verknüpfung aller hierher gehörigen Erfahrungen so aussprechen: Von der Kugelmitte aus gesehen würden wir die Sonnenscheibe zu beliebigen Nachtstunden in solchen Richtungen sehen, deren Schnittpunkte mit der äußeren Kugel auf dem Halbkreis We—A''—Os liegen. In der Richtung A'' würden wir die Mitternachtssonne erblicken, und es müßte sich ergeben, daß $A''\frown No = 90^0 - \varphi = A'\frown Sü$ sei. — Wir haben also als Abbild des Tag—Nacht-Laufes der Sonne einen größten Kugelkreis bekommen, den man den „Äquator" nennen kann. In der Ebene dieses „Äquators" liegt auch ein größter Kreis auf der inneren Kugel, der in der Figur diesen Namen trägt.

Nun ist dasjenige, was über den Lauf der Sonne für diesen Tag gesagt wurde, den Erfahrungen gemäß nur genähert richtig; denn würde das Gesagte genau zutreffen, so müßte ja am nächsten Morgen (22. März) der Aufgangsort der Sonne über einem mathematisch definierten Horizont von der Kugelmitte aus wiederum in der Richtung Os zu sehen sein. Das ist aber nicht genau der Fall, und was eigentlich eintritt, können wir am besten übersehen, wenn wir die Abweichungen während der aufeinanderfolgenden Tage und Wochen sich summieren lassen.

Stellen wir uns vor, wir würden einen Monat später, also etwa am 22. April, den Tageslauf der Sonne aufs neue beobachten. Natürlich könnte man das auch an vorangegangenen oder nachfolgenden Tagen tun; es ist aber zum Zwecke einer symptomatischen Schilderung notwendig, ein angenommenes Datum herauszugreifen. — Wir würden nun an dem genannten Tage von der Kugelmitte aus die Sonne in jener Richtung über dem Horizonte aufstehen sehen, deren Schnittpunkt auf dem Horizontkreis der inneren Kugel mit W_1 bezeichnet ist; und wir würden bemerken: an diesem Tage beschreibt der Schnittpunkt der Richtungslinie Kugelmitte—Sonnenscheibe mit der Fläche der inneren Kugel einen Parallelkreis zum Äquator, und zwar jenen, der durch den Punkt I_1 auf dem in der Figur als „Ekliptik" bezeichneten Kreise geht. Am Mittag würde die Sonne in der Richtung S'_1 zu sehen sein, und am Abend würde sie in der Richtung W_{11} am Horizonte untergehen. Könnten wir wiederum ihren nächtlichen Lauf verfolgen, so müßte allen ideellen Einsichten gemäß ihr Bildpunkt auf der Kugel dem gleichen Parallelkreise entlanggleiten, der auch dem vorhin beschriebenen Tageslaufe zugeordnet ist, nur eben auf dem unterhalb des Horizontes liegenden Teil; speziell um Mitternacht wäre demgemäß die Sonne in der Richtung S_1'' zu sehen.

Betrachten wir die Dinge wiederum einen Monat später, etwa am 23. Mai. Von der Kugelmitte aus würde der Aufgangsort der Sonne an diesem Tage in der Richtung W_2 zu sehen sein, d. h. W_2 wäre der Bildpunkt auf der inneren Kugel für den Moment des Aufganges. Die Bildpunkte für irgendeine andere Tageszeit aber würden alle auf jenem Parallelkreise zum Äquator zu finden sein, der durch W_2 und den Punkt I_2 auf dem

„Ekliptik"-Kreis geht. Die Mittagsrichtung würde durch den Punkt S_2' auf dem „Meridian"-Kreis gehen, und der Bildpunkt des Untergangsortes auf der inneren Kugel wäre W_{22}; die Richtung nach der mitternächtlichen Sonne würde durch Punkt S_2'' gehen müssen.

Von jetzt an ändern die Bildkreise des Tageslaufes der Sonne, den wir so auf die Kugel projizieren, wie vorhin beschrieben wurde, nur wenig mehr ihre Lage auf der Kugel. Einen Monat später, von dem vorigen Beobachtungstage an gerechnet, d. h. etwa am 22. Juni, wird der „nördlichste" aller Parallelkreise zum Äquator erreicht: wir haben den Tag der „Sommer-Sonnenwende", d. h. das Bild des Tageslaufes der Sonne würde für diesen Tag dargestellt durch jenen Parallelkreis, der in der Figur die Bezeichnung „Nördlicher Wende-Kreis" trägt. Demgemäß würde also, von der Kugelmitte aus gesehen, der Punkt W' die Richtung nach dem Aufgangsort der Sonne bezeichnen, D' jene nach ihrer Mittagsstellung, W'' die Richtung nach ihrem Untergangsorte, D'' jene nach ihrer Mitternachtsstellung. Man beachte, daß der „Nördliche Wendekreis" zum Punkte D. der „Ekliptik" gehört und für diese ein sie dort tangierender Kreis ist; für die um 180° gedrehte Ekliptik ist C. der Tangierungspunkt; man kann A.⌒D. = e = A:⌒C. als den Neigungswinkel der Ebene der Ekliptik gegenüber der Ebene des Äquators bezeichnen („Schiefe der Ekliptik"). Dieser Winkel ist gleich dem Bogen A'⌒D' und läßt sich also ein Prinzip so bestimmen: Man messe den Höhenwinkel der Mittagsstellung der Sonne, d. h. den Bogen Sü⌒D'; vorausgesetzt werde, daß man bereits Sü⌒A' kenne; dann ist der Bogen e = A'⌒D' einfach gleich der Differenz der genannten beiden Winkel. Man sollte e = $23\frac{1}{2}^0$ finden.

Vom Zeitpunkte der Sommer-Sonnenwende an verlaufen nun die bis jetzt geschilderten Erscheinungen in rückläufiger Reihenfolge. Einen Monat später, nämlich etwa am 23. Juli, kann man als Auf- und Untergangsorte der Sonne am Horizont dieselben feststellen, die man etwa am 23. Mai beobachtet, und auch der mittägliche Stand ist an beiden Tagen derselbe. Als Bildkreis des Tageslaufes der Sonne am 23. Juli finden wir denselben wie am 23. Mai. Wir werden aber diesen Kreis nunmehr dem Punkte II_2 auf der „Ekliptik" zuordnen, der um ebensoviel Winkelgrade (30°) von D. nach der einen Seite hin absteht wie der Punkt I_2 nach der anderen Seite.

Wiederum einen Monat später, etwa am 23. August, bietet sich dasselbe Bild wie am 22. April: den zugeordneten Parallelkreis aber betrachten wir jetzt als zum Punkte II_1 auf der Ekliptik gehörig; er hat wie I_1 von D. einen Abstand von 60°.

Schließlich, etwa am 23. September, verlaufen die Dinge wie am 21. März: Der Bildkreis des Tageslaufes der Sonne ist wiederum der „Äquator", den wir aber jetzt als dem Punkte ♎ auf der „Ekliptik" zugeordnet betrachten, dem Gegenpunkt zu ♈. Wir haben jetzt die „Herbst-Tag-und-Nacht-Gleiche" — ähnlich wie man am 21. März die „Frühlings-Tag-und-Nacht-Gleiche" hat, indem die eine Hälfte des Äquators oberhalb des Horizontes liegt, die andere Hälfte unterhalb diesem. Erfahrungsmäßig ist auch die „Winkelbewegung" der Sonne — damit sei das Fortrücken ihres Projektionspunktes auf der Kugel gemeint — dieselbe (z. B. pro Minute oder pro Stunde gerechnet), an welcher Stelle sich auch der Projektionspunkt oder Bildpunkt auf dem Äquator befinden mag; Vormittags- wie Nachmittagsbeobachtungen müssen also gleiche Beträge für diese Winkelbewegung ergeben. Dasselbe gilt für die Tagesbewegungen auf den Parallelkreisen. Da nun während der Frühlingszeit (I, vom 21. März bis 22. Juni) und während der Sommerszeit (II, vom 22. Juni bis 23. September) die zugehörigen Parallelkreise auf der Kugel zum größten Teil oberhalb der Ebene des Horizontes liegen, so haben wir dementsprechend zu diesen Jahreszeiten längere Tage als Nächte. — Die Auf- und Untergangsorte der Sonne am Horizont sind während diesen Jahreszeiten von der Ost- und Westrichtung nach der Nordrichtung hin verschoben. Denken wir uns, auf der äußeren Kugel in der Figur wäre nicht bloß der dem Äquator der inneren Kugel entsprechende Kreis gezeichnet, sondern auch die Parallelkreise zu diesem Äquator. [Für die Punkte des Meridian-Kreises ist diese gemeinte Projektion der Punkte von der inneren Kugel auf die äußere angedeutet.] Dann bekämen wir als Schnittpunkte dieser Parallelkreise mit der Ebene des Horizontes solche, welche auf dem Horizontkreis der äußeren Kugel liegen, dessen vier Hauptpunkte mit Os, Sü, We, No bezeichnet sind, und man könnte die Bildpunkte der Sonnen-Auf- und -Untergangsorte ihrer Lage nach durch Winkelabstände zu den genannten vier Hauptpunkten charakterisieren. Diese Vorstellung wird in den folgenden Erläuterungen benützt. Von der Herbst-Tag-und-Nachtgleiche an ändert sich die Verschiebung der täglichen Sonnenbahn über dem Horizont in folgender Weise:

Einen Monat n a c h Herbstanfang, d. h. etwa am 24. Oktober, kann man von der Kugelmitte aus die Sonne in der Richtung V_1 über dem Horizonte aufgehen sehen, und es stellt sich heraus, daß diese Richtung die entgegengesetzte ist zu jener durch W_{11} gehenden, welche hinwies auf den Untergangsort der Sonne einen Monat v o r Herbstanfang, nämlich etwa am 23. August. Und weiter: Die Richtung durch V_{11} nach dem Untergangsorte der Sonne am 24. Oktober ist die entgegengesetzte zur Richtung durch W_1 nach ihrem Aufgangsorte am 23. August. Da nun bereits am 23. August gefunden wurde: Der Winkelabstand der Aufgangsrichtung von der Ostrichtung ist derselbe wie der Winkelabstand der Untergangsrichtung von der Westrichtung, so besteht folgende Beziehung: Die auf den Horizontkreis der äußeren Kugel projizierten Punkte W_1, V_1 liegen symmetrisch zum Ostpunkt Os, und die den Punkten W_{11}, V_{11} entsprechenden Projektionspunkte symmetrisch zu We. Ferner kann man finden, daß der Winkelabstand des Mittagsstrahles am 24. Oktober, welcher durch den Punkt S'_{11} des Meridiankreises geht, von der Richtung durch A' gleich groß ist nach Sü zu, wie der entsprechende Abstand des Mittagsstrahles am 23. August, der durch den Punkt S'_1 geht, von der Richtung durch A' nach Z'e zu. Jener Parallelkreis nun, welcher die Lagen des Auf- und Untergangspunktes, sowie die Richtung des Mittagsstrahles am 24. Oktober bestimmt, muß also symmetrisch zum Äquator liegen in bezug auf jenen Parallelkreis, der durch II_1 auf der „Ekliptik" geht und dem 23. August zugeordnet war. Der zum 24. Oktober gehörige Parallelkreis geht demnach durch III_1 auf der Ekliptik, wobei ♎⌒III_1 = 30° = ♎⌒II_1 ist.

. Wir schreiten in der Zeit wiederum einen Monat vorwärts und kommen etwa zum 23. November. Wir bekommen als Bildpunkte des Sonnen-Auf- und -Untergangsortes auf dem Horizontkreis V_2 bzw. V_{22}, als Mittagsstrahl jenen durch S'_{22}. Hierbei bestehen zu den entsprechenden Punkten am 23. Juli folgende Beziehungen: $V_2 \frown Os = Os \frown W_2$, $V_{22} \frown We = We \frown W_{22}$, $A' \frown S'_{22} = A' \frown S'_2$. Jener Parallelkreis, der diese Lagenverhältnisse bestimmt, geht durch III_2, wobei $\measuredangle \frown III_2 = 60^0 = \measuredangle \frown II_2$.

Wir kommen jetzt zum Zeitpunkt der „Winter-Sonnenwende", etwa am 22. Dezember. An diesem Tage ist der Aufgangsort der Sonne am Horizont am weitesten nach dem Süden hin verschoben (Bildpunkt V'), ebenso symmetrisch zur Nord—Süd-Richtung dazu der Untergangsort (Bildpunkt V''). Der Mittagsstrahl geht durch C' auf dem Meridiankreis. Zum Sonnengang am 22. Juni bestehen hierbei folgende Lagenbeziehungen: $V' \frown Os = Os \frown W'$, $V'' \frown We = We \frown W''$, und man sollte finden, daß $A' \frown C' = e = 23\frac{1}{2}^0 = A' \frown D'$ ist. Der Parallelkreis, der diese Beziehungen befriedigt, ist der „Südliche Wende-Kreis", welcher den Kreis der „Ekliptik" in D: tangiert, dem Gegenpunkte zu D.

Von der „Winter-Sonnenwende" an, d. h. in der Zeit vom 22. Dezember bis zum 21. März des folgenden Jahres, haben wir die gleichen Tagesbahnen der Sonne wie in der Zeit vom 23. September bis zum 22. Dezember, nur von diesem letzteren Datum an in rückläufiger Folge gerechnet. Nämlich etwa am 20. Januar haben wir als Bildkreis der Sonnen-Tagesbahn denselben wie am 23. November. Wir ordnen ihn aber jetzt dem Punkte IV_2 auf der Ekliptik zu, wobei $D: \frown IV_2 = 30^0 = D: \frown III_2$ ist.

Etwa am 19. Februar beobachten wir dieselbe Tagesbahn wie am 24. Oktober. Den zugehörigen Parallelkreis aber ordnen wir jetzt dem Punkte IV_1 auf der Ekliptik zu, wobei $D: \frown IV_1 = 60^0 = D: \frown III_1$ ist.

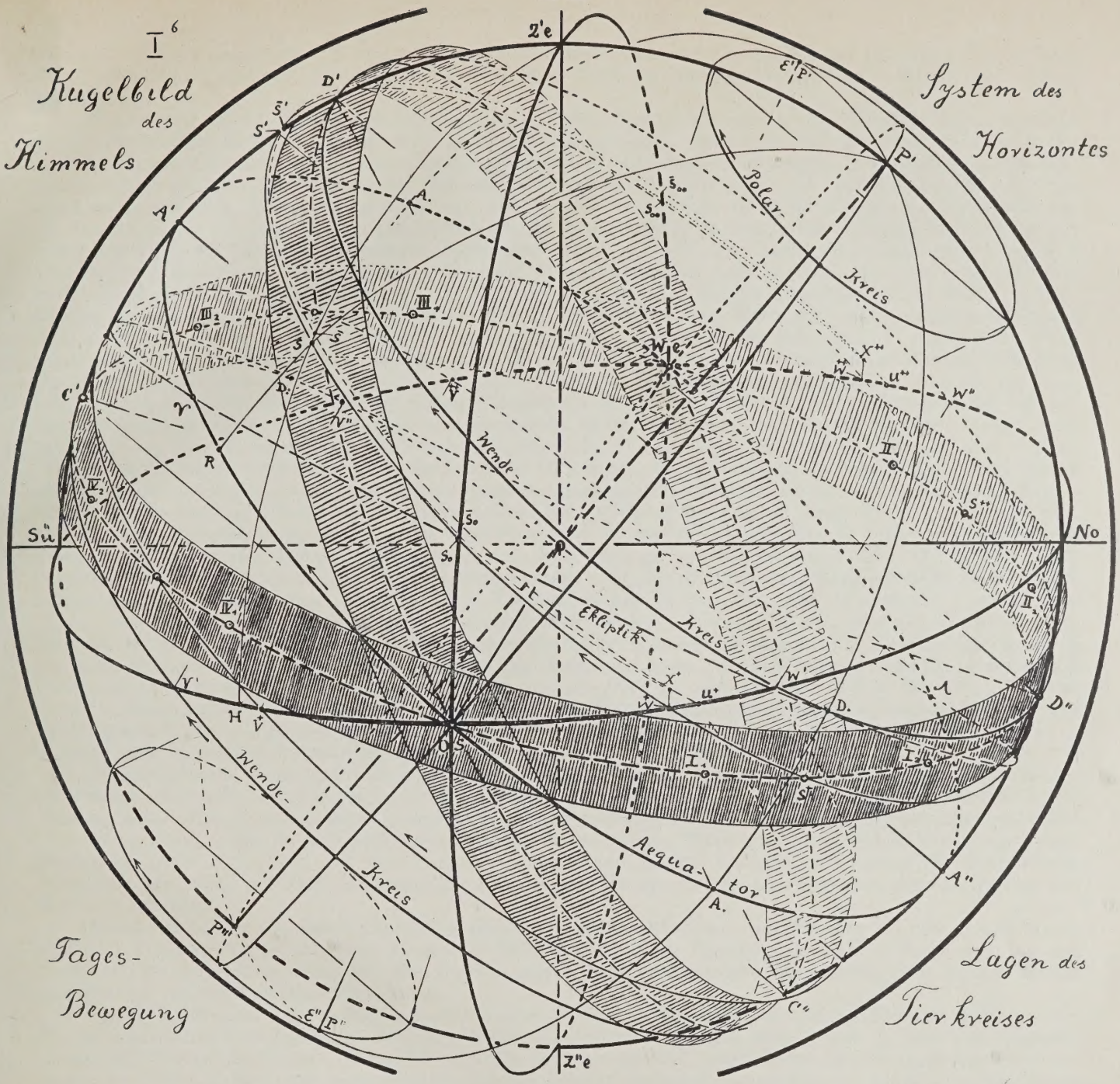
Schließlich, etwa am 21. März, bekommen wir als Bildkreis des Tageslaufes der Sonne wiederum den „Äquator", welcher dem Punkte Υ der Ekliptik zugeordnet ist. Zusammenfassend ergibt sich: Während der Frühlingszeit (I) und Sommerszeit (II) sind die „Tagesbogen" der Parallelkreise über dem Horizont von gleicher Größe wie die „Nachtbogen" während der Herbstzeit (III) und Winterszeit (IV), und umgekehrt die Tagesbogen für die Zeiten III, IV gleich den Nachtbogen für die Zeiten I, II.

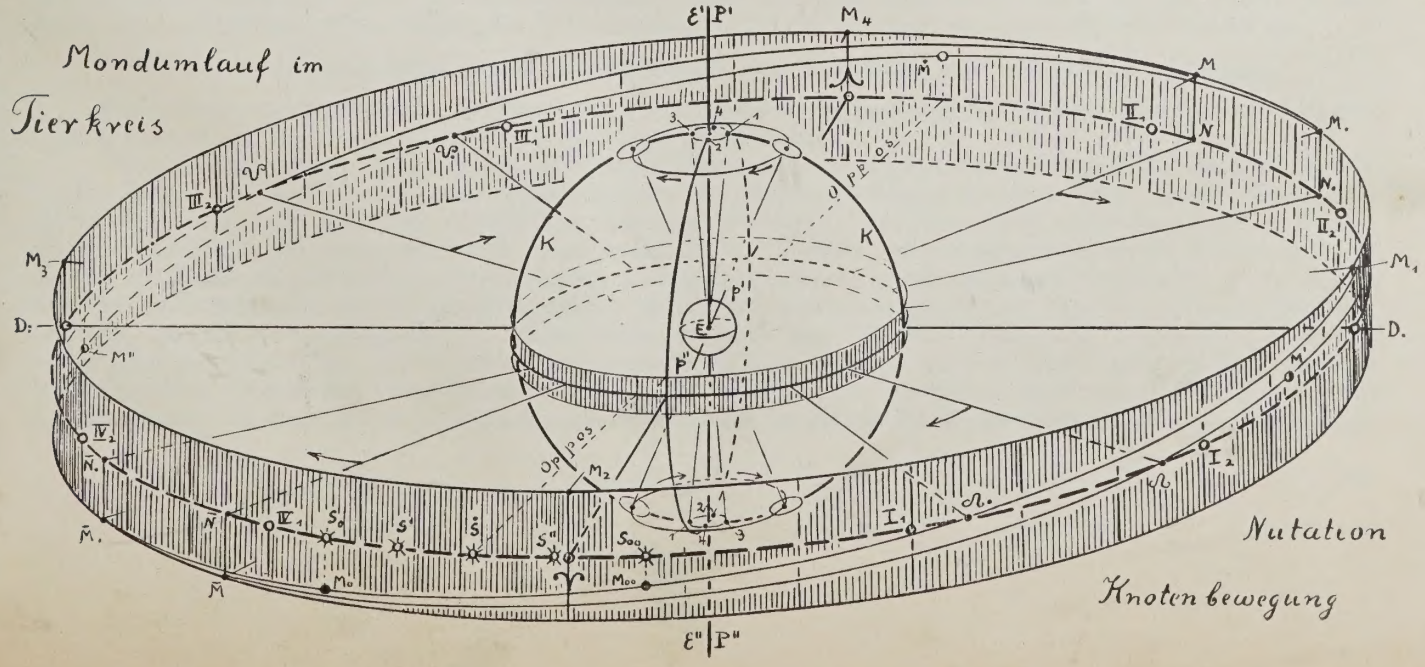
Wir haben bei der Beschreibung des Tag- und Jahreslaufes der Sonne nur symptomatisch einzelne Tage herausgegriffen — von Monat zu Monat. Man muß sich also zwischen je zweien der in der Figur gezeichneten Parallelkreise (der Äquator mitgerechnet) noch 29—30 andere Parallelkreise hinzudenken, jeder einem bestimmten Jahrestage zugeordnet. Da nun das Jahr etwa 365 Tage hat, so müßte dementsprechend auch der Kreis der „Ekliptik" in 365 Teile zerlegt werden, jeder einem der genannten Parallelkreise zugeordnet. Man muß aber bedenken, daß der Übergang von einem Parallelkreis zum andern nicht sprungweise geschieht — nur in der schematisiertenVorstellung ist es so! —, sondern kontinuierlich, so daß das Bild des Tageslaufes der Sonne kein genauer Parallelkreis ist, sondern eine schwach spiralförmige Linie auf der Kugelfläche, deren Anfangs- und Endpunkt nicht ganz zusammenfallen [z. B. zwei aufeinanderfolgende Auf- oder Untergangsorte der Sonne am Horizont in ihrer Projektion auf die Kugel, von deren Mitte aus gesehen.]

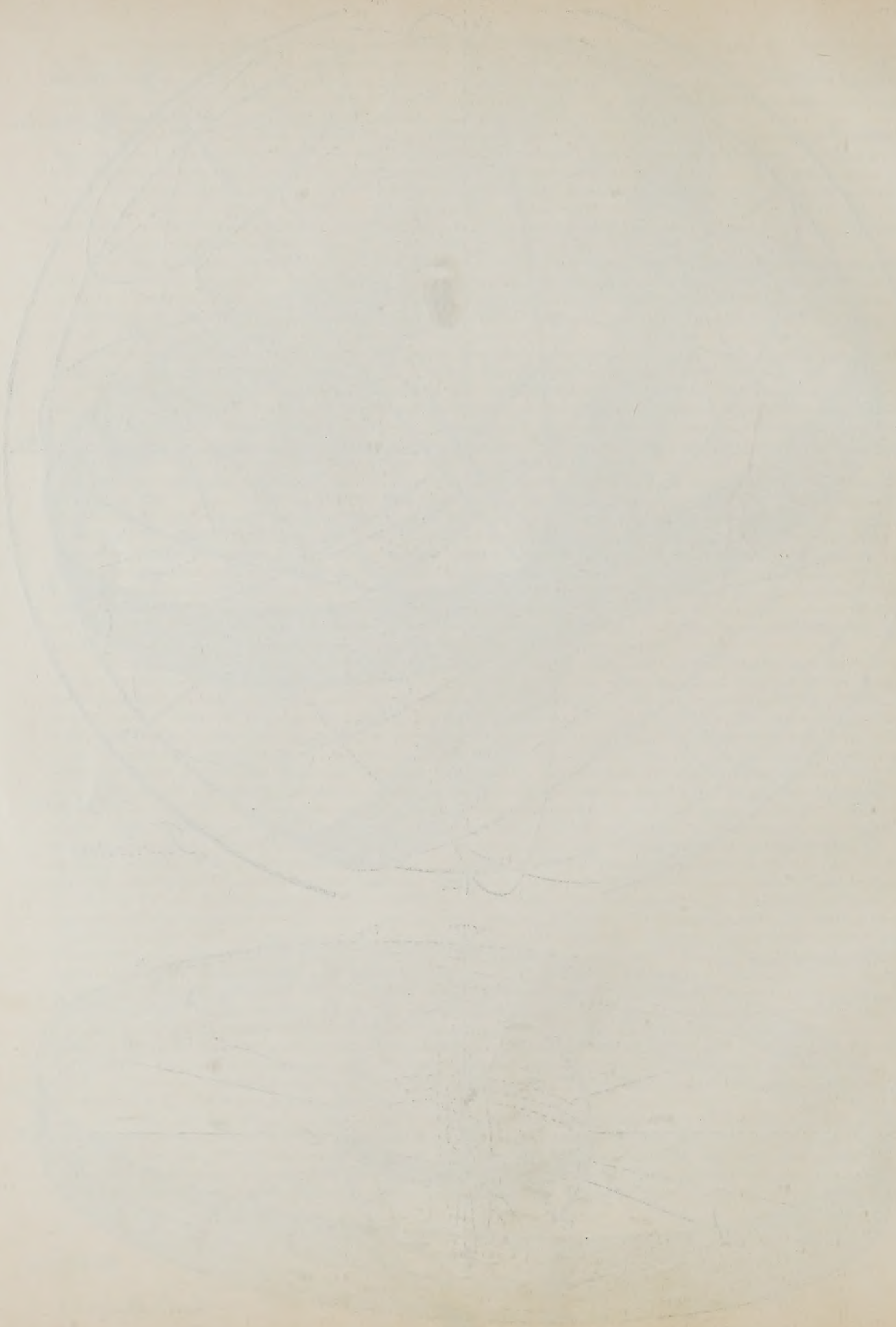
Bei der Beschreibung des Jahreslaufes der Sonne haben wir das Jahr zu 365 Tagen gerechnet, indem wir der Frühlingszeit I (21. März bis 22. Juni) 93 Tage zuteilten, dem astronomischen Sommer II (22. Juni bis 23. September) 93 Tage, dem Herbst III (23. September bis 22. Dezember) 90 Tage und dem Winter IV (22. Dezember bis 21. März) 89 Tage, den Februar zu 28 Tagen gerechnet. Nun ist diese Zahl 365 nur eine genäherte. Denn angenommen, das Jahr hätte genau 365 Tage, und wir gehen aus vom Frühlingsanfangstage (21. März) eines bestimmten Jahres, d. h. wir b e n e n n e n jenen Tag den 21. März, für den wir als Bildkreis des Tageslaufes der Sonne gerade den „Äquator" erhalten. Von diesem Tage an gerechnet müßten wir dann am 366. Tage als Bildkreis der Tagesbahn wiederum den Äquator bekommen. Das ist aber nicht genau der Fall, und was eigentlich eintritt, können wir gut übersehen, wenn wir mehrere Jahre, zu 365 Tagen gerechnet, verstreichen lassen. Allen Erfahrungen und Überlieferungen zufolge würde dann nach etwa 120 Jahren (zu 365 Tagen gerechnet), von jenem oben definierten Anfangsdatum an gezählt, eine Verschiebung eingetreten sein, die sich an Hand des Kugelbildes so charakterisieren läßt: Als Bildkreis des Sonnen-Tageslaufes hätten wir nach Verfluß von $120 \cdot 365$ Tagen nicht wieder den Äquator, sondern erst den Parallelkreis durch IV_1 mit V_1 als Aufgangspunkt und V_{11} als Untergangspunkt; die Zeitdifferenz zwischen diesem Tage, dem der Parallelkreis durch IV_1 zugeordnet ist, und jenem kommenden Tage, an dem man als Bildkreis der Tages-Sonnenbahn wiederum den Äquator erhalten wird, beträgt etwa 30 Tage. Um so viel hätte sich also während 120 Jahren (zu 365 Tagen genommen) jener kleine Fehler in der Bestimmung der Jahreslänge angehäuft. Dieser Fehler beträgt pro Jahr demnach etwa $30 : 120 = \frac{1}{4}$ Tag, d. h. um so viel ist das Jahr zu 365 Tagen länger zu nehmen, damit die Zeitrechnung in Übereinstimmung bleibt mit dem Gang der Sonne. Denn von diesem Gange hängen ja ihre Auf- und Untergangsorte am Horizont, d. h. die Länge der Tage und Nächte, sowie ihre Mittagshöhen, und von alledem wiederum die meteorologischen Faktoren, welche den einzelnen Jahreszeiten ihr Gepräge geben, ab. — Aber auch die eben angedeutete Korrektion des Jahres, welche nach je vier Jahren zu 365 Tagen einen Schalttag nötig macht, ist nur eine genäherte; denn es zeigt sich, daß man nach Verfluß von etwa $100 \cdot 365$ Tagen, also nach Verfluß eines Jahrhunderts, einen Schalttag ausfallen lassen muß, um mit dem Gang der Sonne in Übereinstimmung zu bleiben. [Julianische Reform.]

In bezug auf den J a h r e s l a u f d e r S o n n e ü b e r d e n H o r i z o n t können wir uns an Hand der Kugelfigur folgende vereinfachte Vorstellung bilden. Wir gehen aus von der Ekliptik in jener Lage, die von ihrem Durchmesser D:—D. angezeigt wird. Die eine Hälfte dieser Ekliptik liegt nun aber unterhalb der Ebene des Horizontes. Um diese Hälfte über den Horizont heraufzubringen, erteilen wir der inneren Kugel eine halbe Umdrehung um die Achse P'—P''. Dann kommt die Ekliptik in jene Lage, die durch ihren Durch-

Ib


I 6
Kugelbild des Himmels
System des Horizontes
Tages-Bewegung
Lagen des Tierkreises
Z'e
Z"e
Sü
No
Polar Kreis
Wende Kreis
Ekliptik
Aequator
Wende Kreis


Mondumlauf im Tierkreis
Nutation
Knotenbewegung
ε'|P'
ε"|P"



messer C.—C: angezeigt wird; ♈ und ♎ haben hierbei ihre Stellung in bezug auf den Ostpunkt (Os) und den Westpunkt (We) vertauscht. Nun würde der Jahreslauf der Sonne, abgesehen von ihren Tagesläufen, sich so darstellen:

Wir würden am 21. März in der Richtung nach Westen hin die Sonne über den Horizont heraufkommen sehen. Nach einem Monat (22. April) wäre sie so weit aufgestiegen, daß wir sie von der Kugelmitte aus in der Richtung I_1 sehen könnten, wieder einen Monat später (am 23. Mai) in der Richtung I_2 und zur Zeit der Sommer-Sonnenwende in ihrem höchsten Stand über dem Horizont in der Richtung C. (22. Juni.) Von jetzt an würde ihr Abstieg nach dem Ostpunkt zu beginnen. Am 23. Juli könnte man sie in der Richtung I_2 erblicken, am 23. August in der Richtung I_1, und schließlich am 23. September würde sie in der Richtung nach Osten hin unter den Horizont sinken. Die folgende Hälfte des Jahres wäre für uns Nacht. Nur hellsichtige Menschen könnten die Sonne beim Durchblick durch die Erde verfolgen; und so wäre sie denn von dem Beobachterort in der Kugelmitte aus am 23. Oktober in der Richtung III_1 zu sehen, am 22. November in der Richtung III_2, am 22. Dezember in der Richtung C: in ihrem tiefsten Stande unter dem Horizont; von da wieder aufsteigend wäre sie am 20. Januar in der Richtung IV_2 zu sehen, am 19. Februar in der Richtung IV_1, und am 21. März würde sie wieder im Westpunkte aufzugehen scheinen. — Diesen zuletzt beschriebenen Herbst-Winterlauf aber möchten wir nun ebenfalls über dem Horizonte haben: Das können wir so erreichen, daß wir die eben ins Auge gefaßte, unter dem Horizonte liegende Hälfte der Ekliptik um jenen ihrer Durchmesser, der mit der Geraden durch den Ost- und Westpunkt zusammenfällt, so drehen, daß C: mit D: zur Deckung kommt, III_1 mit IV_1, III_2 mit IV_2 zusammenfällt, ebenso IV_2 mit III_2, IV_1 mit III_1. Wir können uns nun den Herbst-Winter-Sonnenlauf so vorstellen, als ob die Sonne im Ostpunkte, wo sie eben (am 23. September) unterzugehen schien, wieder aufstehen würde, und sich während der nächsten drei Monate über dem Horizonte so bewegen würde, wie es durch die Bahn ihres Projektionspunktes auf der Kugel von ♈ nach IV_1, von da nach IV_2, von da nach D: verbildlicht wird. Am 22. Dezember wäre sie also in der Richtung D: über dem Horizont zu sehen, zugleich hier ihre höchste Höhe erreichend, die allerdings um den Bogen $C'\frown D' = 2\,e = 47^0$ kleiner ist als die höchste Höhe zur Zeit der Sommersonnenwende. — In den nächsten drei Monaten würde sie wiederum heruntergehen — entsprechend dem Weg ihres Bildpunktes von D: nach III_2, von da nach III_1, von da nach ♎ —; und am 21. März würde sie im Westpunkte unterzugehen scheinen, um sich aber gleich wiederum zu erheben, und den höher gelegenen Frühlings-Sommerlauf über C. hinaus zu beginnen. — Der Beobachter kann ein menschliches Verhältnis zu diesem Jahres-Sonnenlaufe gewinnen, wenn er sich so aufstellt, daß er nach Süden blickt, also nach l i n k e r Hand hin O s t e n hat, nach r e c h t e r H a n d hin W e s t e n. Wenn dann die Sonne am 21. März sozusagen im Westen über den Horizont heraufzusteigen beginnt und während der Frühlingszeit I über diesen bis zur höchsten Höhe sich erhebt (ihr Bildpunkt auf der Kugel gelangt bis nach C.), so heißt dies: Mein Blut strömt von der rechten Herzkammer zur Erneuerung in die Lungen.

Wenn dann die Sonne während der Sommerszeit II zur linken Hand wiederum gegen den Horizont heruntersteigt, um diesen in der Richtung nach Osten hin zu erreichen, so sage sich der Mensch: Mein Blut kehrt von den Lungen zurück in den linken Vorhof meines Herzens, erneuert durch die Frühlings-Sommersonnenkräfte.

Wenn dann während der Herbstzeit III die Sonne immer tiefer geht (ihr Bildpunkt auf der Kugel gelangt bis nach C: herunter, den man nach D: heraufspiegeln kann), so kann man damit die Empfindung verbinden: Mein Blut geht von der linken Kammer meines Herzens in den Leib herunter, ihn mit Stoffen und Wärme versehend.

Wenn schließlich von der Winter-Sonnenwende an in den nächsten drei Monaten (IV) die Sonne wieder zu ihrem Ausgangspunkte zurückkehrt und zu Frühlingsbeginn im Westpunkte, rechter Hand, dann an den Horizont herankommt, so kann sich der Mensch sagen: Mein verbrauchtes Blut strömt vom Körper zurück zum Herzen in dessen rechte Vorkammer.

In der Nebenfigur links unten kann durch eine der beiden Lemniskaten mit den Durchmessern C.—C:, D:—D. der beschriebene Jahreslauf der Sonne verbildlicht werden. Hierbei sind ♈ und ♎ bzw. der Ostpunkt Os und der Westpunkt We zu e i n e m Punkte, dem Mittelpunkte der Lemniskaten, zusammengezogen worden. Fassen wir diesen Mittelpunkt, entsprechend den vier Ästen einer jeden Lemniskate, als einen v i e r t e i l i g e n geometrischen Punkt auf, so haben wir in ihm ein Symbol für unser viergeteiltes Herz, und die Pfeile auf den Ästen der Lemniskaten geben richtig die Blutströmungen für den Lungen- bzw. den Körperkreislauf an.

Der Tageslauf der Fixsterne und sein Verhältnis zum Tageslaufe und Jahreslaufe der Sonne.

Stellen wir uns die Aufgabe, während der Nacht ebenso den Lauf der Sterne über den Horizont zu verfolgen, wie wir das in bezug auf die Sonne am Tage getan haben.

Dazu ist notwendig ein einfachstes Winkelinstrument mit einem geteilten Horizontalkreis und mit einem Vertikalkreis, dessen Ebene um eine Achse drehbar ist, die die Richtung des Lotes hat. In der Ebene des Horizontalkreises muß man eine willkürliche Ausgangsrichtung — gegeben durch einen bestimmten Durchmesser — wählen, die man sich durch einen bestimmten Skalenteil der Gradeinteilung des Kreises gehend denken kann. Es ist technisch nicht notwendig, aber geometrisch am einfachsten, sich vorzustellen: die Ebene des Vertikalkreises geht durch den Mittelpunkt des Horizontalkreises, gerade so wie jene Achse in der Lotrichtung, um die sie drehbar sein soll. [Mag auch die Ebene des Vertikalkreises in einem gewissen Abstande seitlich von der Drehachse, aber parallel zu dieser sich befinden, so kann man sich doch jederzeit eine parallele Ebene zu dieser Ebene des Vertikalkreises denken, welche durch die Drehachse geht und an der Drehung des Vertikalkreises um diese Achse teilnimmt.] Als Schnittlinie der Ebene des Vertikalkreises mit dem Horizontal-

kreis haben wir also einen bestimmten Durchmesser dieses letzteren. Der Winkel nun, den dieser Durchmesser mit dem vorhin als Ausgangsrichtung bezeichneten Durchmesser einschließt, oder der „azimutale" Winkel a, soll an der Gradteilung des Horizontalkreises ablesbar sein. — In der Ebene des Vertikalkreises muß die Visierrichtung nach dem Objekt (z. B. einem Stern) verlaufen, feststellbar durch zwei Marken, die mit dem anvisierten Objektpunkt in einer Geraden liegen, oder durch ein Visierlineal, oder durch die optische Achse eines Fernrohres. Man denke sich diese Richtung — oder eine zu ihr parallele durch den Mittelpunkt des Vertikalkreises — als zusammenfallend mit einem bestimmten Durchmesser des Vertikalkreises; es soll möglich sein, daß man an der Kreisteilung ablesen kann den Winkel, den dieser Durchmesser in der Visierrichtung einschließt mit jenem Durchmesser, der parallel der Ebene des Horizontes ist, oder aber mit jenem Durchmesser, der mit der Lotrichtung zusammenfällt. Den ersteren Winkel kann man den Höhenwinkel h nennen, den letzteren die Zenitdistanz z, wobei $z = 90^0 - h$ ist. Je nach der Einrichtung des Instrumentes, das mit Hilfe einer Wasserwaage oder einer sichtbaren Lotlinie justiert wird, wird man entweder z oder h messen.

Denken wir uns nun eine Kugelfläche, auf welcher ein größter Kreis die Ebene des Horizontes andeute; auf diesem Kreise nehmen wir einen willkürlichen Anfangspunkt, von dem aus wir die mit Hilfe des Instrumentes gemessenen azimutalen Winkel a abtragen. Die durch die Kugelmitte gehende Gerade Z'e—Z''e, welche auf der Ebene dieses Kreises senkrecht stehe, verbildlicht uns die Lotrichtung. Legen wir ferner durch die Kugelpole Z'e, Z''e Meridiane, welche den Horizontkreis in bestimmten Punkten mit bestimmten azimutalen Abständen a vom Anfangsmeridian schneiden. Auf diesen Meridianen oder Höhenkreisen können wir nun abtragen den zu jedem a gehörigen, instrumentell ermittelten Höhenwinkel h oder die Zenitdistanz z (letztere vom Pole Z'e aus auf den Höhenkreis abzutragen).

Angenommen, wir verfolgen nun den Lauf eines Sternes über den Horizont während einer Nacht, indem wir von Zeit zu Zeit die oben definierten azimutalen Winkel a und die zugehörigen Höhenwinkel h (oder deren Komplemente $z = 90^0 - h$) messen. Jedes Wertepaar (a, h) bestimmt uns einen Punkt auf der Kugel. Es sollte sich herausstellen: alle so erhaltenen Bildpunkte der Bahn eines bestimmten Sternes liegen in erster Näherung auf einem Kugelkreis. Und weiterhin muß sich ergeben, wenn man solche Messungen an mehreren Sternen vornimmt, wobei aber die Aufstellung des Instrumentes auf denselben azimutalen Anfangspunkt hin orientiert sein muß: Die Bildkurven der täglichen Sternbahnen auf der Kugel sind einander parallele Kreise, und jener größte Kugelkreis, zu dem sie Parallelkreise sind, hat eine solche Neigung gegen die Ebene des Horizontes wie jener „Äquator", den man mit Hilfe jener Daten, welche die Beobachtungen des Tageslaufes der Sonne liefern, konstruieren kann. Also: jener größte Kugelkreis und dieser Äquator sind identisch! Und auch das läßt sich feststellen: Jeder Stern bekommt auf der Bildkugel stets denselben Parallelkreis zugeordnet — in erster Näherung —, gleichgültig, an welchem Tage des Jahres die Beobachtungen gemacht werden. Weiter: Alle Sterne haben die gleiche tägliche Umlaufzeit — die Zeit eines „Sterntages". Das kann man so feststellen, daß man den Höhenkreis oder Vertikalkreis unseres Instrumentes z. B. in die Mittagsebene bringt (Ebene des „Meridian-Kreises" in der Figur) — es könnte aber auch eine beliebige andere Ebene sein — und täglich die Durchgänge bestimmter Sterne durch diese Ebene beobachtet. Die mit guten Uhren gemessenen Zwischenzeiten von einem Durchgang zum andern müssen für alle Sterne gleich gefunden werden.

Auch das läßt sich feststellen, daß die Sterne in derselben Ebene ihre höchste Höhe über dem Horizont erreichen wie die Sonne, nämlich in der „Mittagsebene".

Die Resultate all dieser Messungen kann man ideell-geometrisch in folgender Art interpretieren: Denken wir uns, die in der Figur dargestellte äußere Kugel sei technisch irgendwie als physisches Modell konstruiert, wobei ein bestimmter Reif den Äquator, und andere Reife oder Ringe oder Drähte die Parallelkreise zu diesem Äquator darstellen. Die Lage des Äquators in bezug auf den Horizont denken wir uns aus Sonnenbeobachtungen abgeleitet. — Unser beobachtendes Auge soll im Mittelpunkt der Kugel sein, oder soll — was technisch besser ausführbar ist — längs einer solchen Visierrichtung blicken können, die durch die Kugelmitte geht. Nun mögen die Visierrichtungen nach bestimmten Sternen in bestimmten Momenten als Schnittpunkte mit der Kugelfläche solche haben, welche je einem der vorhin definierten Parallelkreise angehören. Wir können dann feststellen, daß die Schnittpunkte der Visierrichtungen nach diesen Sternen mit der Kugelfläche auch in jedem anderen Zeitpunkte jenen Parallelkreisen angehören, durch welche die Anfangsrichtungen gingen. Das heißt: Der Projektionspunkt eines jeden Sternes beschreibt, bei der täglichen Bahn dieses Sternes, auf der Kugelfläche einen eigenen Parallelkreis — den er durch das Jahr hindurch in erster Näherung beibehält. Ferner: Der Umlauf aller dieser Punkte auf ihren Parallelkreisen erfolgt mit derselben Winkelgeschwindigkeit, d. h. ein voller Umlauf in der gleichen Zeit. Diese beiden Feststellungen gestatten uns, folgende weitere Vorstellung auszubilden:

Denken wir uns, die Erde wäre durchsichtig, so daß wir in einer Nacht nicht bloß die über dem Horizont stehende Hälfte des Sternenhimmels erblicken könnten, sondern auch die andere von der Erde verdeckte Hälfte. Denken wir uns, es wäre möglich, diesen ganzen Sternenhimmel von der Kugelmitte aus in einem Momente auf die Fläche der inneren Kugel zu projizieren. Wir wollen den Schnittpunkt der Visierrichtung Kugelmitte—Stern mit der Kugelfläche den „Bildpunkt" dieses Sternes auf der Kugelfläche nennen. Wir hätten also durch jene Momentphotographie auf die Kugelfläche ein getreues Abbild des Sternenhimmels insofern erhalten, als die Winkelabstände der Bildpunkte auf der Kugel auf die sphärischen Abstände der ihnen entsprechenden Sterne hinweisen. Was wir hier etwas summarisch als mathematisch-geometrisch mögliche Operation ideeller Art skizziert haben, kann aber in der Praxis natürlich nur das Ergebnis vieler einzelner Messungen ein, nämlich die Konstruktion eines Sternenglobus mit getreuer Wiedergabe der Lagen-

verhältnisse der einzelnen Sterne und Sternbilder. Denken wir uns, dieser Globus werde dargestellt durch die innere Kugel in unserer Figur, die um die Achse P′—P″ drehbar ist. Auf der Oberfläche des Globus seien im richtigen Lagenverhältnis zueinander und zum „Äquator" die Bildpunkte der Sterne verzeichnet. Wir können uns vorstellen, an der Stelle eines jeden solchen Bildpunktes sei ein kleines Loch in der Kugelfläche, die durch eine stoffliche Hülle dargestellt werde und z. B. mit einer Nadel durchstochen werden kann. Durch diese Löcher soll man von der Kugelmitte aus — oder in Richtungen durch die Kugelmitte — nach den entsprechenden Sternen visieren können. Um nun den Tageslauf der Sterne nachzuahmen, müßten wir einfach den Globus um die Achse P′—P″ rotieren lassen, aber so, daß sein Umlauf mit jenem des Sternenhimmels übereinstimmt; denn nur dann trifft die Visierrichtung Kugelmitte—Bildpunkt in jedem Momente auf den entsprechenden Lichtpunkt am Himmel. — Die Dauer eines solchen Umlaufes, den „Sterntag", können wir in 24 Sternstunden, jede solche in 60 Sternminuten, jede solche Minute in 60 Sternsekunden einteilen. — Nun ergibt sich, daß gegenüber diesem Sterntag die Dauer eines mittleren Sonnentages — von einer Kulmination der Sonne in der Mittagsebene bis zur nächsten — etwa vier Sternminuten (genauer $3^m\,56{,}5^s$ Sternzeit) länger ist als der Sterntag. Dieses Verhältnis läßt sich so begreiflich machen: Jeder Beobachter weiß ja, daß zu den verschiedenen Jahreszeiten z. B. immer abends um 10 Uhr Ortszeit (d. h. 10 Stunden nach der Sonnenkulmination) nach Süden hin stets andere Sternbilder zu sehen sind, andere im Osten heraufkommen, andere im Westen untergehen. Kurz, der Tageslauf der Sonne erfährt gegenüber dem Tageslauf des Sternenhimmels eine gewisse jährlich-periodische Verschiebung, die sich geometrisch in folgender Art demonstrieren läßt: Unser Globus, dargestellt durch die innere Kugel in der Figur, sei richtig orientiert und rotiere dem Umlauf des Sternenhimmels entsprechend um die Achse P′—P″. Wir wollen annehmen, daß wir an einem bestimmten Tage in gewissen Zeitintervallen die Schnittpunkte der Richtungslinien Kugelmitte—Sonne mit der Kugelfläche, d. h. mit der Oberfläche des rotierenden Globus erhalten könnten. Es würde sich ergeben, daß der Projektionspunkt der Sonne auf der rotierenden Kugelfläche im Vergleich zu den auf ihr verzeichneten Bildpunkten der Sterne während eines Tageslaufes nur wenig seinen Ort ändert. — Lassen wir aber den Globus, durch ein Uhrwerk getrieben, ein Jahr lang rotieren — die Kontrolle bezüglich der Übereinstimmung mit dem Umlauf des Sternenhimmels können wir in den Nächten ausführen —, und suchen wir etwa von Woche zu Woche oder wenigstens von Monat zu Monat die Projektionspunkte der Sonne auf seine Fläche zu bestimmen, dann könnten wir finden: alle diese Punkte liegen auf einem größten Kugelkreis, der in der Figur mit „Ekliptik" bezeichnet ist. Während die Kugel nur eine Rotation ausführt, würde der Projektionspunkt der Sonne auf der „Ekliptik" um kaum 1^0 sich verschieben (z. B. etwa von S nach $\bar{S}$), im entgegengesetzten Sinne der Kugelrotation; und während die Kugel etwa $366\frac{1}{4}$ Rotationen ausführt ($366\frac{1}{4}$ Sterntagen entsprechend), würde der Projektionspunkt der Sonne gerade einmal auf dieser „Ekliptik" (im Sinne der kleinen Pfeile) umlaufen, hätte also in bezug auf das Vorbeikommen am „Meridian-Kreis" nur $365\frac{1}{4}$ Rotationen ausgeführt. — Die Bildpunkte jener Sterne in der Nähe des Kreises der „Ekliptik" gehören den Sternen des sogenannten Tierkreises an. Die Sterne in diesem Gürtel werden je einem von 12 Sternbildern zugeteilt. In einer schon früher angegebenen Übersicht haben wir mitgeteilt, welche Stellen der „Ekliptik" auf die ungefähren Gegenden der Bildpunkte einer jeden solchen Tierkreis-Sternfigur hinweisen.

Nehmen wir für einen bestimmten Tag — wenn die Sonne gerade kulminiert — ihren Projektions- oder Bildpunkt auf der Kugel in S an. [In der Figur liegt S zwischen I_1 und I_2, so daß dementsprechend der Beobachtungstag zwischen dem 22. April und dem 23. Mai gelegen wäre, wo die Sonne in der Gegend der Sternbilder Widder—Stier sich befindet.] Wenn nun die innere Kugel rotiert, so bewegt sich S im Verhältnis zum Gerüst der äußeren, feststehenden Kugel auf einem Parallelkreis zum „Äquator", wie auch jeder andere Kugelpunkt. Dieser Parallelkreis, der zu S gehört, ist in der Figur angedeutet, und zwar wie die anderen Parallelkreise auf der inneren Kugelfläche. Aber man sollte diese Parallelkreise eigentlich nunmehr auf die äußere Kugel übertragen, um anzudeuten, daß die Punkte der inneren Kugel bei der Rotation nur diesen Kreisen entlang gleiten, nicht aber sich selbst miteinander auf der inneren Kugelfläche irgendwie bewegen, insbesondere, wenn sie Bildpunkte von Fixsternen darstellen. Betrachten wir in diesem Sinne die innere Kugel als Abbild der Fixsternsphäre, so läßt sich sagen: während die Kugel einmal rotiert, so bewegt sich S relativ zur Kugelfläche von S bis nach $\bar{S}$. Stellen wir uns vor, zu Anfang der zu betrachtenden einmaligen Rotation sei die innere Kugel so orientiert, daß der Meridian R—S—p′ gerade in die Ebene des „Meridian-Kreises" der äußeren Kugel hineinfalle, und zwar auf der Seite Sü—A′. Nach einer Kugelumdrehung — entsprechend dem Sterntag — kommt der Meridian R—S—p′, auf dem sich z. B. auch Bildpunkte von Fixsternen befinden können, wieder in die eben gekennzeichnete Lage, noch nicht aber der durch $\bar{S}$ gehende Meridian $\bar{R}$—$\bar{S}$—p′; damit dieser in die Ebene des Meridian-Kreises hereinkomme, entsprechend einer zweitmaligen Kulmination der Sonne, muß die innere Kugel sich noch um einen solchen Betrag drehen, der gleich ist dem auf dem Äquator gemessenen Winkelabstand $R\overset{\frown}{\bar{R}}$ der Meridiane durch S und $\bar{S}$ voneinander. Das Bogenstück $R\overset{\frown}{\bar{R}}$ ist nicht genau gleich dem Bogen S–$\bar{S}$; aber wir können folgende Mittelwert-Betrachtung anstellen: angenommen, jener größte Kugelkreis, genannt die „Ekliptik", sei in 365 gleiche Teile S—$\bar{S}$ geteilt, von den jeder $\frac{360^0}{365} \sim 59'\,11''$ umfaßt. Diesen 365 Bogenteilen würden nun entsprechende 365 Bogenteile $R\overset{\frown}{\bar{R}}$ auf jenem größten Kugelkreise entsprechen, der „Äquator" genannt wird; diese Teile wären zwar unter sich nicht ganz gleich groß — nur in der Nähe von A. und A: — aber im Mittel würde jeder ebenfalls $\frac{360^0}{365}$ umfassen. Könnten wir mit 360 Teilen rechnen, so

würde jeder Teil im Mittel gerade 1^0 umfassen. Nun kommen alle 360 Teile des Äquators in 24 Zeiteinheiten oder in $24 \cdot 60^m$ Untereinheiten vorbei (figürlich hinweisende Ausdrucksweise auf die Begriffe „Sternstunde" und „Sternminute") am Meridian-Kreis; somit gebraucht ein Teil zum Vorbeikommen $\frac{24 \cdot 60^m}{360} = 4^m$ Untereinheiten. Rechnet man mit $365\frac{1}{4}$ statt mit 360, so bekommt man den schon genannten Betrag $3^m 56{,}5^s$ — d. h. jener Betrag, um den im Mittel das Zeitintervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Sonnenkulminationen länger ist als das vierundzwanzigstündige Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen irgendeines Fixsternes.

Verschiedene Beobachtungsorte der Erde. Wir haben bis jetzt beschrieben, wie der Verlauf der Erscheinungen vor sich geht, wenn man sie anschaut von einem ganz bestimmten irdischen Beobachtungsort. Dem Globus, d.h. der inneren Kugel in unserer Figur, mußten wir dementsprechend eine ganz bestimmte Lagerung in bezug auf das feststehend gedachte Gerüst der äußeren Kugel geben: und diese seine Lage ist im wesentlichen bestimmt durch den Neigungswinkel $P' \frown No = \varphi = P'' \frown Sü$ seiner Achse P'—P'' gegenüber der Ebene des Horizontes. Um nun im Kugelmodell den Himmelsaspekt für verschiedene Beobachtungsorte auf der Erde nachbilden zu können, muß man sich einfach die Befestigungspunkte P', P'' der Globusachse auf dem Meridian-Kreis der äußeren Kugel verschiebbar denken. Denn alle diesbezüglichen Erfahrungen kann man kurz so formulieren: Es zeigt sich, daß man an verschiedenen Orten der Erde als Projektionsbild der Sternsphäre auf die Kugel das gleiche bekommt, das heißt gleiche Winkelabstände der gegenseitig fixen Bildpunkte auf der Kugel; auch die Lage der „Ekliptik" und der Wende-Kreise, der Polar-Kreise usw. in bezug auf die fixen Bildpunkte ergibt sich überall in übereinstimmender Weise. Die innere Kugel in der Figur mit all ihren Kreisen — ausgenommen der Projektion des Horizontkreises auf sie — kann also als getreues Bild des Sonnenlaufes und des Sternenlaufes gelten, wie er von irgendeinem irdischen Orte aus erscheint; nur muß man der Lage dieses Ortes in bezug auf den Himmel im Modell dadurch gerecht werden, daß man den oben definierten Neigungswinkel φ der Globusachse P'—P'' verschieden wählt. So muß z. B. für die sog. nördlicheren Gegenden φ immer größer gewählt werden, und der Nordpol der Erde würde astronomisch dadurch definiert sein, daß $\varphi = 90^0$, d. h. daß die Globusachse P'—P'' mit der Lotrichtung Z'e—Z''e zusammenfällt; der Äquator fällt dann mit der Ebene des Horizontes zusammen; die Tageskreise der Sterne und Sonne sind Parallelkreise zum Horizont; die Sonne bleibt während eines ganzen halben Jahres (I + II) über dem Horizont, ein halbes Jahr (III + IV) unter ihm: wir haben Polarnacht.

Für südlicher gelegene Erdorte muß man umgekehrt φ immer kleiner wählen, und im Grenzfalle, für Orte in der Nähe des „Äquators" der Erde müßte man die Globusachse P'—P'' mit der Nord-Süd-Richtung (No—Sü) zusammenfallen lassen, um im Modell die Lage des Himmels in bezug auf den Horizont zu erhalten. Hierbei fällt der Aquator mit einer Ebene zusammen, die durch die Ost-West-Richtung (Os—We) und durch die Lotrichtung Z'e—Z'e geht; die Ebenen aller Parallelkreise stehen senkrecht auf der Ebene des Horizontes und werden von dieser halbiert. Ins Reale übersetzt heißt das: Das ganze Jahr hindurch sind hier Tage und Nächte gleich lang, gleichgültig, auf welchem Parallelkreis der Bildpunkt der Sonne anzunehmen ist für einen bestimmten Tag, gleichgültig, an welchen Orten des Horizontes sie also auf- und untergeht. So kann die verschiedene Stellung des Globus gegenüber der Ebene des Horizontes dem denkenden Betrachter Aufschluß geben über die Beleuchtungsverhältnisse an verschiedenen Erdorten, über die Tageslängen, die Lage der Auf- und Untergangspunkte am Horizonte, über die Mittagshöhen der Sonne zu verschiedenen Jahreszeiten usw.

Auf der sog. „südlichen" Halbkugel der Erde verhält sich alles symmetrisch im Vergleich zu Orten auf der nördlichen Halbkugel, die wir bis jetzt im Auge hatten. Man muß einfach, um die Verhältnisse zu übersehen, in unserer Figur die unterhalb der Ebene des Horizontes liegenden Kugelhälften ins Auge fassen und die Bezeichnungen Os, We sowie No, Sü miteinander vertauschen, den Globus aber in demselben Sinne rotieren lassen wie die Pfeile angeben. Ins Reale übersetzt heißt dies: Wir Menschen auf der nördlichen Halbkugel, wenn wir nach unserem Pol (P') hin blicken, haben dann Osten rechts, Westen links, d. h. die aufgehende Sonne rechter Hand; wenn aber der Mensch auf der südlichen Halbkugel nach seinem Pol (P'') hinblickt, so hat er die aufgehende Sonne zur linken Hand.

Lauf der Sterne während des großen Tages, d. h. während des platonischen Jahres. Um dasjenige zu erläutern, was zum folgenden Thema gehört, betrachten wir den Verlauf der Erscheinungen wiederum von einem ganz bestimmten irdischen Beobachtungsorte aus, nämlich von einem solchen Orte aus, dem der Neigungswinkel $\varphi = No \frown P'$ der Achse des Sternglobus gegenüber der Ebene des Horizontes zukommt, so wie es unsere Figur darstellt. Aber dasjenige, was zu beschreiben ist, gilt wiederum für alle Orte auf der Erde in ähnlicher Weise weil es sich um Dinge handelt, die, wenn sie figürlich interpretiert werden, auf der Fläche des Globus oder der Bildkugel des Himmels selbst sich abspielen, ganz unabhängig von der Neigung der Globusachse P'—P'' gegen die Ebene des Horizontes. — Wir haben oben gesagt: Die Bildkurven der täglichen Bahnen der Fixsterne sind in erster Näherung festbleibende Parallelkreise zum Äquator. Dieses Wort „erste Näherung" muß nun in vollem Ernste genommen werden, und es soll gezeigt werden, worin die Abweichung besteht, die allerdings für gröbere Meßinstrumente erst nach Jahren oder gar Jahrzehnten sich bemerkbar macht. — Was die Figur enthält, ist die idealisiert-geometrische Interpretation desjenigen, was Astronomen etwa in den letzten zwei Jahrtausenden wollen beobachtet haben, und was schon in älteren Weisheitslehren in ähnlicher Art ausgesprochen wurde — alles unter der Voraussetzung, daß der Lauf der Dinge auch zukünftig in der Weise sich abspiele, wie es die bildhafte Darstellung verlangen würde, die, wie gesagt, die Erfahrungen und Überlegungen der Geister etwa der letzten zwei Jahrtausende zum Ausdruck bringt.

Zur Verbildlichung dient uns die bereits charakterisierte d r i t t e K u g e l mit der Achse E′P′—E″P″, um welche sie rotieren kann; dabei bleiben in bezug auf die zweite Kugel nur die beiden Pole E′P′, E″P″ an ihrem Ort, und beschreiben, während auch die zweite Kugel rotiert, stets die Polarkreise. Alle anderen Punkte der dritten Kugel aber gelangen wegen deren Rotation gegenüber der zweiten nach und nach auf andere Parallelkreise zum Äquator dieser zweiten Kugel. Wir wollen das erläutern, aber zunächst sagen, in welchem Verhältnis man sich die Geschwindigkeiten der Umläufe beider Kugeln denken muß. Nennen wir die zweite Kugel, deren Pole p′, p″ sind, die „Äquator-Kugel", die dritte Kugel, deren Pole E′P′, E″P″ sind, den „Ekliptik-Globus". Dann kann man die Dinge so aussprechen:

Die Äquator-Kugel vollführe um die Achse P′—P″ eine Zahl von Umdrehungen, die gegeben ist durch das Produkt $360 \cdot 72 \cdot 366{,}25 = 25\,920 \cdot 366{,}25 = 9\,493\,200$; während sie dies tut, vollführe der Ekliptik-Globus um die Achse E′P′—E″P″ gerade e i n e Umdrehung — entgegengesetzt dem Rotationssinne der Äquator-Kugel, also im Sinne der kleinen Pfeile längs der „Ekliptik" und auf den gestrichelten Parallelkreisen zu dieser. Während also die Äquator-Kugel $72 \cdot 366{,}25$ Umdrehungen um ihre Achse macht, rotiert der Ekliptik-Globus gerade um 1^0 in seinem Sinne, und er rotiert nur um den kleinen Winkelbetrag $\frac{60 \cdot 60''}{72} = 50''$, wenn ersterer gerade 366,25 Umdrehungen ausführt. Nun haben wir gesehen, daß 366,25 Rotationen der Äquator-Kugel figürlich hinweisen auf die Länge eines Jahres zu $366\frac{1}{4}$ „Sterntagen". Im vorliegenden Falle hätten wir es demnach, wenn wir die beschriebenen geometrischen Operationen interpretieren, mit einem Zeitraum von $360 \cdot 72$ Jahren $= 25\,920$ Jahren zu tun, während welchem die Sterne, von der Erde aus betrachtet, einen gewissen Umlauf ausführen. Dieser läßt sich figürlich so beschreiben: Wir stellen uns vor, d e r E k l i p t i k - G l o b u s s e i d e r T r ä g e r d e r B i l d p u n k t e d e r F i x s t e r n e, und dieser Globus als Ganzes möge nun in bezug auf die Äquator-Kugel, mit der er bloß mittels der Achsenpunkte E′P′ E″P″ fest verbunden sei, in einem solchen Sinne langsam rotieren, der übereinstimmt mit dem Umlaufssinn des früher gekennzeichneten Punktes S auf der Ekliptik. Wir haben uns vorgestellt, daß S der Bildpunkt der Sonne sei, und daß er auf der Äquator-Kugel gerade einmal längs der Ekliptik umlaufe, während diese Äquator-Kugel $366\frac{1}{4}$ Umdrehungen ausführt. Während nun S also 25 920 Umläufe macht, soll der Ekliptik-Globus im gleichen Sinne bloß eine Umdrehung machen. Es ist nun klar, daß während dieser Umdrehung alle Bildpunkte von Sternen in der Nähe der Ekliptik oder auf dieser selbst an dem auf der Äquator-Kugel festliegenden Punkte Υ vorbeikommen, wohin immer der Bildpunkt der Sonne für den Frühlingsanfang zu versetzen ist; ferner daß, während S eine Zahl von $\frac{25'920}{12} = 2160$ Umläufe macht, die Drehung des Ekliptik-Globus gerade $\frac{360^0}{12} = 30^0$ beträgt, entsprechend der mittleren Länge eines Tierkreissternbildes. Ins Reale übersetzt, sagt man deshalb: Immer nach Verfluß von etwas mehr als 2000 Jahren steht der Frühlingspunkt der Sonne in einem andern Sternbilde, und er „durchwandert" während etwa 25 920 Jahren den ganzen Tierkreis. In der Figur ist es zwar so, daß umgekehrt die Bildpunkte des Tierkreises am Bildpunkte Υ vorbeilaufen — das ist noch ptolemäisch interpretiert, während die vorhin gebrauchte Ausdrucksweise auf die kopernikanische Interpretation hinweist. [Vgl. hierzu die Tafel IV: «System der Ekliptik».]

Während nun der Ekliptik-Globus rotiert, laufen alle seine Punkte auf Parallelkreisen zur Ekliptik; in der Figur sind die vier hauptsächlichsten zu sehen (gestrichelt), deren Lage bereits früher charakterisiert wurde. — Betrachten wir einen beliebigen Punkt S (links oben) auf dem Ekliptik-Globus. Sein Abstand von der Ekliptik, gemessen auf dem Meridian Q—S—E′P′, sei eine „Breite" $\beta = \overset{\frown}{QS}$ genannt; sein (momentaner) Abstand vom Äquator, gemessen auf dem Meridian R—S—p′, sei seine „Deklination" $\delta = \overset{\frown}{RS}$ genannt. Ferner werde $\overset{\frown}{Q\Upsilon} = \lambda$ die „Länge" von S (bzw. auch von Q) genannt, und $\overset{\frown}{R\Upsilon} = \alpha$ gesetzt. [Vgl. auch Tafel III.]

Jener Parallelkreis zum Äquator, den S beschreibt, wenn der Äquator-Globus rotiert, ist angedeutet; er hat die Deklination δ, und dieser entspricht eine bestimmte Kulminationshöhe über dem Horizont, wenn S den Meridian-Kreis passiert, z. B. auf der Seite Sü—A′. — Nun möge der Ekliptik-Globus um einen gewissen Betrag rotieren, so daß S auf einem Parallelkreis zur Ekliptik nach $\bar{S}$ gelangt; für diesen Punkt ist also $\bar{Q}$—$\bar{S} = \bar{\beta} = \beta =$ Q—S; dagegen ist $\bar{R}$—$\bar{S} = \bar{\delta}$ verschieden von R—S $= \delta$, das heißt: $\bar{S}$ liegt jetzt an einer anderen Stelle der Äquator-Kugel und beschreibt dementsprechend seinen Parallelkreis zum Äquator in anderer Lage als der Punkt S; somit hat $\bar{S}$ auch eine andere Höhe über der Ebene des Horizontes oder eine andere Zenitdistanz als S, wenn er bei der Rotation der Äquator-Kugel den Meridiankreis passiert. Ins Reale übersetzt heißt dieses: Nach einer gewissen Zahl von Jahren sind die Zenitdistanzen der Fixsterne bei ihrer Kulmination merklich andere geworden. Nehmen wir z. B. an, der Rotationsbetrag des Ekliptik-Globus, nämlich der Winkelbetrag S—$\bar{S}$ = Q—$\bar{Q}$ sei gerade 1^0, ein Betrag, der, wie oben erläutert, einem Zeitraume von 72 Jahren zugeordnet ist, dann dürfte die Differenz $\Delta\delta = \bar{\delta} - \delta$ auch für gröbere Meßinstrumente konstatierbar sein. Aber auch die Differenz $\Delta\alpha = \bar{\alpha} - \alpha = \overset{\frown}{\bar{R}R}$ ist dann gewiß merkbar geworden. (Der Winkel $\alpha = \overset{\frown}{R\Upsilon}$ bestimmt das Zeitintervall zwischen jenen beiden Zeitpunkten, wenn beim Rotieren der Äquator-Kugel der Punkt R, hernach der Punkt Υ die Ebene des Meridiankreises passiert. statt R kann irgendein Punkt, z. B. S, aul dem Meridian R—p′ genommen werden. Man übersetze das ins Reale!)

Betrachten wir jetzt die Deklinationsänderungen einiger ausgezeichneter Punkte und Zonen des Ekliptik-Globus! Betrachten wir z. B. jene Parallelkreise zur Ekliptik, die durch die Pole p′, p″ des Äquators gehen und zu Durchmessern p′—p'_0, p″—p''_0 haben. Wenn der Ekliptik-Globus eine halbe Umdrehung gemacht hat — entsprechend der Hälfte des platonischen Jahres, nämlich einem Zeitraum von 12 960 Jahren — haben die, Endpunkte der genannten Durchmesser ihre Orte auf der Äquator-Kugel vertauscht, und es ist $\overset{\frown}{p'_0p'} =$

$2 \cdot p'–E'P' = 2 \cdot 23\frac{1}{2}^0 = 47^0$ der Betrag der Deklinationsänderung. War also zu Anfang ein Punkt bei p' der ruhende Pol bei der Rotation der Äquator-Kugel, mit einem Abstand $\delta = 90^0$ vom Äquator, so ist dieser Punkt nach einer halben Umdrehung des Ekliptik-Globus nach p'_0 gelangt, und dieser letztere Punkt hat vom Äquator bloß noch den Abstand $\delta = 90^0 - 47^0 = 43^0$; er beschreibt bei der Rotation der Äquator-Kugel den Parallelkreis p'_0—p'_{00}. Analoge Bedeutung hat der Parallelkreis p''_0—p''_{00} in bezug auf den Pol p''. — Wenn der Ekliptik-Globus rotiert, so kommt während einer seiner Umdrehungen jeder Bildpunkt auf oder in die Nähe der Kreise p'—p'_0, p''—p''_0, in die Gegend der Pole p', p'' der Äquator-Kugel. Ins Reale übersetzt, sagt man: Während des platonischen Jahres kommen immer andere Fixsterne an die Stelle oder in die Nähe der sog. Himmelspole (P', P''), welche bei der täglichen Drehung des Sternenhimmels als die ruhenden Punkte erscheinen. — Man kann einsehen, daß für alle Punkte auf jenen Kugelkalotten um die Pole E'P', E''P'' herum, welche von den Kreisen p'—p'_0, p''—p''_0 begrenzt werden, nach einer halben Umdrehung des Ekliptik-Globus die Deklinationsänderung kleiner als 47^0 ist, und daß sie für die genannten Pole selbst Null ist. Nun weist E'P' auf das Sternbild des Drachen hin: Dieses behält also im Laufe des platonischen Jahres seine relative Stellung zum irdischen Horizonte bei. — Betrachten wir noch die Gegend zwischen den Parallelkreisen A:—U:, A.—U. zur Ekliptik; in dieser Zone liegt die Ekliptik selbst, welche auf die Gegend des Tierkreises am Himmel hinweist. Nach einer halben Umdrehung des Ekliptik-Globus haben eventuelle Bildpunkte von Sternen in der Nähe von D. und D: ihre Stellungen vertauscht: hat demgemäß der eine bei der Rotation der Äquator-Kugel den nördlichen Wende-Kreis beschrieben, so beschreibt er jetzt den südlichen und umgekehrt; der Abstand beider aber ist 47^0. — Nehmen wir ferner an, es seien auf dem Ekliptik-Globus Bildpunkte von Sternen in der Nähe der Äquatorpunkte A., A:. Nach einer halben Umdrehung des Ekliptik-Globus ist dann jener bei A. nach U. gekommen; jener, der vorher bei A: war, ist nach U: gekommen. Nun beschreibt bei der Rotation der Äquator-Kugel U. den Parallelkreis U.—U'' zum Äquator und U: den Parallelkreis U:—U' zu diesem, beide im Abstande $\delta = 47^0$ von ihm ($A.\frown U: = 2\,A.\frown D. = 2\,A:\frown D: = 47^0$).

Alle diese Hinweise sagen das eine: Man sollte die Stern-Globen in bezug auf die Ekliptik und ihre Pole orientieren und nicht auf den Äquator und seine Pole, sonst kann man den Sternenlauf während des platonischen Jahres nicht darstellen. Um dies zu tun, kann man so verfahren, wie es unsere Figur andeutet: man kann von der Rotation der Äquator-Kugel absehen, und den Ekliptik-Globus um die Achse E'P'—E''P'' rotieren lassen; dabei beschreiben alle Bildpunkte von Sternen Parallelkreise zur Ekliptik, einige kommen über den Horizont, andere gehen unter ihn. Kurz, dieser Umlauf, welcher auf den platonischen Zeitraum von 25 920 Jahren hinweist, erscheint wie das Abbild eines „großen Tages (er umfaßt 25 920 · 366,25 gewöhnliche Sterntage), eines Himmelstages", der wie der gewöhnliche Sterntag durch die Rotation eine Kugel verbildlicht werden kann. Allerdings muß man, um die Verhältnisse in bezug auf den Horizont zu übersehen, die Achse des Ekliptik-Globus auch noch in die andere extreme Stellung E'—E'' bringen, die sie bei der Rotation der Äquator-Kugel annehmen kann.

Die Nutation. Man denke sich auf der Äquator-Kugel um die Pole E'P', E''P'' je eine kleine Ellipse 1—2—3—4 gelegt; ihr großer Durchmesser 1—3 betrage etwa 18'', ihr kleiner etwa 14''. Man denke sich, die Achse des Ekliptik-Globus sei nicht gerade in E'P' und E''P'' an der Äquator-Kugel befestigt, sondern in irgend zwei einander entsprechenden Punkten auf jenen kleinen Ellipsen mit den Mittelpunkten E'P', E''P''. Und man denke sich, daß diese Befestigungspunkte auf jenen kleinen Ellipsen gerade einen Umlauf machen, während die Äquatorkugel 18,6 · 366,25 Rotationen ausführt. Indem nun die Achse des Ekliptik-Globus eine periodische, kleine Schwankung in bezug auf die Äquator-Kugel ausführt, schwankt auch der ganze Globus mit allen Bildpunkten der Fixsterne, auch die Ekliptik, die Wendekreise, alle Parallelkreise, welche auf die täglichen Bahnen der Sonne hindeuten. Somit schwanken in einer Periode von 18,6 Jahren auch deren Mittagshöhen (angedeutet bei C', D') um den Betrag von etwa 18''.

Zu Figur Ib:

Kugelbild des Himmels. System des Horizontes. Lagen des Tierkreises. Mondumlauf.

Die vorliegende Tafel Ib soll ergänzen, was auf der Tafel Ia «Kugelbild des Himmels; Sonnenlauf, Sternenlauf» zum Teil bereits angedeutet wurde. Es soll gezeigt werden, wie man die Dinge in verschiedener Weise mathematisch vorstellen kann. Die äußere Kugel, die in Ia zu sehen ist, wurde hier bis auf den die innere Kugel umhüllenden Kreis in der Mittagsebene fortgelassen, und dieser Kreis soll jene Ebene hervorheben. Die Punktbezeichnungen auf dem Kreis der inneren Kugel in dieser Ebene (No P' Z'e D' A' C' Sü usw.) entsprechen denen auf dem äußeren Mittagskreis der Tafel Ia. Gegenüber dem in jener Tafel Gesagten, wo von einer rotierenden Kugel die Rede war, können wir uns in die vorliegende Figur Leben und Bewegung auf folgende Art hereindenken: Man fasse die Parallelkreise zum Äquator ins Auge, und man stelle sich vor, daß längs dieser Kreise im Sinne der Pfeile Punkte auf der Kugel herumlaufen, aber alle mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit; dann bleiben die sphärischen Figuren, welche gewisse Anordnungen dieser Punkte untereinander bilden und welche den Sternbildern entsprechen sollen, in ihrer Gestalt während des Umlaufes der Punkte auf der Kugelfläche erhalten; und damit haben wir nachgeahmt den täglichen Umlauf des Sternenhimmels, vom Standpunkte des ruhend gedachten irdischen Horizontes aus beurteilt. — Als fundamentaler Hauptkreis der Figur ist der Horizontkreis No—We—Sü—Os zu betrachten; auf der Ebene des Horizontes

steht senkrecht die Lotrichtung, die in der Figur vertreten wird durch den Kugeldurchmesser Z'e—Z''e. Der Durchmesser Os—We steht senkrecht auf der Mittagsebene, und der Durchmesser No—Sü ist eine Senkrechte zu jener Ebene, welche bestimmt ist vom Kreis durch den Ostpunkt Os, den Zenit Z'e, den Westpunkt We und den Nadir Z''e. Dieser Kreis wird oft der «erste Vertikal» genannt. Durch den Horizontkreis, den Mittagskreis und den ersten Vertikel sind die drei Hauptebenen eines kartesischen Koordinatensystems bestimmt.

Ein anderes solches Koordinatensystem wird bestimmt zunächst durch die Ebene des Äquators Os—A' —We—A'', dann durch die Achse P'—P'', welche auf dieser Ebene senkrecht steht. Man denke sich durch die Pole P'P'' Kugelmeridiane gelegt (ganz gezeichnet ist bloß der Hauptmeridian durch Os und We) und stelle sich vor, daß alle diese Meridiane mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um ihre Achse P'—P'' rotieren, wobei jeder ihrer Punkte einen Parallelkreis zum Äquator beschreibt. Mit diesem rotierenden System verbunden zu denken ist das Abbild des Tierkreisgürtels, das in der Figur durch die schraffierten Zonen angedeutet ist. Eine erste Lage dieser Zone ist jene, welche zum Durchmesser C'—D'' hat. Die auf dem zugehörigen größten Kugelkreis Os—C'—We—D'' oder der «Ekliptik» mit römischen Ziffern bezeichneten Punkte sind dieselben, die auch auf Tafel Ia zu sehen sind und deren Bedeutung dort erläutert wurde. — Nach einer halben Umdrehung des rotierenden Systems — entsprechend dem Verfluß von 12 Sternstunden — ist das schraffierte Band in jene Lage gekommen, welche vom Durchmesser C''—D'' gekennzeichnet wird; und zwar wurde jener Punkt, der vorher bei D'' lag, längs des «nördlichen Wendekreises» nach D' übergeführt, und jener Punkt, der vorher bei C' lag, wurde auf dem «südlichen Wendekreis» nach D'' übergeführt. Der Punkt ♈, welcher in der erstgenannten Lage mit dem Ostpunkt Os zusammenfiel (vgl. Tafel I), und ♎, welcher mit dem Westpunkt We koinzidierte, laufen auf dem Äquator und haben nach einer halben Umdrehung ihre Stellen vertauscht. — Die rotierende Ekliptik, welche identisch ist mit dem Mittelkreis der schraffierten Zonen, ist für eine beweglich zu denkende Zwischenlage angedeutet: Wenn vom Ostpunkte Os aus der Frühlingspunkt auf dem Äquator bis nach ♈ heraufgekommen ist, so ist vom Westpunkte We aus gerechnet der Gegenpunkt oder Herbstpunkt bis nach ♎ gekommen; zu gleicher Zeit ist dann längs des nördlichen Wendekreises der Sommer-Wendepunkt von D'' bis nach D. gelangt (der zugehörige Äquatorpunkt von A'' bis nach A.); und längs des südlichen Wendekreises ist der Winter-Wendepunkt von C' bis nach D: gelangt (der zugehörige Äquatorpunkt rückt von A' nach A:). Die zur Ebene dieser rotierenden Ekliptik gehörige senkrechte Achse geht durch die Pole E'P', E''P'', welche ihrerseits auf den Polarkreisen herumlaufen. Die momentane Lage dieser Pole ist gegeben durch Punkte auf dem Kolur P'—D.—A.—P''. Die Ekliptik wird in jeder Lage vom Horizont halbiert; in bezug auf die schraffierten Zonen sind der Ost- und Westpunkt die Halbierungspunkte; in bezug auf die vorhin charakterisierte Lage des Ekliptik-Kreises sind dessen Schnittpunkte mit dem Horizont in der Nähe der Schnittpunkte W', V'' des nördlichen bzw. des südlichen Wendekreises mit dem Horizont, die in bezug auf die Kugelmitte einander gegenüberliegen.

Refraktion. Ihre Wirkung in bezug auf die Lagen der Gestirne über dem Horizont ist verdeutlicht für jenen Parallelkreis zum Äquator, der durch den beliebig gewählten Punkt S^{+} auf der Ekliptik mit dem Durchmesser C'—D'' und dessen Gegenpunkt S^{++} geht, und welcher den Horizont in $\dot{W}$ bzw. $\ddot{W}$ schneidet. [Gezeichnet ist in der Figur auch noch der zu diesem Parallelkreis in bezug auf den Äquator spiegelbildlich gelegene Kreis, der den Horizont in $\dot{V}$ bzw. in $\ddot{V}$ schneidet.] Dieser Parallelkreis könnte zunächst in erster Näherung als der Bildkreis eines Tageslaufes der Sonne aufgefaßt werden. Da aber dem Bildpunkte der Sonne von Tag zu Tag Parallelkreise mit geänderter Lage zugeordnet werden müssen, wobei dieser Bildpunkt überhaupt nicht auf einem Parallelkreis, sondern mehr in einer spiraligen Bahn sich bewegt, welche von einem Parallelkreis zum andern überführt, — so ist es besser, wenn wir uns zur Verständigung zunächst vorstellen, der ins Auge gefaßte Parallelkreis zum Äquator sei das Bild des Tageslaufes eines Fixsternes. Die Wirkung der Refraktion in bezug auf einen Fixstern besteht nun darin, daß jene Bildpunkte dieses Sternes auf der Kugel, welche seinen beobachteten Stellungen über dem Horizont während eines Tageslaufes (gewöhnlich aber mißt man bei Nachtzeit!) entsprechen, dennoch keinen genauen Parallelkreis zum Äquator liefern, trotzdem es sich um einen Fixstern handelt. Diese Abweichung von einem genauen Parallelkreis wird in der Figur verbildlicht durch die längs diesem sich hinziehende gestrichelte Kurve, welche den Horizontkreis in U^{+} und U^{++} schneidet. Diese Punkte liegen in der Nähe von $\dot{W}$ bzw. $\ddot{W}$, d. h. dem Aufgangspunkt bzw. dem Untergangspunkt des Fixsternes am idealen Horizont, wenn keine Refraktion da wäre.

Man stelle sich vor, die Wirkung der Refraktion gerade am Horizont werde nun dargestellt durch die Höhendifferenzen $\dot{W}\,\dot{X} = 35' = \ddot{W}\,\ddot{X}$. Es seien ferner S_0 S_{00} die Schnittpunkte des genauen Parallelkreises mit dem ersten Vertikal; diese Punkte liegen in der Figur etwa in einer Höhe von 20^0 über dem Ostpunkt bzw. dem Westpunkt. Die zugehörigen, mit Refraktion behafteten Höhen würden nun bezeichnet durch die Schnittpunkte $\bar{S}_0$ $\bar{S}_{00}$ der gestrichelten Kurve mit dem ersten Vertikal, und es müßten die Höhendifferenzen $\bar{S}_0$—S_0 bzw. $\bar{S}_{00}$—S_{00} etwa vom Betrage $2'37'' \sim 2',6$ gedacht werden. Die Refraktionskurve müßte also als ziemlich rasch mit steigender Höhe über dem Horizont sich dem genauen Parallelkreise anschmiegend vorgestellt werden, was in der Figur anzudeuten versucht wurde durch den schwach gestrichelten von $\dot{X}$ ausgehenden Kurvenzug, und den schwach punktierten, von $\ddot{X}$ ausgehenden.

Für 40^0 Höhe über dem Horizont wäre nach den Refraktionstafeln die Refraktionswirkung zu $1'40'' = 100''$ zu veranschlagen, für 60^0 Höhe zu $33''$, für 80^0 Höhe zu $10''$, und für 90^0 Höhe, also im Zenit, zu $0''$. In der Figur liegt der Punkt S', welcher auf die Kulmination des Sternes in der Mittagsebene hinweist, etwa in 56^0 Höhe über dem Südpunkt Sü. In der Nähe von S' liegt der Schnittpunkt der Refraktionskurve mit dem Mittagskreis, und es würde $\bar{S}'$—S' = $39''$ die Höhendifferenz infolge Refraktionswirkung darstellen. — Ganz allgemein

sei H—$\bar{S}$ die mit Refraktion behaftete, gemessene Höhe $\bar{h}$ eines Fixsternes über dem Horizont, also $\bar{S}$ ein Punkt auf der gestrichelten Kurve; ferner sei H—S = h die zugehörige Höhe eines Punktes S über dem Horizont, wobei S einem genauen Parallelkreis angehört, und es stelle die Höhendifferenz $\bar{S}$—S = Δh den Betrag der Refraktionswirkung dar. Demgemäß können wir sagen: *Die Refraktionswirkung für Fixsterne liegt in der Abweichung ihres beobachteten Tageslaufes von solchen Bahnen, welche bildhaft durch genaue Parallelkreise zum Kugeläquator versinnlicht werden könnten*; und die Korrektionsbeträge, welche wegen der Refraktionswirkung an den unmittelbar beobachteten Höhen oder Zenitdistanzen der Sterne angebracht werden, bestehen im Grunde genommen darin, daß man die Höhen für solche Bildpunkte auf der Kugel aufsucht, die auf genauen Parallelkreisen zum Äquator liegen.

Dasjenige, was wir hier als Refraktionswirkung für die Fixsterne gekennzeichnet haben, und was immerhin für gute Meßinstrumente recht grobe Beträge sind, kann seine Ursache nicht etwa in jener täglichen Änderung der Deklination der Fixsterne haben, wegen welcher sie infolge der sog. Präzession nach und nach auf andere Parallelkreise zum Äquator gelangen. Wir haben auf Tafel Ia gesehen, daß die jährliche Präzessionsbewegung durch das Bogenstück S—$\bar{S}$ eines Parallelkreises zur Ekliptik verbildlicht werden kann. Wäre S ein Punkt auf der Ekliptik selbst, so würde S—$\bar{S}$ = Q—$\bar{Q}$ etwa 50″ betragen müssen; wenn aber S—$\bar{S}$ außerhalb der Ekliptik liegt, so ist der auf einem größten Kreise, der durch die Punkte S $\bar{S}$ geht, gemessene Abstand S—$\bar{S}$ stets kleiner als 50″, und noch kleiner ist die zugehörige Deklinationsänderung $\Delta\delta$ = K—$\bar{S}$. Nehmen wir im Maximum $\Delta\delta$ = 50″, so würde das pro Tag immer noch den sehr kleinen Betrag $\frac{50''}{365} < \frac{1''}{7}$ ergeben. Dieser Betrag ist noch 230 mal kleiner als die Refraktion in der doch ziemlich großen Höhe 60° über dem Horizont, wo sie nach den obigen Angaben 33″ beträgt.

Für die Sonne aber vermischen sich im Gegensatz zu den Fixsternen in offenbarer Weise die Abweichung ihrer Tagesbahn von einer solchen, die auf der Kugel durch einen genauen Parallelkreis zum Kugeläquator verbildlicht werden kann, wegen des Einflusses der täglichen Deklinationsänderung, und wegen den Wirkungen der Refraktion. Denn man bedenke: für das Zeitintervall von etwa 180 Tagen, gerechnet von der Sommersonnenwende bis zur Wintersonnenwende und von dieser wiederum bis zur nächsten Sommersonnenwende, müssen wir dem Bildpunkt der Sonne auf der Kugel eine Deklinationsänderung von jeweils $2 \cdot 23\frac{1}{2}^0 = 47^0$ zuschreiben; das ergibt im Mittel pro Tag einen Betrag von $\frac{47 \cdot 60'}{180}$, d. h. von etwa 16′; dieser Betrag ist in der Nähe des Horizontes mit den Refraktionsbeträgen vergleichbar, übersteigt aaer für größere Höhen die letzteren um Vielfaches. Ähnliches wäre zu sagen in bezug auf das Verhalten des Mondes und der Planeten.

Es soll nun im folgenden versucht werden, eine kurze theoretische Begründung für das Rechnen mit den Refraktionskorrektionen zu geben. Dabei spielt folgende, dem denkenden Betrachten der Wahrnehmungswirklichkeit entstammende Vorstellung eine Rolle: *Die Fixsternwelt — ja auch schon die Sphäre der Sonne — kann im Vergleich zu den Dimensionen der Erde wie eine unbestimmt große Sphäre aufgefaßt werden, der gegenüber sich die materielle Erde wie ein Punkt in dem Sphärenmittelpunkt ausnimmt.* Denn nur so ist es für die denkerische Interpretation der Wahrnehmungs- und Messungsresultate verständlich, daß der Aspekt der Sphäre, die gegenseitigen Winkeldistanzen der Fixsterne und die Lage der Sonnenscheibe in bezug auf diese, sich von allen Orten der Erde aus gesehen im wesentlichen als identisch herausstellen (in bezug auf die Sonne natürlich nur für gleiche Zeitpunkte), welches im übrigen auch die Lage des Beobachtungshorizontes in bezug auf die Sphäre sei. [Vgl. hierzu die Kugelbilder der Tafeln Ia, IIa, XIII.]

Zur Begründung der Refraktionstheorie.

Die tägliche Rotation der Erde um die Weltachse können wir als eine Realität gelten lassen; infolgedessen aber müßten die Sterne relativ zu irgendeinem Horizont auf der Erdoberfläche genaue Kreisbahnen um eine und dieselbe Achse, die Weltachse, zu beschreiben scheinen, und ihre Kreisbahnebenen müßten zugleich einander parallel sein — vorausgesetzt, daß wir die Sterne betrachten dürfen wie von der Erde sehr weit entfernte strahlende Punkte, die in einem Raume relativ zur rotierenden Erde ruhen.

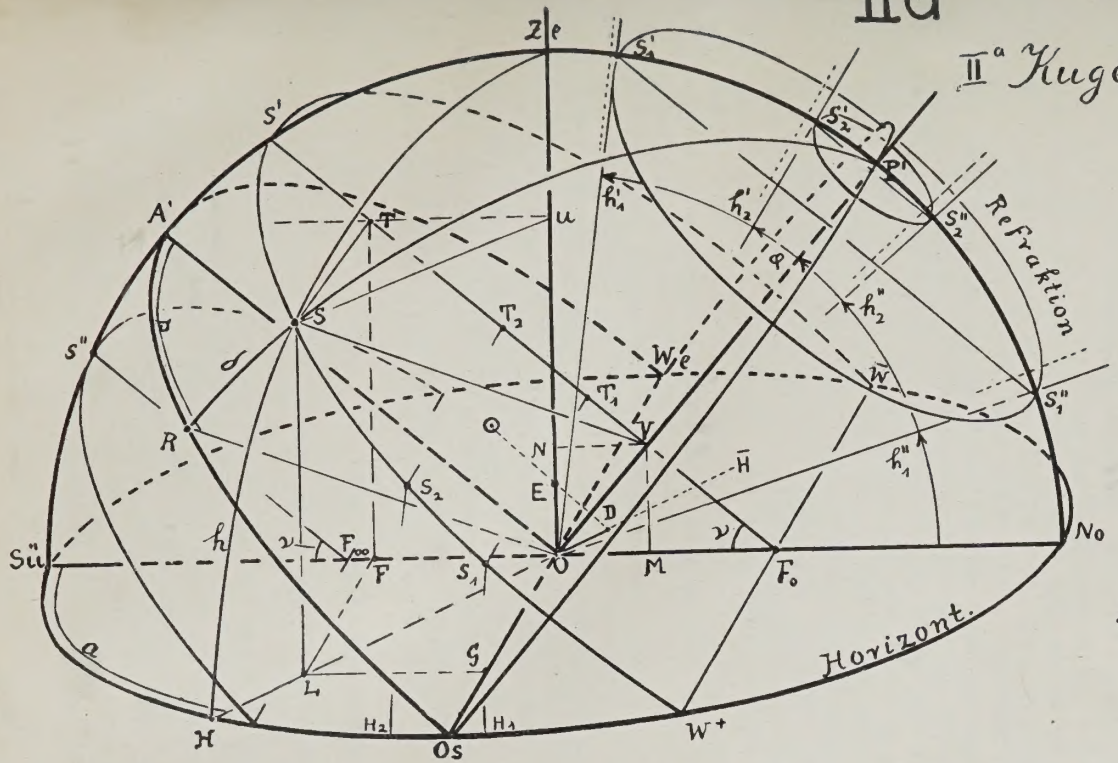
Aber nun kann man in der Nähe des Horizontes tatsächlich Abweichungen der Sterne von idealen Parallelkreisen beobachten, die bis gegen 30′ gehen können. Insbesondere machen sich diese Abweichungen beim Versuch von genaueren Bestimmungen der Polhöhe geltend, die man theoretisch z. B. am einfachsten ableiten könnte aus den gemessenen Zenitdistanzen oder Höhen von Zirkumpolarsternen bei ihrer obern und untern Kulmination. Allein man erhält für die aus verschiedenen Sternen auf diese Weise abgeleitete Polhöhe so voneinander abweichende Werte, „daß man an der Methode oder an der zugrunde liegenden Hypothese fast irre werden könnte“ (Zitat nach R. Wolf. Siehe dessen Beispiel, das unten folgt), d. h. daß sich die Sterne nicht auf genauen Parallelkreisen mit einer und derselben Achse zu bewegen scheinen (tägliche Bahn).

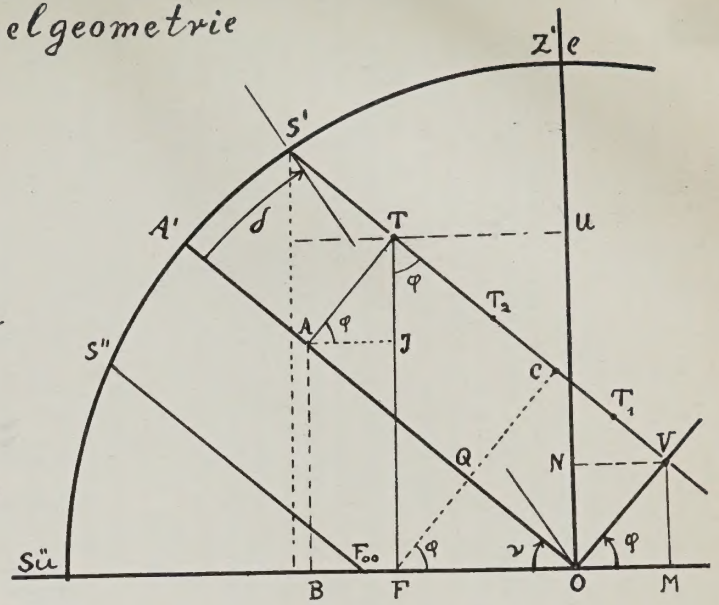
Daß aber die Abweichungen in der Nähe des Zenites nicht so groß sind wie in der Nähe des Horizontes, läßt schon darauf schließen, daß wir es hier mit Verhältnissen zu tun haben, die durch die irdische Lufthülle verursacht werden. Es ist lehrreich, zu beachten, wie der denkende Mensch allmählich durch Vergleich der Phänomene der Sache auf den Grund zu kommen suchte.

Rudolf Wolf berichtet hierüber in seinem Handbuch der Astronomie II 260 folgendes: Noch der große Hipparch erwähnt die astronomische Strahlenbrechung nicht einmal, geschweige denn, daß er sie berechnete. Dagegen warf Kleomedes um die Mitte des ersten Jahrhunderts in seiner „Cyclica consideratio meteorum“ bei

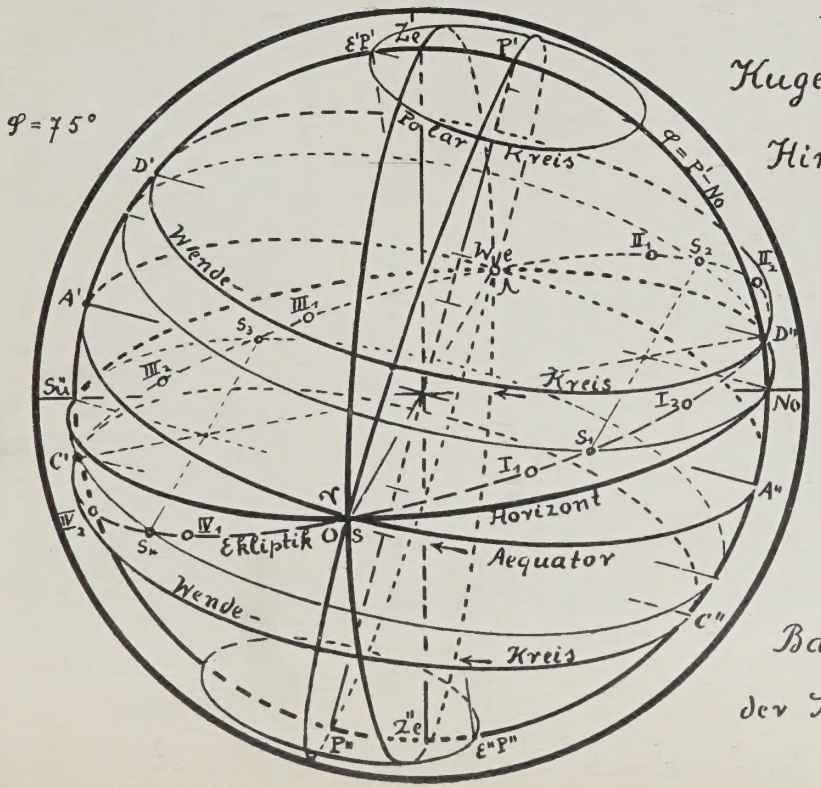
IIa

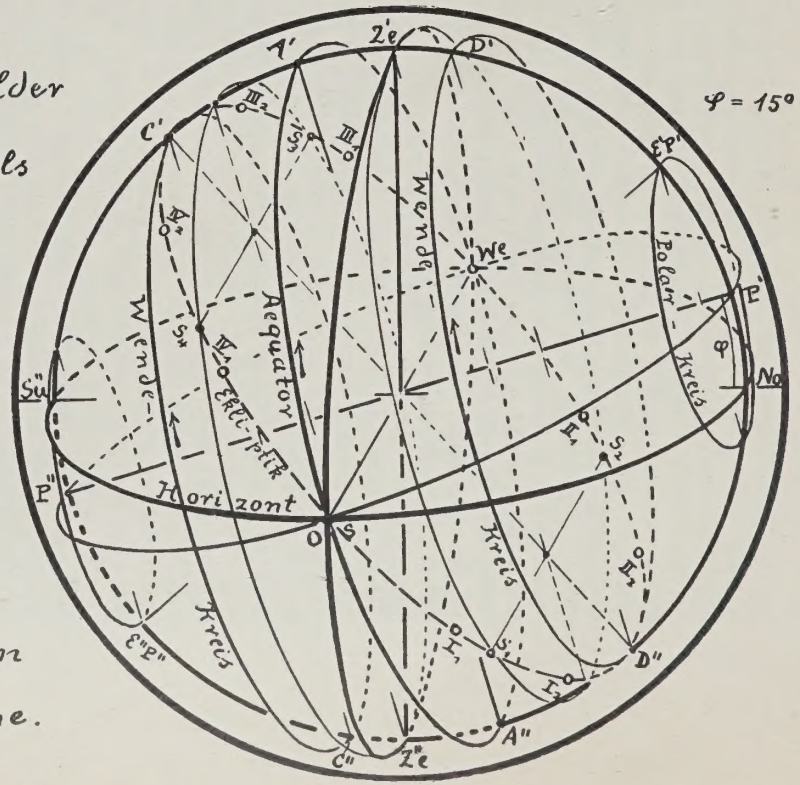
IIa Kugelgeometrie



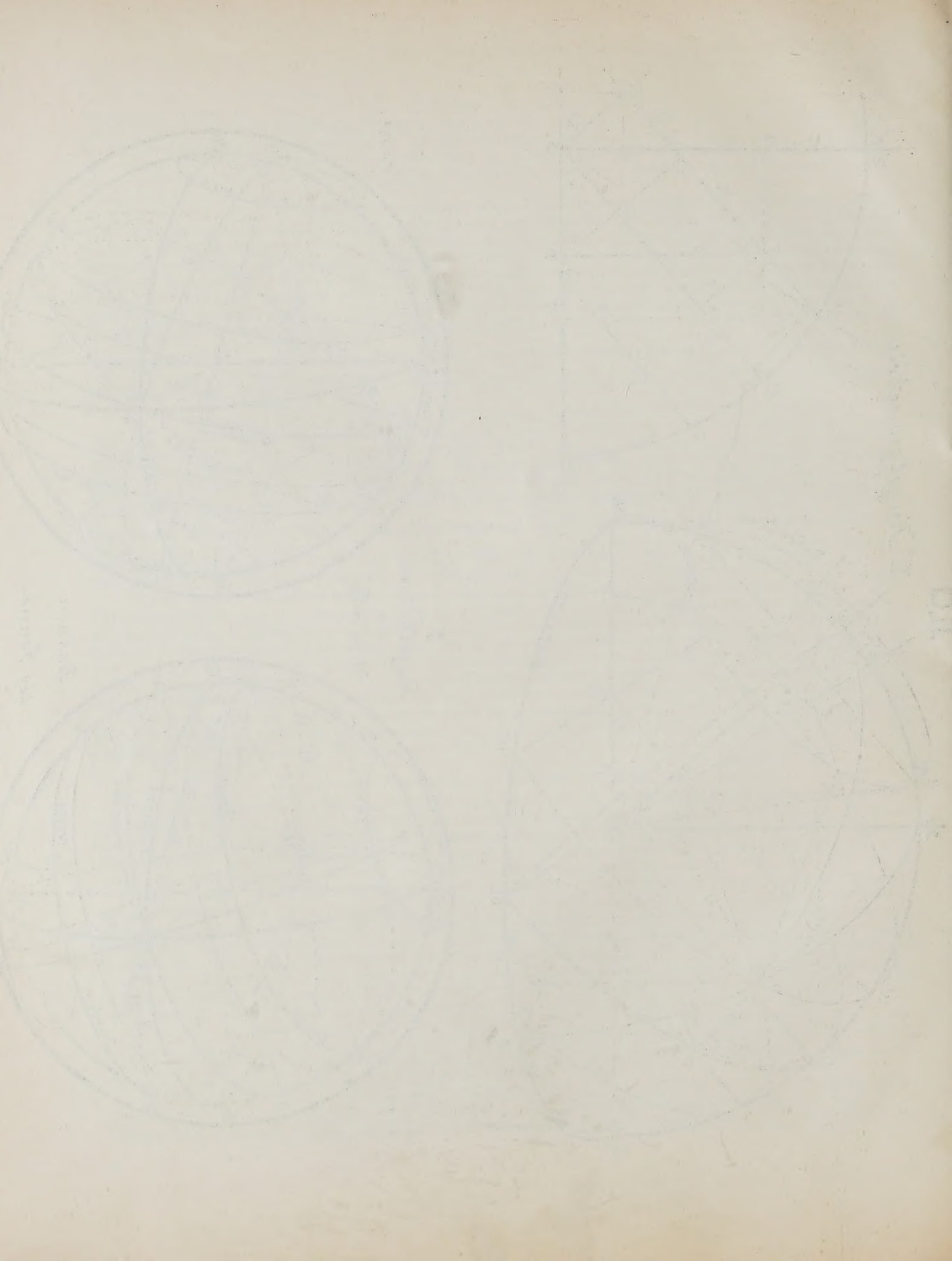


IIa Kugelbilder des Himmels





Bahnen der Sonne.



Erwähnung einer sogenannten horizontalen Mondfinsternis die seine betreffende Einsicht erweisende Frage auf: „Ist es nicht möglich, daß der Strahl, der vom Auge ausgeht, indem er eine feuchte, nebelichte Luftschicht durchschneidet, sich krümmt und die Sonne über dem Horizonte erscheinen läßt? Dann würde das Phänomen dasselbe sein als das, wodurch man einen Ring am Boden eines Gefäßes, der direkt nicht gesehen werden kann, durch hineingegossenes Wasser sichtbar macht."

Ich möchte hier darauf aufmerksam machen, daß der Ausdruck „Strahlenbrechung" nicht einem phänomenalen Tatbestande entspringt, als vielmehr einem geometrischen Bilde, welches das Denken den Phänomenen beifügt. Denn das Auge sieht an sich wirklich keine Lichtstrahlen, weder gerade noch krumme. Exakt gesprochen, müßte man sagen: Es sieht farbige und leuchtende Gegenstände in bestimmten Richtungen des Tast- und Bewegungsraumes, die man z. B. durch geradlinige, starre Stäbe festhalten kann. Allein von diesen im Tast- und Bewegungsraume festgelegten Richtungen sind jene im optischen Raume, welche das Auge erfaßt, und welche auf die tastbaren Gegenstände hinzugehen scheinen, oft verschieden. Dies führt dann zu den Phänomenen der Spiegelung und der „Brechung": hinter einem Spiegel befinden sich nicht jene etwa mit einem Stabe erreichbaren Gegenstände, welche das Auge dort sieht. Ebenso trifft ein Stab, in der Richtung nach einer Münze (oder einem Ring) in einem Wassergefäß von außen in das Wasser hineingestoßen, diese Münze nicht, sondern trifft neben vorbei und trifft auf eine davon entfernte Stelle des Gefäßbodens (obschon der außer dem Wasser befindliche Stabteil die Richtung auf die Münze einzuhalten scheint) und scheint nach oben gebrochen. Das sog. „Brechungsgesetz" bringt nun nichts anderes zum Ausdruck als die funktionale Abhängigkeit des Winkels zwischen Sehrichtung und Tastrichtung vom Winkel, den eine dieser beiden letzteren Richtungen mit der Lotrichtung auf die Wasserfläche bildet. Kurz, es handelt sich um eine Beziehung zwischen Phänomenen im Bewegungsraume einerseits, im optischen Raume anderseits. — Wenn man nun von der „Strahlenbrechung" des Lichtes der Gestirne innerhalb der irdischen Lufthülle spricht, so kann man dies Phänomen — sofern es sich wirklich um Effektives hierbei handelt — selbstredend nicht dadurch bestätigen oder prüfen, daß man etwa einen langen, starren, biegungsfreien, geraden Stab von der Erde aus bis zum Gestirn zu legen versucht, um so zu erfahren, in welche von der Sehrichtung abweichenden Richtung man den Stab bringen müsse, damit er auf das Gestirn treffe. Aber irgendwie müssen wir doch die Erfahrungen im kosmischen Bewegungsraume, soweit daran unsere Erde und damit wir selber Teil haben, mit jenen unseres optischen Raumes, der bis zum Himmelsblau hinaufreicht, darinnen die Gestirne leuchten, zu vergleichen suchen. Nun können wir — gestützt auch durch mechanische Erfahrungen — die tägliche Rotation der Erde um ihre Achse als eine Realität nehmen, als deren Gegenbild im optischen Raume uns die täglichen Bahnen der Gestirne relativ zu unserem Horizont erscheinen. Diese Bahnen, insbesondere jene der Fixsterne (wir sehen hier ab von Sonne, Mond und Planeten mit ihren Tag zu Tag ändernden Stellungen gegenüber den Sternen) müßten auf genauen Parallelkreisen um die Weltachse stattfinden, vorausgesetzt, daß die Ausgangspunkte jener Strahlungen, die uns als Sterne erscheinen, sehr weit im Vergleich mit dem Radius der Erde entfernt sind. Daß der zenitnahe Teil all dieser Sternbahnen sich der idealen Kreisform sehr nähert, weist schon darauf hin, daß diese Annahme begründet ist, und daß für die Zenitgegend die Sehrichtungen mit den „wahren" Richtungen (= Zielrichtung nach dem bewegten Objekt) zusammenfallen. Es braucht jetzt bloß noch folgendes zu geschehen: Man kann davon ausgehen, jenes geometrische Bild, das dem Brechungsgesetz zugrunde liegt, auf die irdische Lufthülle und das in sie eindringende Sternenlicht zu übertragen. Um ganz empirisch vorzugehen, kann man zunächst, wie Biot und Arago taten, den Brechungsexponenten der Luft physikalisch bestimmen, d. h. man kann etwa ein Hohlprisma mit Glasflächen nehmen, in dem man die Luft mittels einer Pumpe beliebig verdünnen kann, und man kann die Ablenkungen studieren, die ein solches Prisma bei verschiedenen Luftdrucken in seinem Innern an einer mit Fernrohr feststellbaren Sehrichtung gegenüber einer ohne zwischengeschaltetes Prisma ursprünglich gegebenen Tastrichtung nach einer Lichtquelle hin ausgeübt hat. — Dann kann man auf die Lufthülle der Erde in bekannter Weise das Brechungsgesetz anwenden und auf Grund der bekannten, physikalisch ermittelten Konstanten sog. Refraktionstafeln konstruieren, welche zu jeder beobachteten Zenitdistanz oder Höhe eines Gestirnes die zugehörige Abweichung (in Winkelmaß) von der „wahren" Richtung nach dem Gestirn angeben sollen.

Im folgenden soll ein Beispiel diese Dinge erläutern. Dieses Beispiel ist figürlich dargestellt worden auf der Tafel IIb, wo die Worte «Refraktion» stehen.

Vom Wesen und Aufbau der Refraktionstafeln.

Diese Tafeln und die ihnen zugrunde liegenden Anschauungen vom Licht der Sterne, das ausgehend gedacht wird von Punkten, die sehr weit von der Erde entfernt sind, und von der Übertragungsmöglichkeit jenes geometrischen Bildes, welches das sog. Brechungsgesetz darstellt, auf die irdische Lufthülle, — werden dann der Natur der Sache entsprechen, wenn folgendes zutrifft: Es muß sich zeigen, indem man die beobachteten Höhen oder Zenitdistanzen von Sternen (die man z. B. auch außerhalb des Meridians beobachten kann) mit Hilfe der Tafeln auf ihre „wahren" Werte reduziert, daß dann die so erhaltenen Punkte auf der Kugel genauen Parallelkreisen angehören, welches die „wahren" Bahnen der Sterne (bei ihrer täglichen Bewegung) sind, und welche somit eine und dieselbe Himmelsachse mit der Neigung φ gegenüber dem Horizont haben. Als Beispiel sei angeführt eine

Polhöhenbestimmung von Bern, die R. Wolf ausführte mit α Ursae minoris und ν Ursae majoris durch Beobachtung ihrer oberen und unteren Kulminationen.

Man beachte daß $2\varphi_{11} - 2\varphi_{22} = 175''$ ist. während nur noch $|2\varphi_1 - 2\varphi_2| = 1''$

Es gilt theoretisch die Beziehung:

$$\underline{2\varphi_1 = h'_1 + h''_1} = 2\varphi = \underline{h'_2 + h''_2 = 2\varphi_2}$$

Vgl. Tafel IIb: «Refraktion».

	Beobachtete Höhen	Refraktion	«Wahre Höhen»	
ν	$S'_{11} : h'_{11} = 82^0\,27'\,14''$	$-\ 8''$	$= 82^0\,27'\,6'' = h'_1 : S'_1$	ν
	$S''_{11} : h''_{11} = 11^0\,31'\,47''$	$-\ 4'\,36''$	$= 11^0\,27'\,11'' = h''_1 : S''_1$	
	$2\varphi_{11} = 93^0\,59'\,1''$		$93\ 54'\,17'' = 2\varphi_1$	
α	$S'_{22} : h'_{22} = 48^0\,25'\,46''$	$-\ 51''$	$= 48^0\,14'\,55'' = h'_2 : S'_2$	α
	$S''_{22} : h''_{22} = 45^0\,30'\,20''$	$-\ 57''$	$= 45^0\,29'\,23'' = h''_2 : S''_2$	
	$2\varphi_{22} = 93^0\,56'\,6''$		$93^0\,54'\,18'' = 2\varphi_2$	

Ib. Mondumlauf im Tierkreis. Bewegung der Mondsknoten. Nutation der Erdachse.

Während die Sonne im Tierkreis im Verlaufe eines Jahres herumwandert, tut dies der Mond schon im Verlaufe von etwa 27,3 Tagen, d. h. kehrt nach Ablauf dieser Zeit wiederum zu denselben Sternen zurück. Aber der Mond geht nicht genau bei denselben Sternen vorbei wie die Sonnenscheibe, und zugleich ist die Bahn der Mondscheibe in bezug auf die Fixsterne bei jedem Umlauf eine etwas andere, während die Jahresbahn der Sonne in bezug auf die Tierkreisbilder im wesentlichen eine feste Lage hat. Es ist so, daß die Mondscheibe bei allen jenen Sternen des Tierkreises vorbeikommen kann, die in einer etwa 10^0 breiten Zone liegen, für welche die Jahresbahn der Sonne eine mittlere Linie darstellt. Bildlich wird eine solche Zone auf der vorliegenden Kugelfigur durch die schraffierten Streifen dargestellt. Die beiden extremen Lagen dieser Streifen zeigen an, in welche extremen Stellungen der Mond in bezug auf den Horizont des Beobachters gelangen kann: diese Stellungen können nämlich im äußersten Falle eine Höhendifferenz vom Betrage $47^0 + 10^0 = 57^0$ erreichen. — Im genaueren läßt sich der Mondumlauf im Tierkreis wie folgt figürlich kennzeichnen: Man denke sich die schraffierte Zone von der Kugelfigur weggenommen und selbständig dargestellt, wie es die Figur unterhalb der Kugelfigur darstellt. Der mittlere Kreis dieser Zone stellt also dar das Bild der Jahresbahn der Sonne oder die Ekliptik. Man beachte den Durchmesser $\mathcal{A}$—$\mathcal{V}$ der Ekliptik; N—$\bar{\text{N}}$ sei der zu diesem senkrechte Durchmesser; ferner sei N—M = $\bar{\text{N}}$—$\bar{\text{M}}$ = 5^0 (genauer: $5^09'$).

Als *momentanes* Bild der Mondbahn kann nun der gegen die Ebene der Ekliptik um 5^0 geneigte Kreis $\mathcal{A}$—M—$\mathcal{V}$—$\bar{\text{M}}$ gelten. Die Schnittlinie $\mathcal{A}$—$\mathcal{V}$ der Ebene dieses Kreises mit der Ebene der Ekliptik wird die Knotenlinie genannt. — Ein Mondumlauf läßt sich jetzt figürlich so charakterisieren: Es sei S_0 der Bildpunkt der Sonne zu Anfang der Betrachtung, und gerade unter ihm, in demselben Längenabstand von Υ, befinde sich der Bildpunkt M_0 des Mondes: diese Stellung weist auf den Neumond hin. Lassen wir jetzt den Bildpunkt der Sonne weiterrücken in die Stellungen S' Ṡ S'' S_{00}, die um je etwa $7\frac{1}{4}{}^0$ voneinander entfernt seien; entsprechend möge der Bildpunkt des Mondes in seiner Bahn von Mo aus nach den Stationen M' M̄ M'' M_{00} weiter schreiten, die um je etwa $97\frac{1}{4}{}^0$ voneinander abstehen. Dann weist hin M' auf das erste Viertel des Mondes, M̄ auf seine Opposition mit der Sonne, d. h. auf die Vollmondstellung, M'' auf das letzte Viertel, und M_{00} auf die zweite Neumondstellung. Von einer Neumondstellung bis zur andern (oder auch von einer Vollmondstellung bis zur nächsten) verfließt im Mittel etwa ein Intervall von 29,5 Tagen. Die Rückkehr zu denselben Sternen (in der Figur: Wiederankommen des Bildpunktes bei der Ausgangsstelle M_0) erfolgt früher, nämlich schon nach Verfluß von etwa 27,3 Tagen.

Das Bild der Mondbahn aber ist nun selbst beweglich zu denken: Nach Verfluß eines Jahres, d. h. nach etwa 13 Mondumläufen, hätten wir als momentanes neues Bild der Bahn den Kreis $\mathcal{A}$.—M.—$\mathcal{V}$.—$\bar{\text{M}}$. zu betrachten, und es wäre zu setzen: $\mathcal{A}$—$\mathcal{A}$. = $\mathcal{V}$—$\mathcal{V}$. = N—N. = $\bar{\text{N}}$—$\bar{\text{N}}$.$\sim 20^0$. Es ist nämlich so, daß nach 18,6 Jahren der Mond wiederum dieselbe Bahn in bezug auf die Sterne einschlägt, und dementsprechend müßte man sich figürlich vorstellen: während der Bildpunkt der Sonne 18,6 mal auf dem Kreis der Ekliptik herumgeht, der Bildpunkt des Mondes in der Nähe der Ekliptik aber in demselben Intervall etwa 249 mal, dreht sich die Knotenlinie gerade um einen Winkel von 360^0 im Sinne der Pfeile. Der Neigungswinkel des sich drehenden Kreises gegen die Ebene der Ekliptik bleibe hierbei erhalten. — Der Punkt M des beweglichen Kreises passiert also während eines Umlaufes die Stationen M_1, M_2, M_3, M_4. Mit diesen korrespondiere folgendes Geschehnis: Man stelle sich vor, die kleine Kugel E in der Mitte der Figur sei ein Bild der Erde. Diese Erde wird nun, nach den Erfahrungen zu urteilen, ergriffen von Kräfteströmungen, die mit dem Monde und seinem Himmelsgange zusammenhängen, was unter anderem auch in den Erscheinungen von Ebbe und Flut der Meere sich äußert, die die Periode des Mondtages haben (gerechnet von einer Mondkulmination zur andern, was im Mittel 24 Stunden 50 Minuten ergibt). Hier soll jene Kraftwirkung ins Auge gefaßt werden, die mit dem Knotenumlauf zusammenhängt. Zu dem Zwecke wollen wir uns die Kräftesphäre des Mondes im Bilde dargestellt denken durch den Innenraum der Kugel KK, in deren Mitte die kleine Kugel E sich befinde. Das schraffierte Band auf der Kugel KK können wir auffassen als Zone der Bahnen des Bildpunktes der Mondscheibe, und was wir oben gekennzeichnet haben als Bahnen dieses Bildpunktes in jener schraffierten Zone, welche uns an den Tierkreis erinnern sollte, können wir dann als eine Projektion der Bahnkurven auf der Kugel KK auf diese äußere Zone auffassen. — Während nun die Knotenlinie um einen Winkel von 360^0 sich dreht und während der Punkt M der Bildkurve der Mondbahn die vier Stationen M_1, M_2, M_3, M_4 passiert, d. h. während in der Erfahrungswelt ein Zeitraum von etwa 18,6 Jahren verfließt, möge die Kräftesphäre des Mondes auf die Erde eine gewisse Bewegungswirkung ausüben, die sich figürlich so kennzeichnen läßt: Eine Achse, die der Kugel E zugeordnet sei, beschreibe während

des betrachteten Intervalles um die Hauptachse E′P′—E″P″ einen kleinen elliptischen Kegel; der Schnitt dieses Doppelkegels mit der Kugel KK wird bezeichnet durch die kleinen Ellipsen 1—2—3—4. Es sei 1—3 = 18″ deren großer, 2—4 = 14″ deren kleiner Durchmesser. Was hier als Achsenbewegung geschildert ist, soll hinweisen auf eine gewisse schwankende Rotationsbewegung der Kugel E. Denn diese Kugel möge um die Achse p′—p″ rotierend gedacht werden — ein Hinweis auf die tägliche Drehung der Erde. Der ganze Erdkörper aber werde nun von dem vorhin gekennzeichneten Kraftwirbel ergriffen, der die Periode des Mondknotenumlaufes von 18,6 Jahren hat. Figürlich müssen wir das so darstellen, daß wir auch die Achse p′—p″ einen kleinen elliptischen Kegel von ähnlicher Gestalt beschreiben lassen, wie der vorhin geschilderte sie hatte. Die elliptischen Schnitte dieses Kegels mit der Kugel KK sind in der Figur zu sehen. Angedeutet ist ferner noch die sog. «Präzessionsbewegung» der Achse p′—p″ durch die Pfeile —> —>, welche näher im Text zur Tafel IV «System der Ekliptik» charakterisiert wird. Die eben gekennzeichnete kleine elliptische Drehung der Achse p′—p″ ist der figürliche Hinweis auf das, was in der Astronomie die sog. „Nutation der Erdachse" genannt wird.

Zu Tafel IIa:

Kugelgeometrie.

[Begriffe der sog. sphärischen Trigonometrie.]

Wir wollen versuchen, an Hand eines konkreten Beispieles alle hierher gehörigen Begriffe zu entwickeln. Stellen wir uns vor, wir hätten bereits mit Hilfe des Schattenstabes auf einer Horizontalebene die Symmetrielinie der Schattenkurven (vgl. IIa), d. h. die Nord-Süd-Richtung, festgestellt. Man kann sich dann fragen: Ist es möglich, aus Beobachtungen der Längen und Richtungen der Schatten sich graphisch und konstruktiv daraus den Beweis abzuleiten, daß die Bildkurve des Tages-Sonnenlaufes tatsächlich ein Kreis auf der Kugel ist, und daß die für verschiedene Tage eines Jahres konstruktiv erhaltenen Kreise Parallelkreise zu einem größten Kugelkreise sind?

Nehmen wir an, es sei OE der Schattenstab, und es werde z. B. am Vormittag in einem bestimmten Momente der Schatten OD in der Richtung H—O—H̄ geworfen. Die Richtung nach der Sonne wird also durch die Gerade D—E—⊙ bezeichnet. Zu dieser Geraden lege man durch die Kugelmitte O die Parallele, welche die Kugelfläche in S treffe. Dann ist S der momentane Bildpunkt der Sonne auf der Kugel. Wir können seinen Ort auf der Kugel durch rechtwinklige Koordinaten in bezug auf ein rechtwinkliges karthesisches System mit den Achsen No—Sü, Os—We, O—Z′e festlegen, und diese Koordinaten lassen sich aus Richtung und Länge des Schattens ableiten. Das Verhältnis des Kugelradius zur Länge des Schattenwerfers kann hierbei beliebig gewählt werden; es kann z. B. auch gleich 1 gesetzt werden. Nehmen wir an, der Radius unserer Kugel sei $\nu = 1$. — Aus der Länge OE des Schattenwerfers und der Schattenlänge OD kann man den Höhenwinkel des momentanen Sonnenortes über dem Horizont graphisch ableiten: nämlich den Winkel E—D—O = h; wir denken uns ihn durch den Bogen H⌒S auf dem Kreis H—Z′e dargestellt. Ebenso können wir die Abweichung der Schattenrichtung von der Nord-Süd-Richtung messen, d. h. den Winkel H̄ONo = HOSü = a. Wir denken uns diesen Winkel wiederum versinnlicht durch den Bogen eines größten Kugelkreises, nämlich durch den Bogen Sü⌒H = a (Azimut) auf dem Horizontkreis. — Da uns nun h bekannt ist, so kennen wir auch die Länge des Lotes SL auf die Ebene des Horizontes im Verhältnis zum Kugelradius: SL = sin h = FT = OU; hierbei sei LF ⊥, OSü und T die Projektion von S auf die Mittagsebene. (ST||LF). Wir kennen ferner die Strecke OL = cos h und können demnach auch deren Projektionen auf die Achsen O—Os und O—Sü graphisch oder rechnerisch bestimmen. Wir bekommen:

$$LG = OF = OL \cdot \cos a = \cos h \cdot \cos a. \quad OG = FL = OL \cdot \sin a = \cos h \cdot \sin a.$$

Da somit der Punkt F festgelegt ist, ebenso die Länge des Lotes FT bekannt ist, so ist der Ort von T in der Mittagsebene festgelegt. — Das konstruktive Verfahren, durch welches wir den Ort von T haben bestimmen können, müssen wir nun anwenden auf mehrere Schatten während des Vormittages. Die zugehörigen Bildpunkte der Sonne auf der Kugel seien mit S_1, S_2 – – – – bezeichnet, die Horizontpunkte mit H_1, H_2 – – – –, die T-Punkte mit T_1, T_2 – – – –. Wenn nun mehr als zwei T-Punkte bestimmt worden sind, so muß sich ergeben, daß sie alle auf derselben Geraden S′—F_0 liegen, sofern das Bild des Tages-Sonnenlaufes über dem Horizont approximativ durch einen gewissen Kugelkreis W′—S′—W̄ dargestellt wird, dessen Ebene die Mittagsebene längs S′—Fo schneidet.

Und weiter: Bestimmt man aus Schattenmessungen an Tagen zu verschiedenen Jahreszeiten mehrere Geraden von der Art S′—F_0, z. B. auch Geraden in solcher Lage, für welche S″—F_{00} typisch ist, so müßten alle diese Geraden einander parallel sein, d. h. den gleichen Neigungswinkel ν mit der Richtung Sü—No einschließen. Es sei nun OP′ die Senkrechte auf alle diese einander parallel gefundenen Geraden und auf die Ebenen der zugehörigen Parallelkreise. Dann bekommen wir für den Neigungswinkel φ von OP′ gegenüber der Ebene des Horizontes einfach den Wert $\varphi = 90^0 - \nu$.

Für einen bestimmten Parallelkreis können wir jetzt auch den Winkelabstand δ = A′⌒S′ vom Äquator z. B. wiederum konstruktiv bestimmen (Ziehen der Linie OA′). Zum Zwecke einer rechnerischen Darstellung konstruiere man noch das Hilfslot F—Q—C auf die Linien O—A′ bzw. F_0—S′ und fälle ebenso das Lot TA auf O—A′. Dann ist:

$$AT = \sin \delta = QC = FC - FQ = FT \cdot \sin \varphi - OF \cdot \cos \varphi = \sin h \cdot \sin \varphi - \cos h \cdot \cos a \cdot \cos \varphi.$$

Legen wir jetzt noch durch S und P′ den größten Kugelkreis R—S—P′, so ist $R\frown S = A'\frown S' = \delta$, und wir können auch bestimmen den Winkelabstand $A'\frown R = s$ oder den sog. Stundenwinkel des momentanen Bildpunktes S der Sonne (S könnte auch Bildpunkt z. B. eines Fixsternes sein). Da wir δ kennen, so ist uns nämlich jetzt auch bekannt der Radius des zu S gehörigen Parallelkreises. Wir haben einfach: $VS = VS' \cos \delta$. Nun ist einerseits: $TS = FL = \cos h \cdot \sin a$; andererseits: $TS = VS \cdot \cos s = \cos \delta \cdot \cos s$, denn man beachte, daß $\measuredangle SVT = \measuredangle ROA' = s$ ist. Somit ergibt sich jetzt: $\cos \delta \cdot \cos s = \cos h \cdot \sin a$; und hieraus läßt sich für bekannte h, a, δ der Wert s bestimmen. — Aus der Figur lassen sich in einfachster Weise noch weitere Beziehungen herauslesen, wenn wir noch die Hilfslote AB, AJ verwenden nebst F—Q—C. Alle sich ergebenden Streckenabschnitte lassen sich berechnen, und durch Bildung von Summen und Differenzen bekommen wir dann sämtliche Grundformeln der sphärischen Trigonometrie.

Hilfsbeziehungen.

$OL = US = \cos h$. $\quad LS = FT = OU = \sin h$. $\quad OV = AT = \sin \delta$.

$OF = \cos h \cdot \cos a$. $\quad FL = TS = \cos h \cdot \sin a$. $\quad VS = VS' = \cos \delta$.

$FB = JA = AT \cdot \cos \varphi = \sin \delta \cos \varphi$. $\quad VT = VS \cdot \cos s = \cos \delta \cdot \cos s = OA$.

$JT = AT \cdot \sin \varphi = \sin \delta \sin \varphi$. $\quad TS = VS \cdot \sin s = \cos \delta \cdot \sin s$.

$CT = FT \cdot \cos \varphi = \sin h \cdot \cos \varphi$. $\quad FJ = BA = OA \cdot \sin \nu = \cos \delta \cdot \cos s \cdot \cos \varphi$.

$FC = FT \cdot \sin \varphi = \sin h \cdot \sin \varphi$. $\quad OB = OA \quad \cos \nu = \cos \delta \cdot \cos s \cdot \sin \varphi$.

$OQ = VC = OF \cdot \sin \varphi = \cos h \cos a \cdot \sin \varphi$. $\quad FQ = OF \cdot \cos \varphi = \cos h \cdot \cos a \cdot \cos \varphi$.

Grundformeln.

$FT = FJ + JT$	ergibt: $\sin h = \cos \delta \cdot \cos s \cos \varphi + \sin \delta \cdot \sin \varphi$.
$AT = FC — FQ$	$\sin \delta = \sin h \cdot \sin \varphi — \cos h \cdot \cos a \cdot \cos \varphi$.
$FL = TS$	$\cos h \sin a = \cos \delta \cdot \sin s$.
$OB = OF + FB$	$\cos \delta \cos s \sin \varphi = \cos h \cdot \cos a + \sin \delta \cos \varphi$.
$VT = VC + CT$	$\cos \delta \cdot \cos s = \cos h \cos a \cdot \sin \varphi + \sin h \cos \varphi$.

Zu Tafel II a:

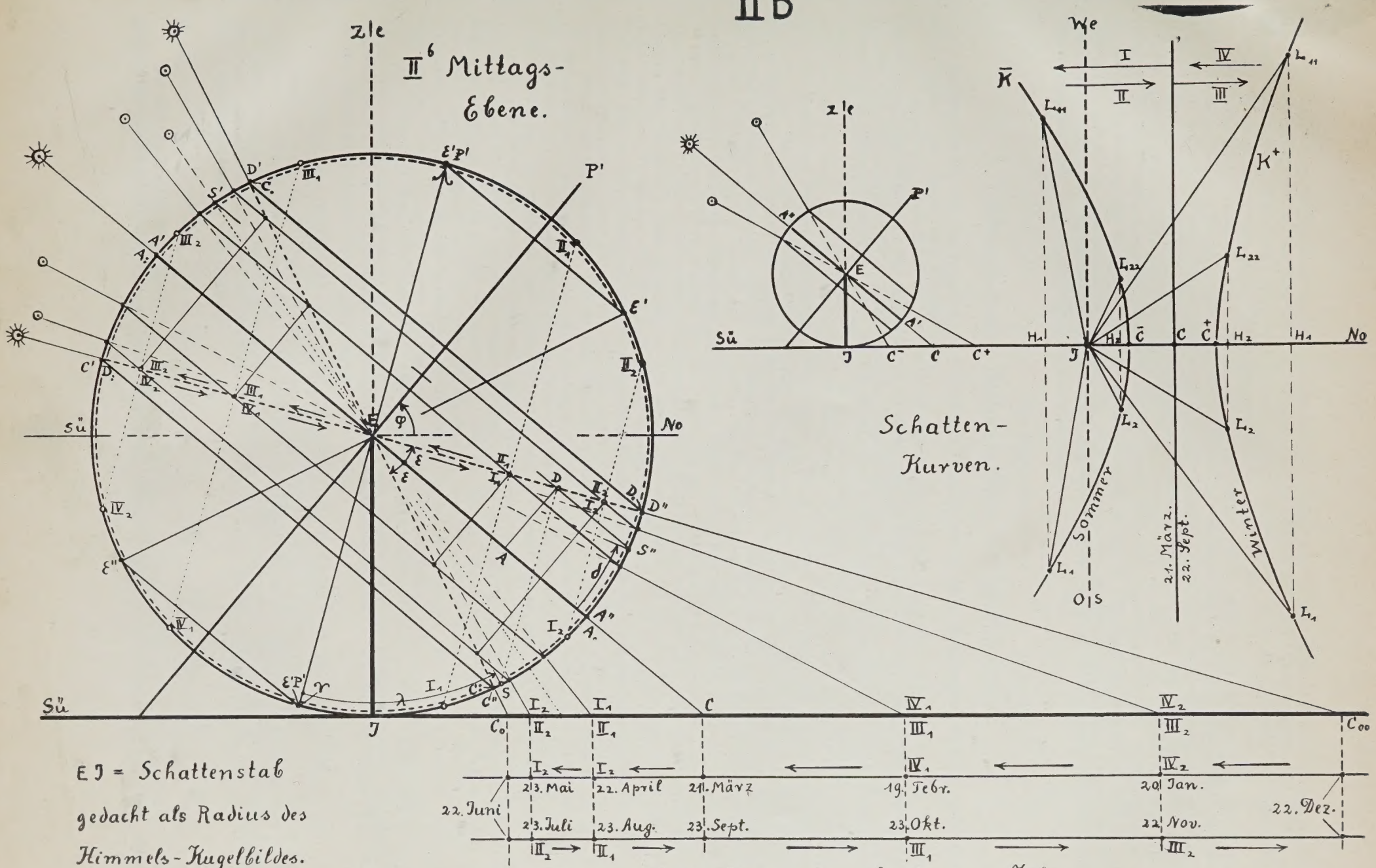
Kugelbilder des Himmels. Bahnen der Sonne.

Auf den Tafeln Ia, Ib wurde das Kugelbild des Himmels für eine mittlere Polhöhe φ dargestellt. Die vorliegenden Figuren sollen zeigen, wie sich dieses Bild ändert für extreme Fälle der Größe φ und in welchem Sinne solche Figuren nützlich sein können zur klaren Vorstellungsbildung vom Verlauf der Erscheinungen. — Nehmen wir zunächst den Fall, wo ungefähr $\varphi = 75^0$ sei. Dann ist also $Z'e\frown P' = 15^0 = No\frown A''$ (die Bezeichnungen sind entsprechend denen auf Tafel Ib). Da ferner $A''\frown D'' = 23\frac{1}{2}^0$ ist, so bleibt $No\frown D'' = 23\frac{1}{2}^0 — 15^0 = 8\frac{1}{2}^0$. Das heißt: der untere Kulminationspunkt D″ des nördlichen Wendekreises liegt noch $8\frac{1}{2}^0$ über dem Nordpunkt No des Horizontes. — Man beachte ferner die Ekliptik mit dem Durchmesser $C''\frown D''$: Sie wird geschnitten von jenem Parallelkreis zum Äquator, welcher den Horizont bei No tangiert in einem Punkte S_1 mit ungefähr 40^0 Abstand von Os (♈), also mit etwa 50^0 Abstand von D″; ein zweiter Schnittpunkt ist S_2, der von D″ ebenfalls um 50^0 entfernt ist (gemessen auf der Ekliptik).

Denken wir uns eine geometrische Kugelfläche mit den Polen P′P″ und die Ekliptik tragend verselbständigt, und stellen wir uns vor, daß diese Kugelfläche um die Achse P′—P″ im Sinne der Pfeile rotiere: dieser Vorstellungsakt soll erinnern an die tägliche Bewegung des Sternenhimmels und der Sonne, vom ruhend gedachten Horizont aus beurteilt. Wenn nun der Bildpunkt der Sonne auf dieser verselbständigten Kugelfläche von ♈ aus bis nach S_1 gekommen ist, so bleibt er von da an bei seiner weiteren Wanderung bis nach D″ bei der Rotation dieser Kugel stets auf solchen Parallelkreisen zum Äquator, die ganz oberhalb des Horizontes verlaufen, und dasselbe ist der Fall bei seiner Wanderung von D″ bis nach S_2. Da wir nun dem wandernden Bildpunkt der Sonne auf der Ekliptik die 365 Tage des Jahres zuordnen, und da der Bogen $S_1\frown D''\frown S_2$ etwa $2 \cdot 50^0 = 100^0$ beträgt, so würde das Bild, sofern es einer Wirklichkeit entspricht, aussagen: Während etwa 100—102 Tagen bleibt die Sonne in solchen Erdgebieten, welche die angenommene Polhöhe haben, stets über dem Horizont; zu Ende des Frühjahrs (I_2) und Anfang des Sommers (II_2) haben wir da die vollsonnigen Tage polarer Gegenden. Das Gegenstück dazu existiert am Ende der Herbstzeit (III_2) und zu Anfang der Winterzeit (IV_2). [Vgl. die Definition der hier gebrauchten Ziffern auf Tafel Ia, IIa.] Beachten wir nämlich denjenigen Parallelkreis, welcher den Horizont bei Sü tangiert und welcher in bezug auf den Äquator symmetrisch ist zu jenem, welcher den Horizont bei No tangiert. Der erstgenannte schneidet die Ekliptik in S_3 und S_4, welche wiederum um je 50^0 von C′ entfernt sind. Für die Realität heißt das: Während der genannten Jahreszeiten bleibt die Sonne in diesen Erdgegenden etwa $2 \cdot 50 = 100$ Tage unter dem Horizont. Es ist das die Zeit der Polarnacht, die zu Anfang und am Ende durch deutliche täglich-periodische Dämmerzustände erhellt wird.

Nehmen wir jetzt den anderen extremen Fall $\varphi = 15^0$ für tropische Gegenden. Beachten wir hier die Differenz der Bögen $A'\frown D' = 23\frac{1}{2}$, $A'\frown Z'e' = 15^0$, was den Winkelwert $Z'e\frown D' = 8\frac{1}{2}^0$ ergibt. Die Punkte S_1, S_2, S_3, S_4 haben hier auf der Ekliptik dieselbe Lage wie im vorhin betrachteten Kugelbild. Aber die durch sie gehenden Parallelkreise haben jetzt die Bedeutung, daß sie beim Zenitpunkt Z′e bzw. beim Nadirpunkt Z″e den ersten Vertikal [Kreis Os—Z′e—We—Z″e] tangieren.

IIb



Mittags-Schattenlängen im Laufe eines Jahres.

Da die Zeitintervalle dieselben sind wie im vorhin betrachteten Kugelbilde, so lautet die Interpretation des Bildes: Während etwa $2 \cdot 50 = 100$ Tagen kulminiert in den betrachteten Erdgegenden die Mittagssonne nördlich des Zenites, und ebenso viele Tage, aber zu andern Jahreszeiten, kulminiert die Mitternachtssonne (die aber hier nicht sichtbar ist) südlich des Nadierpunktes.

Schließlich kann man aus den beiden Kugelbildern folgende Extremfälle herauslesen: Man gehe zunächst aus vom Bilde mit $\varphi = 75^0$ und lasse φ bis 90^0 wachsen. Das resultierende Bild definiert die Verhältnisse am Nordpol der Erde: Alle Parallelkreise werden mit ihren Ebenen parallel zu jener des Horizontes, und der Äquator fällt mit diesem zusammen. Die eine Hälfte des Jahres befindet sich die Sonne über dem Horizont, die andere Hälfte unter diesem. — Man mache ferner den Übergang von $\varphi = 15$ bis zu $\varphi = 0$: Dann bekommen wir das Bild für die Äquatorgegenden der Erde. Der Äquatorkreis fällt mit dem ersten Vertikal zusammen, und alle Parallelkreise werden vom Horizont halbiert, da ihre Ebenen senkrecht auf jener des Horizontes stehen. Dieses Bildmerkmal sagt aus, daß in den Äquatorgegenden alle 365 Tage des Jahres gleich lang sind, ebenso die Nächte, obschon die Auf- und Untergangspunkte der Sonne am Horizont um je 47^0 sich verschieben können, und die Sonne bald nördlich, bald südlich des Zenites kulminiert.

Zu Figur IIb:

Mittagsebene. Schattenstab. Schattenkurven.

Es handelt sich darum, zunächst auf einfachste Weise die vier Himmelsrichtungen zu bestimmen: Norden (No), Süden (Sü), Osten (Os), Westen (We).

Die fundamentalste Richtung ist die Nord-Süd-Richtung; hat man diese einmal für einen bestimmten Standort auf einer Horizontalebene bestimmt, so ergibt sich die Ost-West-Richtung durch jene Gerade Os—We, die auf der Geraden No—Sü senkrecht steht. Man blicke hin auf die Figur «Schattenkurven», wo diese beiden Geraden gezeichnet sind; ihr Schnittpunkt J bedeute den Fußpunkt eines Schattenstabes. Man stelle etwa zwei Vormittagsschatten $J—L_1$, $J—L_2$ nach Richtung (nach der Seite We hin!) und Länge fest; man beobachte dann auch die Nachmittagsschatten (nach der Seite Os hin!) und suche sich jene heraus, die mit den genannten beiden Vormittagsschatten gleiche Länge haben. Man kann dann die Verbindungslinien $L_1—L_{11}$, $L_2—L_{22}$ einander entsprechender Schattenendpunkte halbieren: H_1, H_2 seien die Halbierungspunkte; sie bestimmen eine Gerade, die durch J gehen muß, wenn man genau beobachtet und konstruiert hat. Zur Kontrolle ist es gut, mehr als zwei Schattenpaare zu wählen. — Schon die Tatsache, daß alle Punkte H auf derselben Geraden liegen, deutet auf ein symmetrisches Verhalten des Sonnenlaufes am Vormittag und am Nachmittag, das dann seine Erklärung findet in der Figur: «Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.» — Die vorhin genannte Gerade durch die Punkte H_1, H_2 und J bestimmt uns die Nord-Süd-Richtung. Es bleibt aber zu prüfen, ob sich stets dieselbe Richtung ergibt, gleichgültig, ob man nun einander korrespondierende Punkte einer Kurve $\bar{K}$ oder einer Kurve von der Art $\dot{K}^+$ verwendet: die Kurve $\bar{K}$ sei eine von jenen, die sich ergibt an einem Frühlings- oder Sommertage, $\dot{K}^+$ eine solche, die sich ergibt an einem Herbst- oder Wintertage. Man kann sich ein Jahr hindurch, etwa von Woche zu Woche oder mindestens von Monat, zu Monat die Schattenkurven aufzeichnen. Wenn sich ergibt, daß alle diese Kurven eine gemeinsame Symmetrielinie No—Sü haben, so ist damit die fundamentale Bedeutung dieser Linie erwiesen. — Es läßt sich auch feststellen, daß in die Richtung dieser Linie die kürzesten Mittagsschatten $J—\bar{C}$, $J—C^+$ fallen; und weiter mit Hilfe einer Uhr: daß das Zeitintervall zwischen einem Vormittagsschatten und dem Mittagsschatten gleich ist jenem Intervall vom Mittagsschatten bis zu einem Nachmittagsschatten von derselben Länge wie der Vormittagsschatten.

Der Vergleich aller einem Jahreslauf angehörenden Kurven ergibt: Die Kurven an den Frühlingstagen I (vom 21. März an) werden in einer bestimmten Reihenfolge durchlaufen; die gleichen Kurven, aber in umgekehrter Richtung, werden an den Sommertagen (vom 22. Juni an) durchlaufen. Eine neue Kurvenreihe ergibt sich dann an den Herbsttagen III (vom 23. September an); die gleiche Kurvenreihe, aber in umgekehrter Richtung, wird an den Wintertagen IV (vom 22. Dezember an) durchlaufen. Man wird bemerken, daß um die Zeit der Tag-Nacht-Gleichen herum (21. März, 23. September) die Schattenkurven ausarten in eine zur West-Ost-Richtung parallele gerade Linie GG. — Die Verhältnisse lassen sich übersehen, wenn man in die Horizontalebene der Kurven hineinzeichnet den „Mittagskreis", dessen Radius gleich der Länge E—J des Schattenstabes gemacht werden kann. [Anleitung zu Schattenbeobachtungen mit einfachen Vorrichtungen finden sich überall in der Literatur, weshalb ich darauf verweise.]

Schattenstab. Mittägliche Schattenlängen im Frühling I, Sommer II, Herbst III, Winter IV.

Angenommen, die Nord-Süd-Richtung sei bestimmt aus einander korrespondierenden gleichen Schattenlängen am Vormittag und Nachmittag. Man stelle sich jetzt für das Intervall eines Jahres die kürzesten Mittagsschatten zusammen, die in die Richtung No—Sü fallen. In der Figur sind die Endpunkte dieser Längen bezeichnet, vom Fußpunkte J des Schattenstabes E—J an gerechnet. Es ist angenommen, daß das Zeitintervall je $^1/_{12}$ des Jahres betrage. Es bedeute:

C	I_1	I_2	C_0	II_2	II_1	C	III_1	III_2	C_{00}	IV_2	IV_1	C
21.März	22.April	23.Mai	22.Juni	23.Juli	23.Aug.	23.Sept.	24.Okt.	23.Nov.	22.Dez.	20.Jan.	19.Febr.	21.März

Es brauchen nicht exakt diese Tage zu sein; es können auch Mittelwerte von Schattenlängen aus vorhergegangenen und nachfolgenden Tagen gebildet werden. Man verfahre jetzt rein empirisch, etwa so:

Man konstruiere den Kreis um den Bildpunkt E der Schattenstabspitze mit dem Radius E—J; man ziehe von jedem der Punkte auf Sü—J—No die Geraden durch E. Die beiden Grenzgeraden C_0—E, C_{00}—E schließen einen Winkel 2e ein; diesen halbiere man: die Halbierungsgerade A.—A: soll die Linie No—Sü in C treffen; ferner soll sich erweisen, daß die Geraden I_1—E, I_2—E mit der Linie E—C gleiche Winkel einschließen wie die Geraden III_1—E, III_2—E; das Zusammenfallen von I_1 mit II_1 usw. soll schon vorher konstatiert worden sein. Hat man die Linie A.—A: gefunden, so kann man die zu ihr senkrechte P′—P″ konstruieren, welche den Winkel φ mit der Richtung Sü—No bildet. Auf den Durchmessern C.—C:, D.—D: ergeben sich Schnittpunkte mit den vorhin genannten Geraden, welche mit den gleichen Ziffern bezeichnet sind wie die zugeordneten Punkte auf der Geraden Sü—J—No. Die eigentümliche Lage dieser Punkte enthüllt die Hauptfigur.

Mittags-Ebene. Die Bezeichnungen auf dem – – – – – Kreis sind dieselben wie auf der «Ekliptik» in Tafel I*). Man ziehe noch die Senkrechte E′P′—E″P″ zum Durchmesser D.—D:, ebenso E′—E″ ⊥ C.—C:. Zu E″P″ ist noch das Zeichen ♈ hinzugesetzt, zu E′P′ das Zeichen ♑; vom erstgenannten Punkte aus teile man den Kreis in 12 gleiche Teile, also mit je 30° Bogenlänge; die Teilungspunkte sind mit den Ziffern I_1, I_2 usw. bezeichnet. Je zwei entsprechende Teilpunkte ergeben eine Sehne parallel zum Durchmesser ♈—♑; die Schnittpunkte dieser Sehnen mit dem Durchmesser D.—D: müssen jene sein, die man mit Hilfe des Schattenstabes empirisch gefunden hat. Ganz allgemein muß sich folgendes zeigen: Angenommen, man habe mit Hilfe von Schattenmessungen die Jahreslänge zu 365 Tagen festgestellt. Dann denke man sich auf dem vorhin genannten Kreise einen Punkt mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω umlaufend, wobei $\omega = \frac{360 \cdot 60'}{365} = 59'$ sei. Der Punkt gehe von ♈ aus und lege nach einer gewissen Anzahl von Zeiteinheiten t (Tage—Z a h l) das Bogenstück $\lambda = \omega \cdot t = \overset{\frown}{\Upsilon S}$ zurück; man ziehe wieder von S aus die Senkrechte auf den Durchmesser D.—D:, welche ihn in D treffe, und durch D lege man die Parallele S′—S″ zu A.—A:. Die vom Kreismittelpunkt E aus gezogene Linie E—S′ muß jetzt in bezug auf die Linie E—Sü die Richtung des Mittagssonnenstrahles angeben für jenen Tag, der um t-Tage vom Frühlingsanfang, dem 21. März, absteht; diesem letzteren wurde in der Figur das Zeichen ♈ zugeordnet, von dem aus wir den Punkt auf dem Kreise haben laufen lassen. — Für die sog. „Deklination" $\overset{\frown}{A''S''} = \delta$ bekommt man: A—D = E—D · sin ε oder: $\sin\delta = \sin\lambda \cdot \sin\varepsilon$ E—D. = 1.

*) B e z i e h u n g z u r F i g u r «K u g e l b i l d d e s H i m m e l s. S o n n e n l a u f. S t e r n e n l a u f». Man erkennt: *Die vorliegende Figur ist nichts anderes als der Meridianschnitt durch die genannte Kugelfigur; was dort «Kreis der Ekliptik» genannt wird, drehe man hierbei um den Durchmesser D.—D: bis zum Zusammenfallen mit der Mittagsebene.*

Zu Figur III:

Himmelssphäre. Milchstraße. Tierkreis. System des Äquators. Meridiane.

Blickt man nach den Gestirnen, so zeigt uns das Himmelsgewölbe zwei hauptsächlichste Zonen: Die erste Sternzone ist jene des Tierkreises, in dessen Gürtel man Sonne, Mond und auch dem bloßen Auge gut kenntlich Venus, Mars, Jupiter, Saturn leuchten sieht. — Die zweite Zone wird eingenommen vom Streifen der Milchstraße, welche sich in gewisser Hinsicht als maßgeblich für die Anordnung der Fixsterne erweist, indem im allgemeinen die Fixsterne aller Helligkeitsklassen gegen die Milchstraße hin dichter beieinanderstehen als in andern Himmelsgegenden. — Es ist das natürlichste, die Figuren der Sternbilder und ihre gegenseitige Lage auf einer Kugelfläche zur Darstellung zu bringen. In der vorliegenden Zeichnung soll der größte Kugelkreis ♈ D. ♌ D: (nennen wir ihn kurz: D-Kreis) auf eine mittlere Linie, die sog. „Ekliptik", durch die Zone des Tierkreises am Himmel hindeuten. Auf der Vorderseite der Kugel sind in der Nähe dieses Kreises die Figuren der Sternbilder Wassermann, Fische, Widder, Stier zu sehen, unterhalb des Kreises die Figur des Walfisch. Überall bezeichnen α, β, ν . . . die einzelnen Bildpunkte der Sterne, geordnet nach Stufen abnehmender Helligkeit. — Ferner ist auf der Kugel zu sehen eine Zone, welche durch zwei schraffierte Grenzlinien eingeschlossen wird, und welche hindeuten soll auf das Band der Milchstraße. Innerhalb dieser Zone konnten auf der Vorderseite der Kugel gezeichnet werden jene Figuren, welche die Sternbilder Schwan, Cepheus, Cassiopeja, Perseus, Aurigae kennzeichnen. Beim Schwan beginnt eine Spaltung der Milchstraße in zwei Arme, die sich bis gegen das südliche Kreuz (Crux) hin erstreckt. Der zwischen beiden Armen liegende dunkle Himmelsgrund ist in der Figur in der Nähe des „Schwan" und in der Nähe von „Crux" (Unter- und Hinterseite der Kugel) durch je einen gestrichelten schmalen Streifen angedeutet. Diese beiden Streifen sind zusammenhängend zu denken; sie werden durchzogen von jenem größten Kugelkreis, welcher darstellen soll die Mittellinie durch die Zone der Milchstraße. Dieser Kreis schneidet den D-Kreis in N. (nahe D.) und N: (nahe D:). Er schneidet den Äquator ♈—A.—♌—A: in M. und in M:. In der Fig. wurden — entsprechend dem Himmelsbau —, die Bögen A.⌒M. = A:⌒M: etwa gleich 10^0 gewählt; sie sollten im genaueren $11{,}^05$ sein, wenn der genannte größte Kugelkreis die mittlere Lage der Bildzone der Milchstraße in bezug auf den Äquator richtig darstellen soll. (Nach Houzeau.) Ebenso sollten die auf dem Äquator gemessenen Bogen ♈⌒R′ = ♌⌒R″ = $11{,}^05$ sein. Auf eine zeichnerisch gut darstellbare Lage von R′, R″ weisen die Pfeile hin. Der Äquator-Durchmesser R′—R″ steht senkrecht auf dem Durchmesser M.—M:. Legen wir nun durch den Durchmesser R′—R″ eine Ebene, welche durch die Pole p′, p″ geht, welche also die Kugel längs eines Meridians schneidet, so schneidet dieser Meridian den Mittelkreis durch die Bildzone der Milchstraße in den Punkten N′ (in der Gegend „Cassiopeja") und N″ (in der Nähe von „Crux"); die Ebene jenes Meridians steht senkrecht auf der Ebene dieses Mittelkreises; somit ist die Neigung der letzteren Ebene gegenüber der Ebene des Äquators gegeben durch den Bogen n = N′⌒R′ = N″⌒R″ (in der Figur ist bloß der Meridian-Bogen N′—R′ ausgezogen). Man soll nun nach Houzeau-Kobold n = 62^0 wählen.

Gemäß den eben gemachten Angaben soll man auch beurteilen die Lage des Mittelkreises durch die Bildzone der Milchstraße auf den Tafeln:

IV. «Bildkugel des Himmels. Milchstraße. System der Ekliptik.»

XIII. «Milchstraße im Horizont. Hauptebene des Bildraumes.»

Zum Verständnis dessen, was an Hand der Kugelfigur erläutert werden soll, denke man sich, die Kugel könne um die Achse durch ihre Pole p′, p″ rotieren (im Sinne der Pfeile bei P′, P″), und diese Achse sei an den Stellen P′, P″ des die Kugel umhüllenden Ringes oder Kreises befestigt. Dieser Kreis ist bezeichnet als „Mittagskreis", seine Ebene, die mit der Zeichnungsebene zusammenfällt, als die „Mittagsebene".

Diese wurde charakterisiert vor allem auf folgenden Figuren-Tafeln:

I. «Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.»

XIII. «Milchstraße im Horizont. Hauptebene des Bildraumes.»

Man stelle sich vor, die Kugelachse P′—P″ habe eine bestimmte Neigung gegenüber der Ebene des Horizontes in den genannten Figuren; dann kann die so gelagerte Kugel als Bild des Himmels für einen bestimmten Beobachtungsort auf der Erde gelten, und man fasse dasjenige, was insbesondere die Nebenfiguren darstellen, welche noch zu beschreibende Beziehungen zur Kugel haben, als ein Inventar gewisser Beobachtungen auf, die in Geometrieform verbildlicht werden.

Durch die Pole p′, p″ gehen Meridiane, die je einen Abstand von 15^0 voneinander haben, wie es die Zahlen auf dem Äquator andeuten. Teilt man diesen in 360^0, ordnet seinem ganzen Umfange — genau gesagt, der

Umlaufsdauer eines seiner Punkte bei der Rotation der Kugel — andererseits 24^h bzw. $24 \cdot 60^m$ Zeiteinheiten zu (h = „Stunde", m = „Minute"), so entfällt auf 15^0 gerade 1^h und auf 1^0 entfallen $\frac{24 \cdot 60^m}{360} = 4^m$. Die Rotation der Kugel soll in figürlichem Sinne hinweisen auf die tägliche Bewegung des Sternenhimmels, vom Standpunkte des irdischen Beobachters aus beurteilt. — Wenn die Kugel rotiert, so beschreibt jeder ihrer Punkte einen Parallelkreis zum Äquator. In der Figut sind auf der oberen und unteren Kugelhälfte je 8 solcher Parallelkreise zu sehen, welche vom Äquator die Abstände $\delta = \pm 10^0, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80^0$ haben. Irgendein Meridian mit einem bestimmten Abstand α vom Anfangspunkt Υ der Winkelzählung auf dem Äquator und irgendein Parallelkreis mit dem Abstande δ von diesem (δ = „Deklination") bestimmen eindeutig die Lage eines Kugelpunktes ($0^0 < \alpha < 360^0$; $-90^0 < \delta < +90^0$). Im folgenden werde der Äquator kurz der A-Kreis genannt, und die Kugel, insofern wir sie als Trägerin betrachten von Parallelkreisen zum A-Kreise und von Meridianen durch die Pole p′, p″, heiße die A-Kugel. Der D-Kreis stellt dar das Abbild der jährlichen Bahn der Sonne, bezogen auf den Sternenhimmel, d. h. auf die Zone des Tierkreises, von der Erde aus gesehen. Er ist in zwölf Teile von je 30^0 Bogenlänge zerlegt; die Abstände der Teilungspunkte vom Anfangspunkte Υ (dieser weist hin auf den sog. „Frühlingspunkt") sind in der folgenden Übersicht angegeben. In der Nähe eines jeden dieser Einteilungspunkte liegen auch die Bildpunkte einer bestimmten Tierkreis-Sternfigur. Die Daten sollen auf die Jahrestage hinweisen, an denen die Sonne an jenen Orten in der Zone des Tierkreises sich befindet, als deren Bildpunkte die genannten zwölf Teilungspunkte auf dem D-Kreis gelten können.

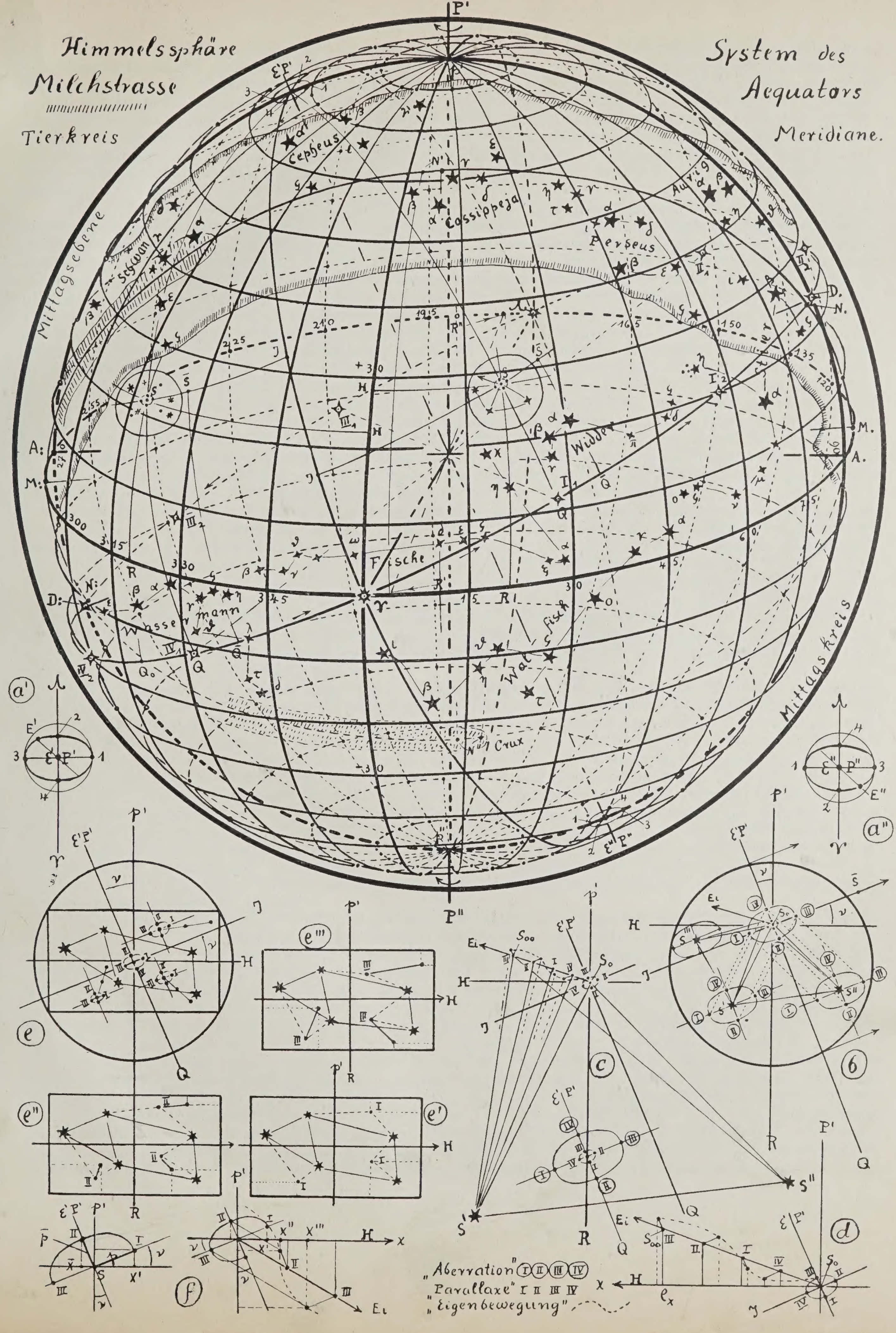
	Υ	I_1	I_2	D.	II_2	II_1	♎	III_1	III_2	D:	IV_2	IV_1	Υ
$\lambda =$	0^0	30	60	90	120	150	180^0	210	240	270	300	330	360^0
	Fische	Widder	Stier	Zwillinge	Krebs	Löwe	Jungfrau	Waage	Skorpion	Schütze	Steinbock	Wassermann	
	♓	♈	♉	II	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
	21. März	22. April	23. Mai	22. Juni	23. Juli	23. Aug.	23. Sept.	24. Okt.	23. Nov.	22. Dez.	20. Jan.	19. Febr.	21. März

Während die Kugel $366\frac{1}{4}$ Rotationen ausführt — figürlicher Hinweis auf $366\frac{1}{4}$ Sterntage! —, soll der Bildpunkt ⊙ der Sonne gerade einmal auf dem D-Kreise herumlaufen, entgegengesetzt dem Sinne der Kugelrotation (kleine Pfeile längs des D-Kreises weisen darauf hin). In bezug auf die feststehende „Mittagsebene" geht also der Punkt ⊙ bloß $365\frac{1}{4}$ mal herum.

„Ekliptik-Globus". Platonisches Jahr (Präzission). Die Pole E′P″, E″P″, welche von den Polen p′, p″ der A-Kugel je um einen Winkel $e = 23\frac{1}{2}^0$ abstehen, bestimmen eine Achse, die „Ekliptikpolachse", welche auf der Ebene des D-Kreises oder der „Ekliptik" senkrecht steht; denn diese Achse steht senkrecht auf dem Durchmesser D.—D:, weil nach Voraussetzung $D.\frown A. = e = D:\frown A:$ ist. — Denken wir uns jetzt eine zweite Kugelfläche, welche jener der A-Kugel zwar eng anliegt, aber doch gegenüber dieser freie geometrische Beweglichkeit habe: sie sei nämlich fest verbunden gedacht mit der Achse E′P′—E″P″ und könne um diese rotieren im Sinne der Pfeile längs des D Kreises. Bei den Polen E′P′, E″P″ sind also die Befestigungspunkte der Ekliptik-Achse an der Fläche der A-Kugel zu denken, und nur diese beiden Punkte bleiben bei der Rotation der zweiten Kugelfläche in Ruhe; jeder andere Punkt dieser Kugelfläche aber verschiebt seinen Ort hinsichtlich der Fläche der A-Kugel: er beschreibt nämlich infolge der Rotation der zweiten Kugelfläche, die ihn trägt, einen Parallelkreis zum D-Kreis. Abgesehen davon, daß bei der Rotation der zweiten Kugel jeder Punkt des D-Kreises in einen anderen wiederum auf den D-Kreis übergeführt wird, bleibt die Lage dieses Kreises gegenüber dem A-Kreis erhalten. Ähnlich ist es bei den genannten Parallelkreisen; in der Figur sind deren zwei angedeutet (S—J), durch je einen Punkt S gehend, die innerhalb der umgrenzten Felder auf der Kugel liegen. Der Winkelabstand $Q\frown S = \beta$ dieser Punkte vom D-Kreis sei ihre „Breite" genannt, weshalb man auch die Parallelkreise zum D-Kreis „Breitenkreise" nennt. Nach einer gewissen Drehung der zweiten Kugel ist S auf seinem Breitenkreis nach $\bar{S}$ gekommen, Q nach $\bar{Q}$, und es ist wieder $\bar{Q}—\bar{S} = \beta$. — Denken wir uns jetzt noch durch die Pole E′P′ E″P″ Meridiane gehend, die wir in bezug auf die zweite Kugelfläche „Koluren" nennen wollen. Der Haupt-Kolur wäre also der Kreis Υ—E′P′—♎—E″P″—Υ; außerdem sind angedeutet noch zwei Koluren Q—E′P′, durch die vorhin genannten beiden S-Punkte gehend. [Q ist aus gewissen Gründen, welche die Übersichtlichkeit der noch folgenden Erläuterungen bezwecken, gerade bei I_1 bzw. IV_1 angenommen worden; doch könnte Q irgendeiner Punkt des D-Kreises bedeuten.] Die Abstände $\lambda = \Upsilon\frown Q$ der Q-Punkte vom Anfangspunkt Υ der Winkelzählung bezeichnen zugleich die Winkelabstände der Koluren durch die Punkte S vom vorhin genannten Haupt-Kolur. Der Ort jedes Punktes S auf der zweiten Kugel ist nun bestimmt als Schnittpunkt eines bestimmten Kolurs mit einem bestimmten Breitenkreise. Denken wir uns die durch Koluren und Breitenkreise gekennzeichnete zweite Kugelfläche, die hinsichtlich der Pole E′P′, E″P″ orientiert ist, sei *Trägerin der Bildpunkte der Fixsterne*; nennen wir sie kurz als Träger dieser Punkte den „Ekliptik-Globus". Denken wir uns, dieser Globus rotiere langsam um seine Achse E′P′—E″P″, im Sinne der Pfeile längs des D-Kreises; und zwar, während die A-Kugel eine Zahl von $360 \cdot 72 \cdot 366{,}25 = 9\,493\,200$ Rotationen ausführe, möge der Ekliptik-Globus gerade e i n e volle Drehung machen. Es entspricht also

der Zahl $72 \cdot 366{,}25$ Rotationen der A-Kugel eine Drehung des Ekliptik-Globus um 1^0 (= 3600″)
„ „ $30 \cdot 72 \cdot 366{,}25$ „ „ A- „ „ „ „ „ „ 30^0
„ „ $1 \cdot 366{,}25$ „ „ A- „ „ „ „ „ „ $50'' = \frac{3600''}{72}$

III



Himmelssphäre
Milchstrasse
Tierkreis
System des Aequators
Meridiane.
Mittagsebene
Mittagskreis
Cepheus
Cassippeja
Perseus
Auriga
Schwan
Stier
Widder
Fische
Wassermann
Walfisch
Crux
"Aberration" Ⓘ Ⓘ Ⓘ Ⓘ
"Parallaxe" I II III IV
"Eigenbewegung"

Infolge der Drehung des Ekliptik-Globus um seine Achse wandern nun allmählich alle jene Bildpunkte von Fixsternen, die sich speziell in der Nähe des D-Kreises befinden, an den vier Kardinalstellen dieses Kreises, welche mit ♈, D., ♎, D: bezeichnet sind, und welche ihre Lage auf der A-Kugel beibehalten, vorüber. Figürlich gesprochen, können wir also wegen der angenommenen Drehung des Ekliptik-Globus z. B. in bezug auf ♈ sagen: Eine Bildfigur des Tierkreises nach der andern zieht am Bildpunkte ♈ des Frühlingspunktes der Sonne vorüber. Es möge die mittlere Länge einer jeden solchen der zwölf Tierkreisbildfiguren etwa 30^0 betragen; dann sagen die oben angegebenen Zahlen: damit eine solche Figur mit ihrer ganzen Länge am Punkte ♈ vorbeiziehen kann, gebraucht sie eine Zeit, wärhend welcher die A-Kugel $30 \cdot 72 \cdot 366{,}25 = 2160 \cdot 366{,}25$ Rotationen ausführt.

Wir haben jetzt zunächst rein im figürlichen Sinne einen Vorgang geschildert, welcher, übersetzt in die astronomische Wirklichkeit, hinweist auf eine gewisse Veränderung der sphärischen Orte der Fixsterne in bezug auf den Frühlingspunkt der Sonne, wenn man es im Sinne des Ptolemäus interpretiert, wie man es im Sinne der vorliegenden Figur tun könnte. Bereits Hipparch (etwa 260 v. Chr.) hat im äußerlichen Sinne auf diese Veränderung hingewiesen, aber erst Ptolemäus (etwas nach Chr.) beschreibt die Sache eingehend in seinem „Handbuch der Astronomie". Er konstatiert da einfach, daß die β-Werte der Bildpunkte S der Fixsterne auf dem Ekliptik-Globus, die man aus Beobachtungen ableiten kann, erhalten bleiben, auch wenn er sie aus Beobachtungen seiner Vorgänger (Timocharis, Hipparch) in früheren Jahrhunderten berechnet, daß dagegen die λ-Werte der Punkte S, wenn man sie ableitet aus Beobachtungen, die um Jahrhunderte auseinanderliegen, veränderlich gefunden werden. Und zwar geht diese Veränderlichkeit für alle Punkte in gleichem Sinne vor sich, so daß man sie figürlich darstellen kann durch die oben beschriebene Rotation des Ekliptik-Globus um seine Achse. Ptolemäus glaubte, diese rein figürliche Darstellungsmöglichkeit sei die Nachahmung einer Welt-Wirklichkeit, und er glaubte also, den Nachweis erbracht zu haben, „daß die Fixsternsphäre eine in der Richtung der Ekliptikzeichen vor sich gehende Bewegung habe". Allein, man kann im Sinne des Kopernikus zeigen, daß die Drehung des Ekliptik-Globus um seine Achse nicht die einzig mögliche bildhafte Darstellung der Tatbestände ist, sondern daß noch eine andere Darstellung möglich ist, die wir als besseren Ausdruck der Wirklichkeit halten müssen. [Vgl. Tafel IV «Bildkugel des Himmels; Milchstraße; System der Ekliptik.» Präzession.]

Verbleiben wir aber vorläufig bei der vorliegenden figürlichen Darstellung, die ja als rein geometrische auch berechtigt ist, und beachten wir, daß 366,25 Rotationen der A-Kugel auf eine Jahreslänge hinweisen. Also entsprechen $72 \cdot 366{,}25$ Rotationen eben 72 Jahren. Dieser Zahl 72 wurde oben eine Drehung des Ekliptik-Globus um 1^0 zugeordnet; somit sind einer vollen Umdrehung des Ekliptik-Globus eben eine Zahl von $360 \cdot 72 = 25\,920$ Jahre zugeordnet. Die Zahl 1^0 pro 72 Jahre steht in guter Übereinstimmung mit neueren astronomischen Angaben (Ptolemäus rechnete mit 1^0 pro 100 Jahre), also auch die Periode von etwa 26 000 Jahren (Periode der sog. Präzession). Fußend auf alten Weisheitslehren sprach schon Plato von der Zahl 25 920, und nach ihm nennt man ja die ganze Periode das platonische Jahr. — Auch die Priesterweisen des alten Ägyptens wußten, daß 72 Jahre die mittlere obere Lebensdauer eines Menschen sind, ein solches Menschenleben dauert also e i n e n Tag des „großen Jahres", das deren 360 hat.

Wir haben ferner oben darauf hingewiesen, daß der Länge von 30^0, gemessen auf dem D-Kreis oder der Ekliptik, also der mittleren Länge einer Sternfigur des Tierkreises, die Zahl $30 \cdot 72 = 2160$ zugeordnet ist, die wir jetzt als eine Zahl von Jahren deuten. Demnach heißt dies: Immer nach Verfluß von etwas mehr als 2000 Jahren befindet sich der Frühlingspunkt der Sonne in einem andern Sternbilde des Tierkreises. Er befindet sich zu unseren Zeiten in den Fischen; er war zur Zeit Christi im Widder (im Sinne der vorliegenden Figur müßte man sagen: das Bild des Widders wäre anzunehmen in der Gegend des Schnittpunktes ♈ des D-Kreises mit dem A-Kreis); er war bis gegen das dritte Jahrtausend vor Christus, also zur Zeit der alten ägyptischen Kultur, im Sternbilde des Stieres (im Sinne der Figur muß man sich durch eine Rückwärtsdrehung des Ekliptik-Globus das Bild des Stieres in die Gegend von ♈ zurückversetzt denken); gegen das vierte und fünfte Jahrtausend vor Christus, also zur Zeit der alten persischen Kultur, finden wir ihn im Sternbilde der Zwillinge, noch weiter zurück, bis gegen das siebente Jahrtausend vor Christus, also zur Zeit der urindischen Kultur, im Sternbilde des Krebses. Als Kulturepochen sind hierbei jene von Dr. Rudolf Steiner in seinem Buche «Die Geheimwissenschaft» gekennzeichneten verstanden.

Die Nutation. Es handelt sich um eine gewisse Schwankung der Bildpunkte der Fixsterne auf der Fläche der A-Kugel — wenn man die Dinge rein geometrisch beschreibt — wie Bradley (18. Jahrhundert) glaubte, aus seinen langjährigen Beobachtungen herauslesen zu können. Diese Schwankung kann man bildhaft darstellen durch eine kleine periodische Hin- und Herbewegung der Achse des Ekliptik-Globus, welcher die Bildpunkte der Fixsterne u n d den D-Kreis trägt. Man denke sich nämlich um die Pole E′P′, E″P″ auf der A-Kugel je eine kleine Ellipse 1—2—3—4 gelegt; sie sind vergrößert in den Nebenfiguren ⓐ, ⓐ′, in bezug auf den Hauptkolur durch ♈ und ♎ dargestellt; ihr großer Durchmesser 1—3 sei etwa 18″ (18″,4), ihr kleiner 2—4 etwa 14″ (13″,7). Man denke sich je einen Punkt E′, E″ auf diesen Ellipsen umlaufend, während die A-Kugel $18{,}6 \cdot 366{,}25$ Rotationen macht; es handelt sich also um eine 18,6jährige Periode. Diese beweglichen Punkte E′, E″ — welche auf der Fläche der A-Kugel einander gegenüberliegen, d. h. die Endpunkte eines durch den Mittelpunkt der Kugel gehenden Durchmessers sind — seien nun die momentanen Befestigungspunkte der Achse des Ekliptik-Globus auf der Fläche der A-Kugel. (Die „Befestigung" ist also wegen der Beweglichkeit der Punkte E′, E″ nur eine uneigentliche.) Diese Achse beschreibt nun während der figürlichen „Nutationsperiode" einen elliptischen Doppelkegel, wobei ihre Endpunkte E′, E″ eben auf den kleinen Ellipsen um die mittleren Pole E′P′, E″P″ herumlaufen. Wegen dieser „Schwankung" seiner Achse schwanken dann auch alle

Bildpunkte der Globusfläche in bezug auf die Fläche der A-Kugel, was vor allem in ihren veränderlichen δ-Werten (Fig. $R\widehat{\ }S = \delta$) sich bemerkbar macht.

Mondlauf und Nutation. Die erwähnte Periode von 18,6 Jahren oder 6798,3 Tagen hängt mit dem Mondlauf, bezogen auf die Fixsterne, zusammen. Der Mond geht, von der Erde aus gesehen, ebenso wie die Sonne im Tierkreis herum, aber schon in etwa $27\frac{1}{3}$ Tagen (27, 322 mittlere Sonnentage). Man könnte also zur Darstellung dieses Laufes einen Bildpunkt in unserer Figur längs des D-Kreises wandern lassen, aber nicht ganz mit diesem zusammenfallend, weil der Mond nicht ganz bei denselben Sternen vorbeigeht wie die Sonne. Auch ändert er, im Gegensatz zur Sonne, bei jedem seiner Umläufe seine Bahn etwas gegenüber den Sternen, und erst, wenn er etwa 249 solcher Umläufe gemacht hat — während der Zeit von 6798,3 Tagen —, geht er neuerdings seine frühere Bahn.

Die Aberration. Es handelt sich um ein jährlich-periodisches Wechselverhältnis der Sonne zu den Sternen, abhängig von der Stellung der Sonne im Tierkreis und ihrer Lichtrichtung nach der Erde hin — so wie es der Astronom Bradley aus seinen Beobachtungen glaubte herauslesen zu können. Wir wollen an dieser Stelle nicht auf die Anschauungen der Theoretiker bezüglich der „eigentlichen" Natur dieser Sache eintreten, sondern uns damit begnügen, die Dinge auf der Kugelfläche so darzustellen, daß sie dem entsprechen, von dem Bradley und seine Nachfolger behaupten, es könne aus ihren Winkelmessungen abgeleitet werden. Im Sinne des Bradley macht man sich also im Prinzip folgende geometrische Vorstellung der Sache, die sich im wesentlichen darstellen läßt durch eine gewisse Lagenverschiebung der Bildpunkte der Fixsterne auf dem Ekliptik-Globus gegenüber dem Koordinatennetz auf der Fläche dieses Globus, und damit auch gegenüber der Fläche der A-Kugel.

Angenommen, dieser Globus rotiere um seine Achse E′P′—E″P″ entsprechend der Periode der sog. Präzessionsbewegung (platonisches Jahr). Dann läuft jeder seiner Punkte auf einem Parallelkreise zum D-Kreis. Dies erläutert die Figur für zwei Punkte S, von denen jeder sich innerhalb eines umrandeten Feldes auf der Globusfläche befindet. Fassen wir speziell jenes Feld ins Auge, dessen mittlerer Kolur durch Q bei I_1 auf dem D-Kreis geht. Der Punkt S innerhalb dieses Feldes läuft also bei der Drehung des Globus längs des Parallelkreises J—S zum D-Kreise, etwa bis nach $\bar{S}$; entsprechend gelangt Q nach $\bar{Q}$, d. h. der ganze Kolur Q—S—E′P′ macht die Drehung des Globus mit. Es sei nun $Q\widehat{\ }\bar{Q} = 50''$, d. h. gleich dem Betrag der Drehung des Globus, während die A-Kugel gerade 366,25 Rotationen ausführt; während dieser „Zeit" läuft der Bildpunkt der Sonne gerade einmal auf dem D-Kreis herum, z. B. von I_1 ausgehend und wieder dorthin zurückkommend. Wir können nun sagen: Wegen der Drehung des Globus verschiebt sich nicht etwa bloß S, sondern überhaupt das ganze umrandete Feld nach rechts hin um 50″. [Der Bogen Q—$\bar{Q}$, der diese Verschiebung darstellen soll, ist natürlich viel zu groß gezeichnet.] Dieses Feld ist in der Nebenfigur ⑥ vergrößert dargestellt ($S = S_0$), und die Verschiebungsrichtung seines mittleren Kolurs ist durch Pfeile angedeutet. Während die Verschiebung des Feldes vor sich geht, soll nun um jeden seiner Punkte S_0, S′, S″, S‴ ... die sog. „Aberrationsellipse" Ⅰ—Ⅱ—Ⅲ—Ⅳ beschrieben werden; und zwar sollen die auf den Ellipsen umlaufenden Punkte die eigentlichen Bildpunkte der Fixsterne bedeuten, die Mittelpunkte der Ellipsen aber bloß die mittleren Orte auf der Fläche des Ekliptik-Globus. Der große Durchmesser Ⅰ—Ⅲ aller dieser Ellipsen ist derselbe und soll nach Bradley etwa 40″ betragen (gemessen als Bogenstück eines größten Kugelkreises). Der kleine Durchmesser Ⅱ—Ⅳ soll den Wert 40″ sin β haben ($\beta = Q\widehat{\ }S$); er ist also nur für benachbarte Punkte S von beinahe gleicher Größe, also, wenn diese Punkte wenig voneinander verschiedene β-Werte haben, wie das in der Figur für die Punkte des umrandeten Feldes angenommen wird. Haben diese Punkte ferner auch nur kleine Unterschiede in den λ-Werten ($\lambda = \Upsilon\widehat{\ }Q$), so befinden sich die auf den Ellipsen umlaufenden Punkte stets in der gleichen Phase, etwa bezogen auf ihren großen Durchmesser, der parallel dem Breitenkreise J—S ist (der kleine Durchmesser liegt auf dem durch den betreffenden Punkt gehenden Kolur). In diesem Falle haben die einander korrespondierenden Ellipsenpunkte dieselben Abstände voneinander wie ihre Ellipsenmitten, so wie es die Figur für das Dreieck S_0—S′—S″ darstellt. — Es soll nun hinweisen die Phase Ⅰ auf die zeitlich entsprechende Stellung des Bildpunktes der Sonne in I_1 (Konj. mit der Sterngruppe); Ⅲ auf III_1 (Opposition der Sonne zur Sterngruppe); Ⅱ Ⅳ auf II_2, IV_2 (Quadraturstellungen).

Jährliche „Eigenbewegung" der Fixsterne und „Parallelaxe". Gemäß dem Vorhergehenden stellen sich die Theoretiker vor, daß die „Aberration" an den Abständen benachbarter Fixsterne keine merkliche Änderung hervorrufe, d. h. wenn solche Abstandsänderungen vorkommen, daß sie dann nichts mit einem gewissen Wechselverhältnis Sonne—Sterne zu tun hätten. Es ist das aber einfach eine Behauptung. — In Fig. ⑥ sei $S = S_0$ der Bildpunkt eines Sternes, dessen Lage in bezug auf die Bildpunkte S′, S″, S‴ ... benachbarter „Vergleichssterne" festgestellt wurde, z. B. für die Zeit einer Opposition Sonne—Stern (Bildpunkt der Sonne in III_1). Im Prinzip genügen zwei Vergleichspunkte S′, S″, so wie es Fig. ⓒ vergrößert darstellt. Etwa nach Verfluß eines Jahres — also zur Zeit einer zweiten Opposition Sonne—Stern — mögen die Abstandsmessungen wiederholt werden. Es möge sich ergeben, daß diese Abstände etwas andere seien als zur Zeit der ersten Opposition; man sei genötigt, im Bilde an Stelle des Punktes S_0 einen etwas davon entfernten Punkt S_{00} anzunehmen, damit dessen Abstände von S′ und S″ den neuerdings gefundenen Winkeldistanzen entsprechen. Man kann sich nun vorstellen, der Punkt S_0 habe sich während eines Zeitintervalles, welches gedanklich zugeordnet wird der Frist eines Sonnenjahreslaufes in bezug auf die Sterne, von S_0 nach S_{00} längs einer Geraden Ei bewegt. Dieses Geradenstückentspricht auf der Kugel dem Bogenstück eines größten Kreises durch die Punkte S_0, S_{00}; man kann dementsprechend von einer „E i g e n b e w e g u n g" des S-Punktes im größten Kreise sprechen, und das Bogenstück S_0—S_{00} = C als deren „jährlichen" Betrag bezeichnen. — Nun scheinen aber neuere genaue Messungen, wie sie erstmals B e s s e l gelangen [vgl. Figur: «Geozentrisches System; Eigenbewegung; jährlicher Verlauf»], zu lehren, daß die gefundene Richtung Ei bloß den mittleren Verlauf der Ortsänderung

eines Sternes in bezug auf andere bildhaft darstellt, während im genaueren der Stellungswechsel so erfolgt, daß er durch eine gekrümmte Kurve verbildlicht werden muß.

Es mögen genaue Messungen vorliegen, die in engeren Zeitintervallen innerhalb eines Jahres gemacht wurden. In der Figur sind, entsprechend den fünf Strahlen, die von S′ ausgehen, vier Intervalle angenommen, die je drei Monate umfassen, und das Jahresintervall von einer Opposition des Sternes zur andern unterteilen. Um die gekrümmte Kurve . . . . . zu erhalten, welche den Verlauf der Ortsänderungen des „bewegten" S-Punktes genau wiedergibt, d. h. für entsprechende Zeitpunkte die jeweiligen genauen Abstände von den gegenseitig fixen Vergleichspunkten S′, S″, benützen die Theoretiker unter den Astronomen folgendes Verfahren, von dem sie behaupten, es werde den Messungen gerecht: Fig. ⓒ, ⓓ.

Man beschreibe um $S = S_0$ eine kleine Ellipse I, II, III, IV, deren Gestalt abhängt von der Lage des Punktes S auf der Kugel; denn ist II—IV = 2 p der große Durchmesser dieser Ellipse, so soll ihr kleiner Durchmesser I—III den Wert $2\,p \cdot \sin\beta$ haben. Die genannten vier Hauptpunkte sollen hinweisen auf die zeitlich korrespondierenden Orte der Bildpunkte der Sonne auf dem D-Kreis, und zwar I auf I_1, II auf II_2, III auf III_1, IV auf IV_2. Auf der kleinen Ellipse soll dementsprechend ein Punkt in derselben Zeit umlaufend vorgestellt werden wie der Bildpunkt der Sonne auf dem D-Kreis. Diese Umlaufsbewegung auf der Ellipse kombiniere man mit der fortschreitenden Bewegung längs Ei: dann bekommt man die Punkte der gekrümmten Kurve zwischen S_0 und S_{00}; und diese Punkte hätten nun, so behaupten die Theoretiker, von S′ und S″ gerade jene Abstände, welche im Bilde entsprechen den mit den Instrumenten gemessenen Winkelabständen des „bewegten" Sternes von den einen unveränderlichen Abstand beibehaltenden „Vergleichssternen", deren Bildpunkte S′, S″ sind. — Die kleine Ellipse, deren halber großer Durchmesser p ist, ist in ihrem Größenverhältnis zur „Aberrationsellipse" im unteren Teil der Figur ⓒ dargestellt: während der halbe große Durchmesser der letzteren 20″ beträgt, muß man sich unter p einen Wert vorstellen, der gewöhnlich kleiner als 1″ ist. Die Astronomen nennen diesen p-Wert, welcher charakteristisch ist für die Größe der Abweichung der „Eigenbewegung" des Bildpunktes S des Sternes von der geraden Linie, die „jährliche Parallaxe" des Sternes, und die zu S gehörige kleine Ellipse die „parallaktische Ellipse". — Stellen wir uns vor, es wäre [ⓓ und oberer Teil der Figur ⓒ] die Strecke S_0—S_{00} = e, welche den fortschreitend-geradlinigen Betrag der „Eigenbewegung" pro Jahr angibt, gleich Null, so hätten wir den Idealfall oder Grenzfall, daß sich — gemäß den Anschauungen und Hypothesen der Theoretiker — die ganze Eigenbewegung auf den vorgestellten Umlauf eines Punktes auf der kleinen Ellipse I II III IV reduzieren würde. Dieser Grenzfall wurde meines Wissens nie beobachtet.

Bestimmung der „Parallaxenwerte". Wir wollen hier noch erläutern, wie man in neuerer Zeit mit Hilfe genauer mikrometrischer Messungen am Fernrohr und namentlich mit Hilfe photographischer Aufnahmen bestimmter Himmelsteile solche Beobachtungsdaten zusammenstellt, welche geeignet sind, im Sinne der Theoretiker aus ihnen jene p-Werte herauslesen zu können, die gemäß den Hypothesen dieser Theoretiker die großen halben Achsen der von ihnen sog. „parallaktischen Ellipsen" darstellen. Denn das muß hier betont werden vor allem, daß die Beobachtungen als solche, nicht einfach derartige Ellipsen am Himmelsgewölbe sozusagen einbeschrieben finden, die man dann einfach vermessen oder photographieren könnte, oder daß man Sterne auf solchen Ellipsen herumlaufen sieht; vielmehr ist es so, daß man die Beobachtungen im Sinne des theoretischen Bildes derart interpretiert und verrechnet, daß am Schluß solche Daten herauskommen, die man dann als p-Werte, d. h. als große Halbachsen von Ellipsen deutet.

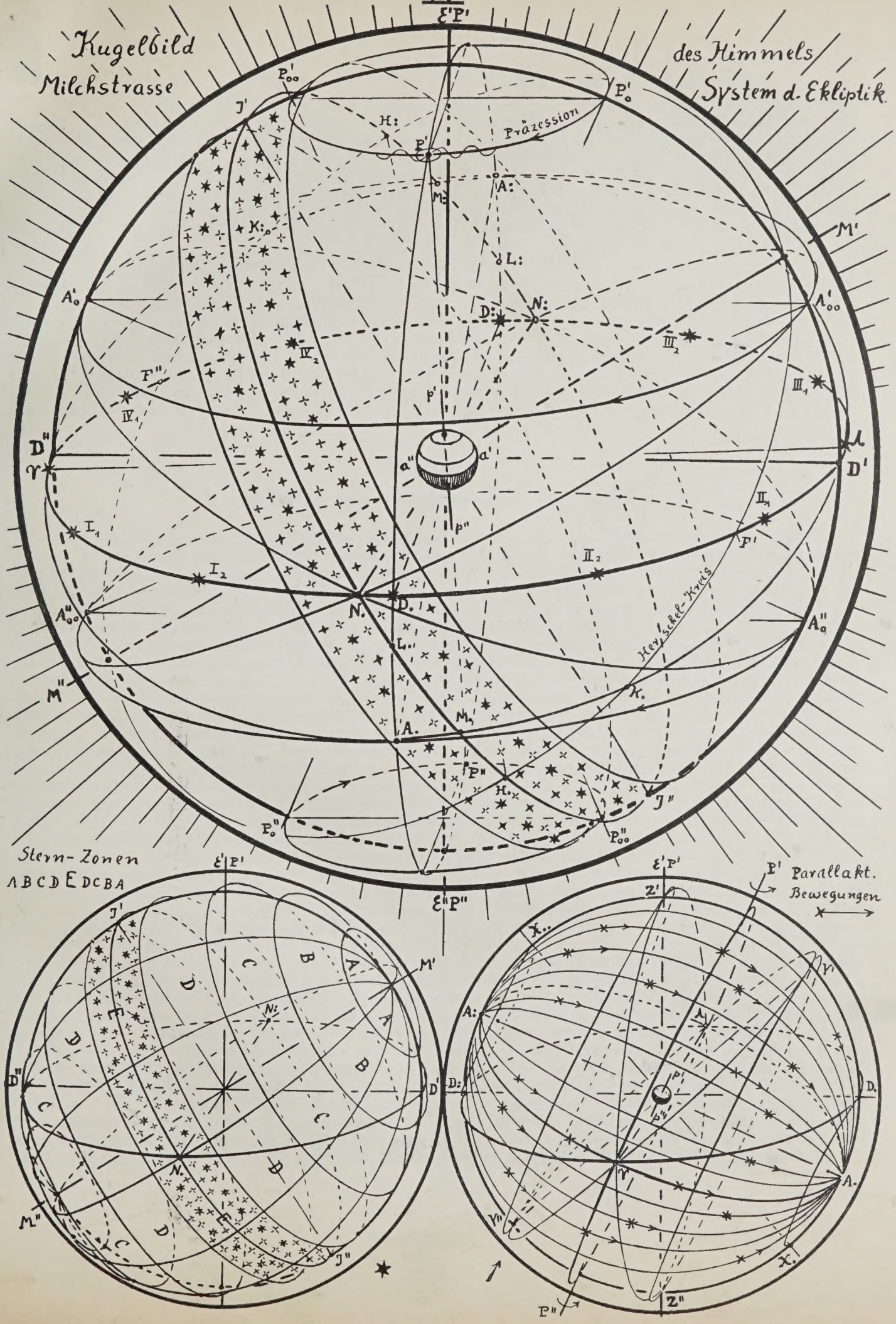
Die Messungen und anschließenden Gedankenoperationen verlaufen im Prinzip wie folgt: Beachten wir linker Hand das umgrenzte Feld auf der Kugelfläche; es sei im Durchmesser nicht größer als z. B. 1°, so daß es auf einen Teil der Sternensphäre hinweist, der gerade auf einer photographischen Platte ohne Verzerrung abgebildet werden kann, oder auch mit Hilfe eines Mikrometers, eines Heliometers, vermessen werden kann. Ein mittlerer Punkt S dieses Feldes habe vom D-Kreis den Abstand $Q\widehat{\ }S = \beta$, eine Winkelgröße, die auf dem Kolur Q—S—E′P′ gemessen wird; diesen β-Wert können wir wegen der Kleinheit des Feldes jedem anderen darin gelegenen Punkte auch zuschreiben. — Nun ist in der Figur der Einfachheit wegen angenommen, daß Q mit IV_1 zusammenfällt: d. h. wenn in IV_1 der Bildpunkt der Sonne für einen bestimmten Zeitpunkt angenommen wird, so deutet diese Konstellation im Bilde hin auf eine Konjunktion der Sonne zu jener Sterngruppe, deren Bildpunkte sich innerhalb des erwähnten Feldes befinden. — Nun ist R—S—p′ der zu diesem Felde gehörige Meridian auf der rotierenden A-Kugel. Damit dieses Feld und der Bildpunkt der Sonne bei der Rotation der Kugel gleichzeitig die Ebene des „Mittagskreises" passieren könnten, müßte der Bildpunkt der Sonne in Q_0 angenommen werden, d. h. in einem solchen Punkte des D-Kreises, der der Schnittpunkt des Meridians R—S—p′ mit ihm ist. Da nun aber der Bildpunkt der Sonne in Q sein soll, so sieht man, daß die damit angedeutete Konjunktion — bezogen auf den Kreis der Elkiptik — nicht auf jenen Tag der Jahres fällt, an welchem die Sonne und die betrachtete Sterngruppe gleichzeitig die Ebene des Mittagskreises passieren; und dieser letztere Tag wird um so mehr vom Tag der definierten Konjunktion abweichen, je weiter entfernt vom Himmelsäquator die betrachtete Sterngruppe ist; im Bilde gesprochen: je größer der Winkel $R\widehat{\ }S = \delta$ ist. (In der Figur würde die besprochene zeitliche Abweichung, entsprechend dem Winkelwerte Q_0—Q = ungefähr 14°, etwa 14 Tage betragen; d. h. im Bilde gesprochen: 14 Rotationen der A-Kugel würde dieses Zeitintervall umfassen.)

Der Punkt II_1 auf dem D-Kreise liegt in bezug auf die Kugelmitte dem vorhin betrachteten $Q = IV_1$ gegenüber; wird also der Bildpunkt der Sonne für einen gewissen Zeitpunkt in II_1 angenommen, so deutet dies auf ihre Opposition zu der betrachteten Sterngruppe. Da aber II_1 nicht auf demselben größten Kreise durch P′, P″ liegt, dem der Meridian R—S—p′ angehört, so wird am Tage der Opposition die betrachtete Sterngruppe nicht gerade um Mitternacht die Ebene des Mittagskreises passieren. [Die zeitliche Abweichung von Mitter-

nacht beträgt in dem Falle, auf welchen die Figur hinweisen soll, so viel, als durch den Bogenwert $Q—Q_0 = 14^0$ bestimmt ist, — den man zwar noch auf den A-Kreis projizieren müßte — also ungefähr $14 \cdot 4^m = 56^m$ Zeitminuten.] Beachten wir weiterhin, daß, auf dem D-Kreise gemessen, die Bögen von IV_1 bis I_2 und von IV_1 bis III_2 jeweils 90^0 umfassen; ist also der Bildpunkt der Sonne in I_2 bzw. III_2 anzunehmen, so deuten diese Stellungen auf Quadraturen der Sonne zu der betrachteten Sterngruppe hin. An jenen Jahrestagen, wo diese Konstellationen stattfinden, wird die betreffende Sterngruppe entweder einige Stunden vor oder nach Mittag die Mittagsebene passieren. [In jenem Fall, auf den die Figur hinweisen soll, liegt das Bild der Sterngruppe auf jenem Meridian der A-Kugel, dessen R-Punkt etwa bei 319^0 ist; der Punkt I_2 aber gehört etwa zum Meridian bei 57^0 und sein Gegenpunkt III_2 zu jenem bei 237^0. Wir haben also die Stundenwinkeldifferenzen: $R—I_2 = 98^0$, $R—III_2 = 82^0$. Somit wird bei jener Quadratur, auf welche I_2 hindeutet, die Sterngruppe die Mittagsebene um $98 \cdot 4^m = 392^m = 6$ Stunden + 32 Minuten früher passieren als die Sonne, d. h. früh morgens; bei der Quadratur III_2 aber wird sie um $82 \cdot 4^m = 328^m = 5$ Stunden + 28 Minuten später kulminieren als die Sonne, d. h. am Abend.] — Zur Zeit der Konjunktion (IV) wird die Sterngruppe im allgemeinen kaum sichtbar sein, dagegen gut zur Zeit der Opposition (II) und — bei günstiger Lage der Sterngruppe und geeignetem Beobachtungsort — auch zu den Zeiten der Quadraturen (I und III). Die römischen Ziffern — unter Weglassung der arabischen Kennziffern — sollen im folgenden auf die oben charakterisierten vier Zeiten hinweisen. Es soll vorausgesetzt werden, daß die Sterngruppe unter möglichst gleichen Verhältnissen beobachtet, vermessen oder photographiert werde, z. B. immer dann, wenn sie die Mittagsebene passiert, also bei gleichem Zenitabstand. [Vermeidung von Refraktionsänderungen!] Das umgrenzte Feld auf der Kugel, das ihre Bildpunkte enthält, ist in ⓔ vergrößert dargestellt; die den Zeiten I, II, III entsprechenden Vermessungsdaten oder photographischen Aufnahmen seien in ⓔ′, ⓔ″, ⓔ‴ besonders dargestellt. Die Achsen der beiden Kreuze durch den mittleren Punkt des Feldes ⓔ weisen hin auf die Meridiane durch P′ und E′P′ bzw. auf die Parallelkreise H J zum A- und D-Kreis. Bei bekannter Lage des Feldes auf der Kugel ist der Winkel ν zwischen H und J bekannt. Um der Präzession gerecht zu werden, müßte man sich vorstellen, daß auf der Kugel das ganze Feld ⓔ langsam in der Richtung J sich verschieben würde; allein der Betrag dieser Verschiebung, welcher der Präzessionsbewegung pro Jahr entspricht, ist so klein, daß hierdurch der Winkel ν nicht wesentlich geändert wird. Im Felde ⓔ sind die Bildpunkte von fünf „Vergleichssternen" gezeichnet, bezüglich denen die Messungen oder Photographien ergeben mögen, daß im Verlaufe der Beobachtungszeit ihre gegenseitigen Abstände im wesentlichen gleichgeblieben sind. Das wären also gegenseitig fixe Sterne, und auf die Orte ihrer Bildpunkte kann man die Lagenverschiebung der Bildpunkte der „bewegten" Sterne nach Größe und Richtung studieren. Die Figuren weisen auf drei solcher „bewegter" Sterne hin; nehmen wir zunächst an, um uns verständigen zu können, die ihnen entsprechenden Bildpunkte für die oben erwähnten Beobachtungszeiten seien in ⓔ′, ⓔ″, ⓔ‴ jeweils an den mit I, II, III bezeichneten Stellen zu finden; diese Stellen sind auch in ⓔ eingezeichnet, und sie fügen sich dort jeweils zu kleinen Halb-Ellipsen zusammen. Dieser Fall würde also dem an Hand von Fig. ⓒ erläuterten Grenzfall entsprechen, der aber kaum beobachtet wird. Vielmehr wird etwa folgendes der Fall sein; es werden sich die Bildpunkte der „bewegten" Sterne in ⓔ′ und ⓔ‴ an den Enden jener kurzen Strecken befinden, die von den Punkten II und III ausgehen; diese Strecken sind in ⓔ ebenfalls nach Größe und Richtung gezeichnet. Es wurde angenommen, daß die Strecken in ⓔ‴ doppelt so lang sind wie jene in ⓔ′, entsprechend dem doppelten Zeitintervall, um welches die Aufnahme ⓔ‴ von der Aufnahme ⓔ′ absteht im Vergleich zu ⓔ″. Die gezeichneten Strecken würden also einer „mittleren linearen Eigenbewegung" entsprechen, die im Falle der Fig. ⓓ durch $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{2}$ der dort gezeichneten Strecke $S_0—S_{00} = e$ dargestellt würde.

Nun stelle man sich vor, es seien in ⓔ′, ⓔ″, ⓔ‴ gegeben die Lagen der Bildpunkte der bewegten Sterne, und zwar, wie in den Figuren angedeutet, z. B. durch Koordinaten in bezug auf das H—p′-Kreuz oder die Parallellinien zu diesem Kreuze. H sei die x-Achse, p′ die y-Achse. Es handle sich darum, aus diesen bekannten Koordinaten sowohl die an Hand von Fig ⓒ definierten e-Werte wie auch die p-Werte, d. h. die Werte der halben großen Durchmesser der vorgestellten kleinen Ellipsen herauszubekommen. Es wird also im Vorstellungsbilde vorausgesetzt, daß die Lagenänderung eines jeden der betrachteten Punkte sich zusammensetze aus der Lagenänderung je eines Punktes, der längs einer geraden Linie sich bewegt, und eines zweiten Punktes, der auf einer kleinen Ellipse umläuft. Diese Kombination ist für einen Punkt im Felde ⓔ in einer Nebenfigur Ⓕ dargestellt, und es würde in diesem Falle die gekrümmte Linie - - - I - - - II - - - III - - - der vorgesetllten Bahnkurve entsprechen. (Ziffer II und III weisen auch auf die Orte des fortschreitenden Ellipsenmittelpunktes hin.) — Nennen wir jetzt bezüglich eines bewegten Punktes, der längs einer solchen gekrümmten Linie fortschreitend gedacht wird, seine ihm in den drei zeitlich aufeinanderfolgenden Aufnahmen ⓔ′, ⓔ″, ⓔ‴ jeweils zugehörigen Abszissen und Ordinaten x′, y′; x″, y″ und x‴, y‴, welche zu den Zeiten t′, t″, t‴ gehören. Nach dem in der Figur angenommenen Falle ist: $t''—t' = t'''—t'' = \frac{1}{4}$ Jahr. Es bezeichne e das Maß jener Strecke, welche die Größe der vorgestellten mittleren linearen Eigenbewegung des Bildpunktes eines Sternes in einem solchen figürlichen Zeitintervalle darstellt, welches auf eine Jahreslänge hinweisen soll; für das Intervall $\frac{1}{4}$ Jahr ist also entsprechend $\frac{1}{4} \cdot e$ zu nehmen. Die Projektion von e auf die x-Achse sei e_x genannt. Ist p der halbe große Durchmesser der dem betrachteten Punkt zugehörig gedachten kleinen Ellipse, so hat man gemäß dem Vorstellungsbilde für den halben kleinen Durchmesser den Wert p sin β zu setzen; die absoluten Werte der Projektionen dieser Strecken auf die x-Achse, Figur Ⓕ, sind: p cos ν = x′ und p sin $\beta \cdot$ sin $\nu = \bar{x}$. Nun setzen sich — gemäß dem vorhin geschilderten Bilde — die Koordinatenänderungen des bewegten Punktes beim Übergange von ⓔ′ nach ⓔ″ und von da nach ⓔ‴ aus folgenden Gliedern zusammen, wobei wir annehmen, es sei e_x positiv:

IV


Kugelbild
Milchstrasse
des Himmels
System d. Ekliptik
Präzession
Hercshel-Kreis
Stern-Zonen
A B C D E D C B A
Parallakt.
Bewegungen

1. $\Delta x'' = x'' - x' = \frac{1}{4} e_x - p \cos \nu - p \sin \beta \cdot \sin \nu$ $\quad I \rightarrow II$
2. $\Delta x''' = x''' - x'' = \frac{1}{4} e_x - p \cos \nu + p \sin \beta \cdot \sin \nu$ $\quad II \rightarrow III$

Und somit folgt: 3. $\Delta x''' - \Delta x'' = 2 p \sin \beta \cdot \sin \nu$. Fig. Ⓕ $p \sin \beta = \bar{p}$.

Da β und ν bekannt sind, ebenso die Koordinatendifferenzen Δx, so kann man nach 3. zunächst p berechnen, und dann nach 1. oder 2. die Größe e_x. Ähnliche Gleichungen könnte man für die Koordinatendifferenzen Δy aufstellen und hieraus e_y bestimmen, schließlich e selbst. — Oft werden die Beobachtungen auch so angestellt, daß man die Opposition II_1 ausläßt, und dafür in drei aufeinanderfolgenden Quadraturen I_2—III_2—I_2 die Vermessungen oder das Photographieren der Sterngruppe ausführt. Es sei Δx^+ die Koordinatendifferenz der Bildpunkte eines „bewegten" Sternes beim Übergange von der ersten zur zweiten Quadratur (I—III), Δx^{++} die entsprechende Differenz beim Übergange von der zweiten zur dritten Quadratur (III—I), wobei jedesmal das Intervall ½ Jahr dazwischenliegt. Dann hätten wir gemäß dem Bilde von der Lage der kleinen Ellipse die Gleichungen:

1. $\Delta x^+ = \frac{1}{2} e_x - 2 p \cos \nu$ $\quad I \rightarrow III$

Aus 3. läßt sich wiederum p bestimmen, 2. $\Delta x^{++} = \frac{1}{2} e_x + 2 p \cos \nu$ $\quad III \rightarrow I$

hernach nach 1. oder 2. die Größe e_x. 3. $\Delta x^{++} - \Delta x^+ = 4 p \cos \nu$

Durch diese Erläuterungen wird klar geworden sein, was wir eingangs sagten: Bei den modernen sog. „Parallaxenbestimmungen" werden die Vermessungsdaten mit mathematischer Freiheit so interpretiert, daß das im Rechnungsergebnis herauskommt, was man sich im Bilde vorstellt; das kann man tun, weil im Grunde genommen die Messungen zu spärlich an Anzahl sind, d. h. sich nur auf gewisse Hauptzeiten beschränken, und die gegenseitigen Lagen der Bildpunkte der Sterne für die Zwischenzeiten unbeachtet gelassen werden.

Zu Figur IV:

«Milchstraße; System der Ekliptik».

Sämtliche Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie in der Figur «Himmelssphäre *; Milchstraße, System des Äquators». E′P′ und E″P″ sind die Pole der Ekliptik, M′, M″ jene des schematisch angedeuteten Bandes der Milchstraße mit dem Mittelkreis N.J′ N:J″. Es bedeuten: N. und N: die Schnittpunkte mit der Ekliptik; J′ der höchste Punkt über der Ekliptik, J″ der Gegenpunkt; D′, D″ sind die Schnittpunkte des Kreises durch M′, M″ und E′P, ′E″P″ mit der Ekliptik. Die Beobachtungen der letzten Jahrtausende zeigen, daß der Kreis der Ekliptik, d. h. die Jahressonnenbahn im Tierkreisgürtel, [in Frage stehen ganz kleine Schwankungen], im wesentlichen stets bei denselben Sternen vorbeigeht, d. h. also, daß der Kreis der Ekliptik in bezug auf das Gefüge des Fixsternhimmels für lange Zeiten als festliegend angenommen werden kann. Das ist nun nicht der Fall für den „Himmelsäquator" ♈ A., ♎ A:, der die Projektion des „Erdäquators" a′, a″ ist; p′, p″ bedeutet die „Erdachse", P′, P″ ihre Zielpunkte am „Himmel", die Himmelspole; ♎, ♈ sind die momentanen (etwa für 1900 n. Chr.) Schnittpunkte des Himmelsäquators mit der Ekliptik, ♈ der Frühlingspunkt, ♎ der Herbstpunkt; A. entspricht dem Sommerwendepunkt D., A: dem Winterwendepunkt D: [vgl. auch Figur «Himmelssphäre, System des Äquators »*]. Die vorliegende Figur soll nun zur Darstellung bringen jene, der sog. «Präzession» der Erdachse entspringende Beweglichkeit des Himmelsäquators und der Himmelspole gegenüber dem System der Ekliptik und der Milchstraße, was wir in der Fig. III mit ihrem Meridiannetz nicht gut andeuten konnten. Die Erdachse, genauer: ihre Zielpunkte P′, P″ an der Sphäre, beschreibt nämlich im Laufe von etwa 26 000 Jahren (25 920 = platonisches Jahr!) um die Pole der Ekliptik die Kreise P'_0, P′, P'_{00} bzw. P''_0, P″, P''_{00}. Für einen bestimmten Zeitpunkt möge die Erdachse nach P'_0 bzw. P''_0 gerichtet sein: dann ist A'_0, A''_0 die Lage des zugehörigen Erd- und Himmelsäquators, der die Ekliptik in N. bzw. N: schneidet; nach 13 000 Jahren sind die Himmelspole nach P'_{00} bzw. P''_{00} gerückt, und A'_{00}, A''_{00} bedeutet die Lage des zugehörigen Himmelsäquators. Während 26 000 Jahren beschreiben die Äquatorpunkte A., A: je einen der Ekliptik parallelen Kreis A''_0, A''_{00} bzw. A'_0, A'_{00}, vergleichbar den Wendekreisen im Äquatorsystem, während die Kreise der Himmelspole um die Pole der Ekliptik vergleichbar sind jenen Kreisen auf der Erdkugel, welche die gemäßigten Zonen von den Polarzonen trennen. In der Figur gelten folgende Winkelgleichheiten: $A.\frown D. = A:\frown D: = A'_0\frown D'' = A''_0\frown D' = A''_{00}\frown D'' = A'_{00}\frown D' = e = 23\frac{1}{2}^0$; ebenso ist $P'\frown E'P' = P'_0\frown E'P' = P'_{00}\frown E'P' = e = 23\frac{1}{2}^0$, und eine entsprechende Beziehung gilt für die Gegenpunkte. — Ferner bedeuten M., M: die Schnittpunkte des Mittelkreises der Milchstraße mit der Lage des heutigen Himmelsäquators ♈A., ♎A:, L. und L: die Schnittpunkte dieses Kreises mit dem durch die Pole der Ekliptik und die Himmelspole P′, P″ gehenden Kreis. Diese Figur ist die genauere, als jene Kugelfigur ** links oben auf Tafel XVI, welche den Umriß des Systems der Milchstraße im Bildraume (gebaut nach W. Herschels Methode) zeigt. Der dort von Herschel angegebene Kreis, welcher der Ebene der Hauptfigur entspricht, durch die Pole M′, M″ der Milchstraße geht und den Himmelsäquator in K., K: schneidet, ist auch in unserer großen Figur zu sehen. Dabei soll nach Herschel: $♈\frown K. = 124\frac{1}{2}^0$, $♈\frown K: = 304\frac{1}{2}^0$ F′ und F″ sind die Schnittpunkte dieses Herschel-Kreises mit der Ekliptik, die auf dieser ihren festen Ort haben, während die eben gemachte Angabe Herschels bezüglich der Punkte K., K: eigentlich nur für den Himmelsäquator seiner Zeit gilt; doch beträgt die Änderung der Bögen $♈\frown K.$, $♈\frown K:$ für 72 Jahre Intervall höchstens 1^0. — Zu beachten ist noch, daß in der eben erwähnten Kugelfigur ** die Abstände M., A.,

M:, A: etwas zu groß gewählt wurden, so daß die Punkte L., D., L:, D: gegenüber N., N: eine etwas andere Lage bekamen als in der eben beschriebenen großen Figur.

Präzession. Die vorangegangenen summarischen Erläuterungen sollen hier besser formuliert werden. Die in jenen Erläuterungen gewählte Sprechweise hätte natürlich eine solche sein können, daß man einfach bloß in Hinsicht der figürlichen Darstellung selbst die Worte gewählt hätte, und zwar solche Worte, welche nichts anderes zum Ausdruck gebracht hätten als die aus der Figur abzulesenden Beziehungen zwischen Punkten, Linien, Kreisen, gedachten Bewegungen usw., kurz, zwischen rein geometrischen Elementen. Allein, ich hielt es doch für zweckmäßiger, die Sprechweise so zu wählen, daß die Worte, die figürlich-geometrischen Elemente und ihre Bezeichnungen, gestenhaft hinweisen auf etwas, was sozusagen ein Erdenmensch in seinem Heimatorte als Beobachter des Sternenhimmels wahrnehmen könnte, wenn er mehrere tausend Jahre leben würde. Er würde dann eben wahrnehmen, daß z. B. im Jahre 2000 v. Chr. der Himmelsnordpol im Sternbilde des Drachen, etwa bei α-Dracon, gestanden hätte; daß er 4000 Jahre später, also heute, ungefähr bei α-Ursae minoris steht; daß er im Jahre 6000 n. Chr. in der Nähe von α- und β-Cephei stehen wird, im Jahre 10 000 n. Chr. in der Nähe von α-Cygni usw.

Dabei ist einem solchen irdischen Beobachter der Himmelspol ja stets definiert als jener Punkt der Sphäre, welcher deren tägliche Rotation nicht mitmacht, also stets in derselben Höhe über dem Horizont sich befindet. — Nun sind die Bildpunkte der vorhin genannten Sterne auf der vorliegenden Kugelfigur in der Nähe des Kreises P'_0—P'_{00} stehend, welcher also als der Weg des Poles P′ gelten kann, wenn man die Achse P′—P″ jenen Kegelmantel beschreiben läßt, für welchen E′P′—E″P″ die Achse ist, und der die Kugel in den Kreisen P'_0—P'_{00} bzw. P''_0—P''_0 schneidet. Ebenso wie für den ersten dieser Kreise könnte man auch für den zweiten die Bildpunkte jener Sterne aufsuchen, die in seiner Nähe liegen. Denken wir uns ferner die den oben genannten Kegelmantel beschreibende Achse P′—P″ als die jeweilige Senkrechte zur Ebene des zugehörigen Äquators $\Upsilon A \cdot \perp A$:, wenn die Achse den Kegel beschreibt, so laufen die Punkte Υ und $\perp$ auf dem Kreise D′—D″ (Ekliptik) herum, der Punkt A. auf dem Kreise A'_0—A'_{00}, A: auf A''_0—A''_{00}. Wiederum kann man die Bildpunkte jener Sterne aufsuchen, die in der Nähe dieser Kreise liegen; für Kreis D′—D″ sind es Tierkreissterne; die Bildpunkte in der Nähe der beiden anderen Kreise würden hinweisen auf die wechselnden Stellungen der Punkte A. A: auf dem Äquator gegenüber den Sternen im Laufe der platonischen Periode (25 920 Jahre). Es sind dies jene Äquatorpunkte, an denen sich eventuell gerade Sterne befinden, welche zur Zeit der Sommersonnenwende (Bildpunkt der Sonne in D.) und der Wintersonnenwende (Bildpunkt der Sonne in D:) vom Standpunkte des irdischen Beobachters aus mit der Sonne gleichzeitig die Mittagsebene passieren. [Vgl. Tafel Ia.]

Die platonische Periode von 25 920 Jahren läßt sich durch folgende figürlich-geometrischen Prozesse dem Auffassungsvermögen näherbringen: Man denke sich also in der Mitte der Figur die Bildkugel der Erde mit dem Äquator a′—a″ und mit der Achse p′p″, welche die Bildkugel des Himmels in den Punkten P′P″ trifft. Nun lasse man die Bildkugel der Erde um ihre Achse 25 920 · 365,25 Rotationen ausführen, und während dies geschieht, soll diese Achse zugleich ihre Stellung derart verändern, daß ihre Zielpunkte P′P″ auf der Bildkugel des Himmels die Kreise P'_0—P'_{00} bzw. P''_0—P''_{00} beschreiben; während dies geschieht, soll auch der Bildpunkt der Sonne 25 920 mal auf dem Kreise D′—D:—D″—D. umlaufend vorgestellt werden. Zu beachten ist aber, daß der Umlaufssinn der Pole P′P″ auf den genannten Kreisen, ebenso der zugehörige Umlauf der Äquatorpunkte Υ, $\perp$, A., A: auf den obengenannten Kreisen entgegengesetzt ist dem Umlaufssinn des Bildpunktes der Sonne. Die zwölf Sternchen in der Figur bei Υ I_1 I_2 D. II_2 II_1 $\perp$ III_1 III_2 D: IV_2 IV_1 Υ, die um je 30° auf dem Ekliptikkreis voneinander abstehen, sollen hinweisen auf gewisse Stellen der zwölf Tierkreissternbilder, an denen die Sonnenscheibe im Verlaufe eines Jahres vorbeigeht.

Die Beziehung der vorliegenden Figur zu der Tafel «Himmelssphäre; System des Äquators» und zur Tafel «Kugelbild des Himmels; Sonnenlauf; Sternenlauf» ist folgende: Auf den genannten Tafeln werden die Dinge vom Standpunkte des irdischen Beobachters aus geschildert, der seinen Horizont und die Erde als das Feststehende hält, und somit den Himmelsäquator als Projektion des Erdäquators als das „Hauptsächlichste" hervorhebt. Demgemäß ist auf jenen Tafeln das Bild dieses Äquators, der Kreis A.—Υ—A:—$\perp$, und die auf der Ebene dieses Kreises senkrecht stehende Achse P′—P″ als das figürlich Feststehende angenommen worden. Um die Erscheinung der Präzession in ihrer Wirkung in bezug auf die Stellungen der Sterne zur Lage des Erdäquators darzustellen, war es dann nötig, daß wir im Sinne des Ptolemäus die Bildkugel des Himmels als Trägerin aller Bildpunkte der Fixsterne um die Achse E′P′—E″P″ rotieren ließen. — Nun kann man ja umgekehrt als das figürlich Feststehende diese Bildkugel des Himmels annehmen und den Äquatorkreis A.—A: sowie die auf seiner Ebene Senkrechte P′—P″ als das in bezug auf diese Kugel Bewegliche. Gerade dies aber versuchte die vorliegende Tafel zur Darstellung zu bringen; hier ist die Kugelfigur auf den Kreis D.—D′—D:—D″ hin orientiert, d. h. auf den Bildkreis der jährlichen Sonnenbahn hin: dieser Kreis (die Ekliptik) wird als „Hauptsache" gedacht, als das mit der Bildkugel zusammen im figürlichen Raume festliegende System, während der Äquatorkreis und die zugehörige Achse beweglich gemacht wurden. Damit bringt diese Figur den Kopernikanischen Standpunkt zum Ausdruck: Das Fixsterngebiet wird als das Feststehende angenommen (in der Figur soll auf dieses Gebiet hinweisen der Raum außerhalb der Bildkugel, welcher durchsetzt wird von Strahlen, die von der Bildmitte ausgehen); gegenüber diesem Gebiet wird der Erde Beweglichkeit zugeschrieben, nämlich eine tägliche Rotation um ihre Achse (in der Figur eine Rotation der kleinen Kugel in der Bildmitte um deren Achse p′—p″) und eine Bewegung dieser Achse, die mit dem Erdkörper fest verbunden gedacht wird, selbst (in der Figur ein Umlauf der Achse p′p″ auf einem Kreiskegelmantel, der die Bildkugel in den Kreisen P'_0—P'_{00} und P''_0—P''_{00} schneidet).

Nutation. In den oben genannten beiden Tafeln war es notwendig, zur Darstellung zu bringen eine kleine Schwankung der Bildkugel des Himmels mitsamt den auf ihr liegenden Bildpunkten der Sterne und dem Bildkreis für die Jahressonnenbahn gegenüber dem System des Äquators. Wir dachten uns die Bildkugel befestigt an einer Achse, die den Mantel eines kleinen elliptischen Kegels beschreibt; als Achse dieses Kegels wurde jene Grade bezeichnet, welche die Bildkugel in den Punkten E′P′ und E″P″ schneidet; diese beiden Punkte oder Pole erschienen als die Mittelpunkte von je einer kleinen Ellipse 1, 2, 3, 4, den Schnittkurven des elliptischen Kegels mit der Kugelfläche. Die Achse des elliptischen Kegels selbst wurde als mit dem Äquatorsystem fest verbunden gedacht. — In der vorliegenden Figur wird nun wiederum umgekehrt die Bildkugel als das feste Bezugsgerüst angenommen, und das Äquatorsystem als das schwankende. D. h.: es wird der Bildkugel der Erde eine kleine Schwankung zugeschrieben, derart, daß die Zielpunkte ihrer Achse p′—p″ an der Sphäre um die Pole P′P″ kleine Ellipsen beschreiben [angedeutet bei P′], während eines Intervalles, in dem diese Bildkugel der Erde um die Achse p′—p″ eine Zahl von 18,6 · 366,25 Rotationen ausführt. Verbindet man nun diese elliptische Bewegung der „wahren" Pole um ihre mittleren Pole P′ und P″ mit der fortschreitenden Präzessionsbewegung dieser letzteren auf den Kreisen P'_0—P'_{00} und P''_0—P''_{00}, so beschreiben die wahren Pole auf der Sphäre sinusförmige Linien. [Angedeutet bei P′ für $3\frac{1}{2}$ elliptische Umläufe.]

Zu Figur:

Parallakt. Bewegungen.

[Auf der Tafel «Milchstraße, System der Ekliptik».]

*) Man weiß, daß die Lichtpunkte des Himmels im Laufe der Jahrhunderte langsam ihre gegenseitigen Abstände verändern, wodurch die Gestalt der Sternbilder nach Jahrtausenden eine merkbar andere wird. Der erkennende Mensch trachtet darnach, Gesetzmäßigkeiten in diesen «Eigenbewegungen» (E.B.) der Sterne herauszufinden, und die Figur stellt dar, wie man sich diese v o r s t e l l t i n G e d a n k e n. Denn das, was hier aufgezeichnet ist, hat nicht Berechtigung, genommen zu werden als wirkliches Abbild der Geschehnisse am realen Himmel, weil das, was die astronomischen Rechner bei ihren Überlegungen als «E.B.» einführen, nicht unmittelbar gemessene Größen, sondern reine R e c h n u n g s d a t e n sind. Diese sind gewonnen auf dem Umwege «Reduktion der Sternkoordinaten auf das Äquatorsystem einer bestimmten Epoche», wobei h y p o t h e t i s c h e Vorstellungen (wie jene einer «Präzession durch die Planeten» u. a.) mitspielen.

Für das folgende fasse man zunächst nochmals ins Auge die Hauptfigur: «Milchstraße; System der Ekliptik». Dort ist das infolge der Präzession beweglich zu denkende Äquatorsystem eingezeichnet. Man denke sich nun dieses System einer bestimmten Epoche (z. B. für 1900) in bezug auf die Sterne des Himmels festgelegt und festgehalten. In der kleineren Figur rechts unten ist das Äquatorsystem im Rahmen der Ekliptik nochmals angedeutet, und zwar so, daß ♈ dem Beschauer zugekehrt ist. [In der Hauptfigur ist ♈ dagegen am linken Rande.] Bezeichnungen A., D., P′, E′P′ usw. wie in der Hauptfigur. Vgl. Text hierzu. Man lege durch ♈P′⌞P″ einen größten Kugelkreis: Das ergibt den «parallaktischen Äquator» im Sinne Kobolds. Man lege ferner zu diesem Kreis zwei Parallelkreise durch Z′, Z″ (Pole der Ekliptik), also die Kreise Z′Y″, Z″Y′. Diese Kreise begrenzen eine bestimmte Kugelzone, symmetrisch zum Kreis ♈P′⌞P″, nämlich die Zone «größter Dichte der Pole der E.B.» nach Kobold: Nach ihm darf man setzen: A: = X′ = «Apex»; A. = X″ = «Anti-Apex». Man lege durch A., A: als Pole ein Netz von Meridianen und nehme an, alle E.B. würden auf diesen verlaufen, von X′ nach X″ hin, wie in der Figur angedeutet: Für d i e s e E.B. wäre genau der Kreis ♈P′⌞P″ der zugehörige «parallaktische Äquator», der die Polpunkte zu allen jenen Meridiankreisen enthält, die durch A., A: gehen. — Von allen andern auf der Kugelfläche verlaufenden E.B. dürfte man nur die in die Richtung der genannten Meridiane fallenden Komponenten nehmen, die man dann als «parallaktische Bewegungen» bezeichnen kann; und nur für diese Komponenten wäre dann ebenfalls Kreis ♈P′⌞P″ der zugehörige «parallaktische Äquator».

Um sich eine Vorstellung von der Art der Abweichung dieser anderen E.B. zu machen, betrachte man etwa folgende Grenzfälle: Man nehme an, ein Teil der E.B. würde auf Meridianen verlaufen, die durch D.D: bzw. durch X.X: gehen. Die Pole dieser E.B. würden dann auf dem Kreis ♈Z′⌞Z″ bzw. ♈Y′⌞Y″ liegen; die Ebene des erstgenannten hat zur Normalen die Achse D.ED:, die des zweiten die Achse X.EX: [E = Kugelmitte]. Diese beiden Kreise liegen innerhalb der oben erwähnten Zone größter Dichte der Pole der E.B. — Man lege jetzt noch durch D.X. bzw. D:X: je einen Parallelkreis zu ♈P′⌞P″ und denke sie sich als die Basiskreise eines Doppelkegels mit der Spitze in E. Dann gehört zu jeder Erzeugenden dieses Kegels, wenn man sie als Achse betrachtet, ein Meridiansystem, dessen Äquator ganz innerhalb der erwähnten Zone der Kugel verläuft.

*) A n m e r k u n g: Bezüglich aller Details vergleiche man das Buch von Prof. Kobold: «Der Bau des Fixstensystems». Braunschweig 1906. Viehweg-Verlag.

Zu Figur V:

Kopernikanisches Vorstellungsbild. «Äußerer Planet.» «Erdbahn.»

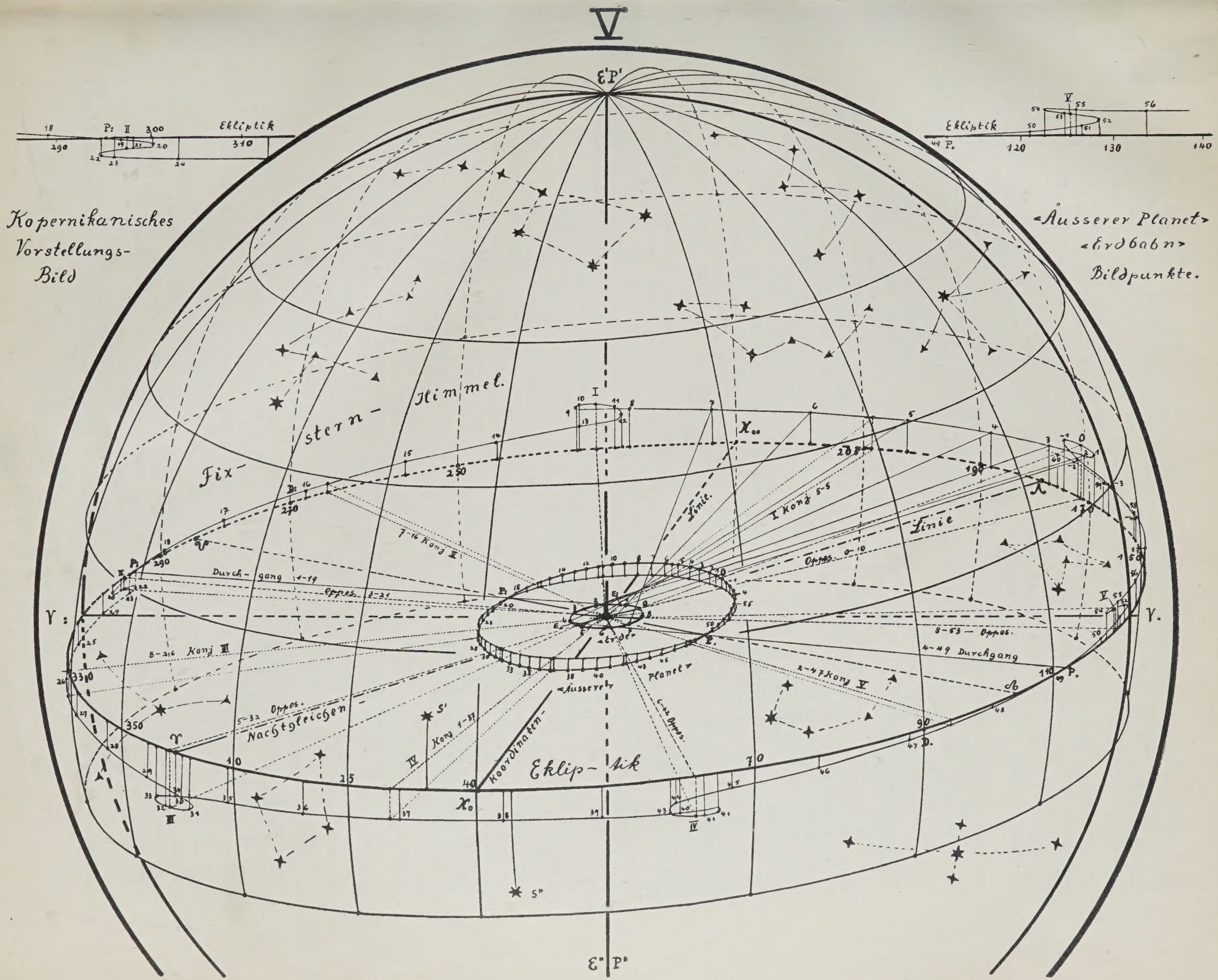
Es handelt sich darum, dasjenige, was aus dem mathematischen Geiste herausstammende, lebendige, variable Konstruktion ist, nicht in einem materialistischen Sinne auszudeuten und darin zu verhärten. Man darf nicht glauben, dasjenige, was rein geometrisches Liniengebilde ist, sei irgendwo, irgendwie in einer Welt des Stoffes als große kosmische Maschine in Realität vorhanden, die ihr getreues Abbild in der Kopernikanisch-Keplerschen Planetentheorie mit ihren Kreisen und Ellipsen habe. Man wird erkennen müssen: Unsere modernen Planetarien, die jetzt von den Menschen angestaunt werden — als mechanische Kunstwerke verdienen sie diese Bewunderung gewiß —, sind in Wahrheit nicht verkleinerte Nachbildungen des wirklichen kosmischen Planetensystems, sondern einfach nur die in Stahl und Rad verkörperten geometrischen Vorstellungsbilder der neueren Astronomen, geradeso wie auch andere Maschinen die verkörperten Gedanken unserer Techniker sind.

Damit ist nichts gegen die geometrische und rechnerische Brauchbarkeit dieser Vorstellungsbilder ausgesagt. Aus ihnen heraus erfließen dann die langen Zahlenreihen in den astronomischen Jahrbüchern, welche die Planetenstellungen in bezug auf die Fixsterne voraussagen. Aber ausgegangen wird bei allen Rechnungen stets von gewissen geometrischen Grundvorstellungen, die wir hier erläutern wollen, damit man ganz klar erkenne: Es handelt sich nicht um eine Art photographisch-getreuer Wiedergabe der Vorgänge im Kosmos, sondern um das der mathematischen Schöpfertätigkeit zugrunde liegende Verlangen, durch eine freie, aus dem Geiste heraus stammende konstruktive Idee so etwas zustande zu bringen, was dann in seiner äußeren Linienform eine Ähnlichkeit — in beliebiger Näherung — mit dem hat, was uns im äußeren Beobachtungsfelde als «Planetenschleife» entgegentritt. Darunter verstehen wir Kurvenformen auf einer Kugelfläche, die so zustande kommen: die Kugelfläche enthalte im Abbild die durch Winkelkoordinaten darstellbaren gegenseitigen Lagen zunächst der Fixsterne, dann auch die Bildpunkte der Planeten. Da nun erfahrungsgemäß diese Planeten ihre Stellung in bezug auf die Fixsterne im Laufe der Zeiten ändern — wir reden nicht von räumlich vorgestellter «Bewegung»! —, so bekommen wir auch als Abbild dieser veränderlichen Planetenstellungen für denselben Planeten verschiedene Bildpunkte auf unserer Bildkugel des Himmels, auf der uns die Bildpunkte der Fixsterne als „fest"-bleibendes Bezugsnetz dienen können. — Diese verschiedenen Bildpunkte eines Planeten nun, durch einen Kurvenzug miteinander verbunden, ergeben uns die «Bahnform» mit den eingeschalteten Schleifengebilden. Diese Bahnkurven liegen stets in der Nähe jenes Kugelkreises, genannt die «Ekliptik», welcher darstellt das Abbild der Jahres-Sonnenbahn in bezug auf die Sterne des Tierkreises. Wir haben solche Kurvengebilde in der Figur «Sphäre. Ekliptik mit Planetenschleifen» beschrieben, und auch — einfach um anzudeuten, worauf es ankommt — eine Art Konstruktion solcher Kurven dort angegeben.

In der vorliegenden Figur soll nun eine andersartige Konstruktionsweise angegeben werden für jene Kurvengebilde, die auf der Sphäre B (oder C) der vorhin genannten Figurentafel zu sehen sind. Diese Sphäre B mit ihren Bildpunkten von Fixsternen ist einfach eine etwas verkleinerte Darstellung der Sphäre in vorliegender Figur. Was nun hier, um das Zentrum herum, zur Darstellung gelangt, darf, wie gesagt, nicht im materialistischen Sinne gedeutet werden, sondern soll aufgefaßt werden einfach als konstruktives Hilfswerk, das wir benötigen, um die auf der Sphäre in B und auch auf der vorliegenden Kugel zur Darstellung gebrachten Kurvengebilde erzeugen zu können. Lassen wir uns auch durch keine Namen hypnotisieren, wie « Erde», «Äußerer Planet», die in der Figur zu sehen sind, sondern denken wir sie uns als hinweisend auf Bildpunkte und halten uns an das rein-geometrisch Überschaubare.

Man lege also um die Bildmitte zwei Kreise; der kleinere, innere liege in der Ebene X_0 Y. X_{00} Y: [= Ebene der „Ekliptik"; diese Ekliptik ist ein größter Kreis auf der Kugel, welche die Bildpunkte der Fixsterne enthält]; die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 auf dem kleinen Kreise stehen um je 45° voneinander ab. Der zweite, größere Kreis ist gegenüber der genannten Ebene etwas geneigt; aber auch seine Projektion (die genähert auch ein Kreis ist) auf diese Ebene ist in der Figur zu sehen. Die Schnittpunkte dieses Kreises mit der genannten Ebene sind mit B., B: bezeichnet; die Projektion dieser Punkte auf die Sphäre mit $\mathcal{A}$ bzw. $\mathcal{P}$. — Die Punkte diese Kreises sollen, von der Bildmitte aus gesehen, ebenfalls gleiche Winkelabstände haben; sie sind bezeichnet durch die Nummern —4, - - - —1, 0, 1, 2, 3, - - - — 55. Jn bezug auf die Nummern des kleinen, inneren Kreises haben wir hierbei die nebenstehende Zuordnung uns zu denken:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	E
:0	1	2	3	4	5	6	7	8	
9	10	11	12	13	14	15.	16	17	
18	19	20	21	22	23	24	25	26	
27	28	29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	43	44	
45	46	47	48	49	50	51	52	53	
54	55	—	—	—	—	—	—	—	P-Punkte
					—4	—3	—2	—1:	


V
Kopernikanisches
Vorstellungs-
Bild
«Äusserer Planet»
«Erdbahn»
Bildpunkte.
Fix-
stern-
Himmel.
Ekliptik
Eklip- tik
Koordinaten-
Linie
Nachtgleichen
«Erde»
«Äusserer»
Planet»
Durchgang 1-19
Oppos. 3-21
8-216 Konj III
5-32 Oppos.
7-16 Konj II
I Konj 5-5
Oppos. 0-10
8-53 — Oppos.
4-49 Durchgang
2-47 Konj V
IV Konj 1-37
6-42 Oppos.
ε' P'
ε" P"

Diese Zuordnung will folgendes sagen: Denken wir uns auf dem kleineren Kreise einen Punkt etwa 7 Umläufe machen, so soll in demselben Zeitintervall ein Punkt auf dem äußeren Kreise gerade einen Umlauf machen. Natürlich könnte man dieses Zahlverhältnis auch anders wählen, z. B. wie 1 : 2 oder wie 1 : 12 oder 1 : 29 usw. Die Figur soll bloß e i n Beispiel versinnlichen. Auch das Verhältnis der Radien der beiden Kreise könnte man, solange man im Bereiche des bloßen Geometrisierens bleibt, nach Belieben wählen.

Man ziehe jetzt von den Punkten des kleineren Kreises Verbindungslinien nach den mit den entsprechenden Zahlen bezeichneten Punkten des äußeren Kreises, und verlängere diese Linien bis an die Sphäre: die hierbei sich ergebenden Schnittpunkte mit der Kugelfläche haben dieselben Nummern, wie wir sie eben in der Tabelle angegeben haben. Die genannten Verbindungslinien sind für die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 in der Figur zu sehen; die anderen Schnittpunkte 8 - - - 55 - - - sind nach demselben Prinzip gefunden. [Näheres bezüglich der Konstruktion im Text zur Figur «Heliozentrisches Bild. Tierkreisgürtel.»]

Verbinden wir nun die genannten Punkte auf der Sphäre, so bekommen wir das in der Nähe des größten Kugelkreises X_0 Y. X_{00} Y:, d. h. in der Nähe der «Ekliptik» sich hinziehende Kurvengebilde mit den eingeschalteten Schleifen; diese wiederholen sich in regelmäßigen Winkelabständen und ihre durch 0, I, II, III, IV, V bezeichneten mittleren Punkte entsprechen solchen Visierlinien — und deren Projektionen auf die Ebene der «Ekliptik» —, welche die Bezeichnung «Opposition» (Oppos.) tragen, mit je zwei beigesetzten Ziffern, welche im Sinne der oben angeführten Tabelle zu entsprechenden Punkten der beiden Kreise um die Bildmitte gehören. Diese «Oppositionsstellungen» kann man so charakterisieren: Es sei S der Mittelpunkt unserer Kugel, E irgendein Punkt auf dem kleinen, inneren Kreise, P ein Punkt auf dem äußeren Kreise, $\bar{P}$ dessen Projektion auf die Ebene der «Ekliptik»; als «Oppositionsstellung» E—P im Verhältnis zu S bezeichnen wir dann eine solche, wenn die Punkte S—E—$\bar{P}$ in der angedeuteten Reihenfolge auf einer und derselben Geraden liegen. [Das Nähere bezüglich des Eintretens solcher «Oppositionsstellungen», auch bezüglich der noch zu erwähnenden «Konjunktionen» kann man wiederum aus der Figur «Heliozentrisches Bild; Tierkreisgürtel» ersehen; hier ist der innere kleine Kreis um die Bildmitte der Kreis der E-Punkte; der äußere, größere, der Kreis der $\bar{P}$-Punkte.] — In die Mitte der schleifenfreien Teile der auf der Sphäre längs der «Ekliptik» sich hinziehenden Kurve entfällt dann je eine solche Stellung, die in der Figur als «Konj.», d. h. «Konjunktion», bezeichnet ist. Sie wird angedeutet durch die punktierte und verlängerte Verbindungslinie zwischen zwei einander entsprechenden E- und P-Punkten; die Projektion dieser Verbindungslinie auf die Ebene der Ekliptik ist identisch mit der bis an die Sphäre verlängerten, punktierten Linie E—$\bar{P}$. Haben S, E, P, $\bar{P}$ wieder die vorhin definierte Bedeutung, so sagen wir, eine «Konjunktionsstellung» findet dann statt, wenn die Punkte E—S—$\bar{P}$ in der angedeuteten Reihenfolge auf einer und derselben Geraden liegen. Die in der Figur den Worten «Oppos.», «Konj.» jeweils beigesetzten beiden Ziffern wollen bloß andeuten, daß diese so bezeichnete Stellung für solche zwei einander zugeordnete Punkte E, P auf den beiden Kreisen um die Kugelmitte stattfinde, die in die N ä h e der durch die zwei Ziffern bezeichneten Punkte fallen, nicht aber notwendig mit letzteren genau zusammenfallen. Man vergleiche z. B. 6—42 Oppos., Konj. 5—5. [Vgl. auch Figur «Tierkreisgürtel».] Tafel VII.

Besondere Stellungen sind die in der Figur als «Durchgang» bezeichnete; eine erste ist gegeben durch die Gerade E.—P.—p. oder 4—49, weil E. in der Nähe von 4 liegt, P. in der Nähe von 49; eine zweite Durchgangsstellung ist gegeben durch E:—P:—p: oder 1—19. Der in der Umgebung 1—19 befindliche Schleifenteil an der Sphäre (in den auch die II. Oppos. fällt) ist links oben von der Kugelperspektive befreit als Nebenfigur dargestellt, der zur Umgebung V. Oppos. gehörige Kurventeil rechts oben. — Der Kreis der «Ekliptik» hat eine Gradeinteilung, die von einem Punkte ♈ aus gezählt wird; dessen Gegenpunkt, mit der «Länge» 180°, ist mit ♎ bezeichnet.

Um nun die genaue Beziehung zwischen der mit Schleifen versehenen, längs der «Ekliptik» auf der Sphäre der vorliegenden Figur sich hinziehenden Kurve und der entsprechenden geschleiften Kurve auf der Sphäre B der oben genannten Tafel VI zu erhalten, denke man sich die Konstruktion der Schleifenkurve auf der Sphäre der vorliegenden Figur wie folgt abgeändert: Nehmen wir irgendeine der Verbindungslinien zweier einander zugeordneter Punkte E, P, deren Schnittpunkt mit der Sphäre uns einen Punkt der geschleiften Kurve ergab. Nun aber können wir einen entsprechenden Punkt einer etwas abgeänderten Kurve erhalten, wenn wir zur Verbindungslinie E—P die P a r a l l e l e, von dem Kugelmittelpunkt ausgehend, ziehen, und den Schnittpunkt dieser Parallelen mit der Sphäre als neuen Kurvenpunkt definieren. Durch dieses Verfahren wird die Stellung jener Punkte der alten Kurve auf der Sphäre, die zu einer «Oppos.» oder «Konj.» gehören, nicht geändert, weil die betreffenden Verbindungslinien E—$\bar{P}$ bereits durch die Kugelmitte hindurchgehen; genauer gesagt: ist p der zu P gehörige Punkt an der Sphäre, $\bar{p}$ der zu $\bar{P}$ gehörige, also die Projektion von p auf den Kreis der «Ekliptik», so wird, wenn $\bar{p}$ zu einer «Oppos.» oder «Konj.» gehört, die «Länge λ» von $\bar{p}$, d. h. der Gradabstand von ♈, nicht geändert während durch die Operation des «Parallelenziehens» von der Kugelmitte aus die Lage von p gegenüber $\bar{p}$, d. h. seine «Breite β», der Gradabstand von der Ekliptik etwas geändert wird. — Für alle anderen Kurvenpunkte p werden aber durch die angedeutete Operation sowohl «Länge» wie «Breite» etwas geändert. In diesem Sinne ist die etwas abgeänderte geschleifte Kurve auf der Tafel VI erhalten, wobei aber ihre «Oppositions-» bzw. Konjunktionspunkte denselben Gradabstand von ♈ haben wie auf der vorliegenden Figur. Um die Differenz in der Gestalt und Lage einzelner Kurventeile zu demonstrieren, beachte man z. B., daß in vorliegender Figur der p-Punkt 8 vor dem p-Punkt 12 liegt, d. h. rechts von ihm, während in VI Punkt 12 rechts von 8 ist usw. Die geschilderte Operation des «Parallelenziehens» durch den Kugelmittelpunkt läuft im Grunde genommen darauf hinaus, etwas zeichnerisch zum Ausdruck bringen zu können, was sonst wegen der Endlichkeit des Zeichnungsblattes nicht dargestellt werden könnte: wenn man nämlich den Radius der Sphäre, welche die gesternten Punkte trägt, im Vergleich zu den Radien der beiden Hilfskreise um das Zentrum

der Sphäre s e h r groß, «unendlich» groß wählen wollte; denn dann treffen in diesem Falle die Visierlinie E—P wie die zu ihr von der Kugelmitte S ausgehende Parallele «beinahe» auf denselben Punkt dieser weit entfernten, «sehr großen» Sphäre. — Wir wollen mit einem kurzen Ausdruck das ganze zeichnerische Verfahren des «Parallelenziehens durch die Kugelmitte» einfach die «Reduktion auf die unendlich entfernte Sphäre» nennen. — Es ist klar, daß die Bahnkurven auf der Sphäre je nach der Größe ihres Radius im Verhältnis zu den Radien der beiden Innenkreise anders ausfallen. Durch die angedeutete «Reduktion» werden solche Verschiedenheiten vermieden und auch die Berechnung der Koordinaten-«Länge» und -«Breite» der p-Punkte vereinfacht sich.

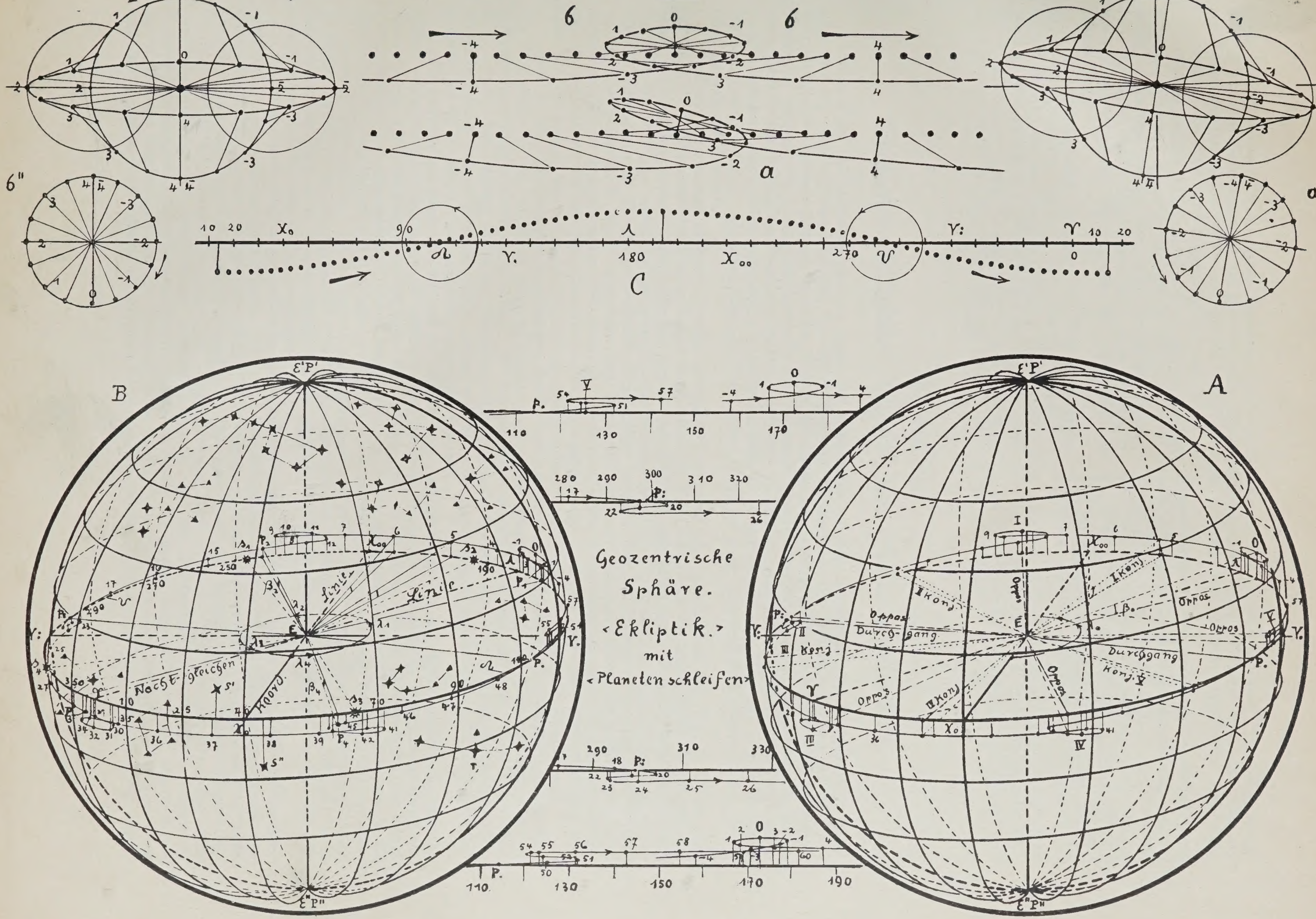
Nun die Anwendung der Geometrie auf die Wirklichkeit!

Denken wir uns zunächst im Mittelpunkt der Kugel, auf welcher die Bildpunkte von Fixsternen versinnlicht sind, den Bildpunkt unseres Beobachtungsortes auf der Erde oder den B i l d p u n k t der Erde schlechthin, da ja für alle Erdenstandpunkte die Stellungen der Sonne und der Planeten in bezug auf die Fixsterne sich in der gleichen Art zeigen. Denken wir uns auf dem kleinen Kreise um die Kugelmitte zunächst einen Punkt um diese Mitte wandernd, den wir den B i l d p u n k t S unserer Sonne nennen wollen. Ziehen wir von der Kugelmitte aus die Gerade nach der jeweiligen Stellung von S und verlängern sie bis an die Sphäre: dann liegen die Schnittpunkte (s) dieser Geraden mit der Sphäre alle auf dem Kreise der «Ekliptik»; und während S einmal die Kugelmitte umläuft, wird auch der zugeordnete s-Punkt einmal den ganzen Kreis der Ekliptik durchlaufen, also bei den Bildpunkten aller Sterne vorbeikommen, die im Tierkreisgürtel in der Nähe seines Mittelkreises, eben der Ekliptik liegen. — Die Stationen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 des S-Punktes auf dem genannten kleinen Kreis um die Kugelmitte und die entsprechenden projizierten Stationen der s-Punkte auf dem Kreis der Ekliptik, können wir vorstellungsmäßig einem Zeitintervall von $365 : 9 = 40^5/_9$ Tagen zuordnen. Wir haben auf solche Art in unserem Gedankenfelde ein «g e o z e n t r i s c h e s B i l d» des in jährlicher Periode vor sich gehenden Stellungswechsels unserer Sonne in bezug auf den Hintergrund der Sternbilder des Tierkreises geschaffen; und auch die beobachtbaren Stellungsänderungen der Planeten im Tierkreis werden in diesem Bilde angezeigt durch die auf der Sphäre in der Nähe der Ekliptik sich hinziehenden, geschleiften Kurven. — Wir können nun dieses Bild sofort in ein «h e l i o z e n t r i s c h e s» umwandeln, wenn wir den S-Punkt als „Ruhepunkt» in die Kugelmitte versetzen und statt ihm den Bildpunkt E unserer Erde auf dem oben genannten Kreis mit seinen neun Stationen um die Bildmitte herumwandern lassen; ziehen wir von allen E-Stellungen aus die Geraden E—S und verlängern sie bis an die Sphäre, so wandert der durch jede solche Gerade gegebene s-Punkt wie im geozentrischen Bilde auf dem Kreis der Ekliptik herum.

So wie nun in der Figur der Kreis «Erde» [« » bedeutet stets „Bildpunkt"] uns ein Hilfsmittel ist, um das „Wandern" des s-Punktes in der Ekliptik hervorzubringen, so ist uns in diesem heliozentrischen Bilde der Kreis «Äußerer Planet» ein Hilfsmittel, um das „Wandern" eines p-Punktes gegenüber den Bildpunkten der Sterne im Tierkreis hervorzubringen, und zwar im Zusammenhang mit dem Wandern des s-Punktes, damit die durch die Erfahrung angezeigten «Oppositions-» und Konjunktionsstellungen — auch andere Stellungen — nachgeahmt werden können. Für beliebige Stellungen zwischen den Oppositionen und Konjunktionen ist allerdings die «Reduktion auf die unendlich entfernte Sphäre» nötig. — Um aber den Verlauf des Stellungswechsels der einzelnen Planeten in bezug auf die Sterne des Tierkreises im Bilde nachahmen und damit auch vorbestimmen zu können, ist es nötig, die «Bahnelemente» des konstruktiven Hilfskreises, der in der Figur als «Äußerer Planet» bezeichnet ist, für Mars, Jupiter, Saturn — um die hauptsächlichsten zu nennen — verschieden groß anzunehmen. Die wichtigsten dieser Elemente sind die folgenden:

1. Das Verhältnis des Radius R des Hilfskreises zum Radius des Kreises der E-Punkte. Man kann sich fragen, weshalb denn nötig ist, für die verschiedenen Planeten Hilfskreise mit verschiedenen Radien anzunehmen? Nun, wenn man sich darauf versteift, die Konstruktion der «Bahnkurven» auf der Sphäre nicht auf dieser selbst vorzunehmen, wie wir es auf der Figurentafel «Sphäre; Ekliptik mit Planetenschleifen» erläutert haben, sondern das konstruktive Hilfswerk ins Innere der Kugel hineinverlegt, so muß man es aber doch irgendwie der auf der Sphäre aufgezeichneten Bahnkurve anpassen. Nun zeigt es sich, daß die Schleifenteile der auf der Sphäre abgebildeten «Bahn» eines Planeten — welche zugleich die «rückläufigen» Teile dieser Bahnkurve enthalten — in verschiedenen Jahren zwar v e r s c h i e d e n e G e s t a l t haben, aber doch ungefähr d i e s e l b e L ä n g e, gemessen in Winkelgraden auf dem Kreise der Ekliptik. Dagegen sind für die verschiedenen Planeten diese Schleifenteile der Bahn verschieden lang, und deshalb ist man genötigt, bei ihrer geometrischen Erzeugung mit Hilfe der hier angenommenen beiden Kreise um die Kugelmitte das Verhältnis des Radius des äußeren dieser Kreise zum Radius des Innern für die verschiedenen Planeten verschieden groß anzunehmen.
2. Das Verhältnis T des vorgestellten Umlaufes eines P-Punktes auf dem äußeren Hilfskreise zum einmaligen Umlauf eines E-Punktes auf dem inneren Kreise. Man nennt T die «siderische» Umlaufszeit, weil diese Umlaufszeit sich ableiten läßt aus der beobachteten Wiederkehr der Stellung des Planeten in bezug auf dieselben Sterne des Tierkreises; das Zeitintervall, das eine solche periodisch-wiederkehrende Konstellation umfaßt — nachdem also der Planet jeweils einen vollen Umlauf im Tierkreis gemacht hat —, läßt sich angeben im Verhältnis zu jener Zeit T_0, welche die Sonne zu einem solchen Umlauf im Kreis der Ekliptik gebraucht, und diese Größe T_0 müssen wir ja dann im heliozontrischen Bilde unserem E-Punkte zuordnen.
3. Die Neigung ν der Ebene des äußeren Hilfskreises gegenüber der Ebene der Ekliptik. Sie läßt sich ableiten aus beobachteten Abweichungen des Planeten nach „oben" oder „unten" vom Kreis der Ekliptik, d. h. aus den oben definierten β-Werten der p-Punkte.

VI


6'
6
6
a'
6''
a
a''
C
B
A
Geozentrische
Sphäre.
‹Ekliptik.›
mit
‹Planetenschleifen›
Nacht-gleichen
Linie
Oppos
Durchgang
Konj

4. Der Winkelabstand der «Knotenpunkte» $\mathcal{A}$, $\mathcal{V}$ an der Sphäre vom „Frühlingspunkt" Υ, dem Anfangspunkt der Gradeinteilung auf der Ekliptik; diese Winkelabstände lassen sich am besten aus den als «Durchgang» in der Figur bezeichneten Konstellationen herleiten, die im Bilde sagen: der Planet steht gerade im Kreis der Ekliptik am Himmel.

In nebenstehender Tabelle sind diese «Bahnelemente» für die «äußeren» Planeten angegeben [Hierbei ist vor allem $\mathcal{A}$ als eine veränderliche Größe zu denken].

Elemente	R	T	v	$\mathcal{A}$ (Für 1900)
Sonne Erde	1	365.26	—	—
Mars	1.524	686.98	$1^0\ 51'$	$48^0\ 47'$
Jupiter	5.203	4332.59	$1^0\ 18',_5$	$99^0\ 26'$
Saturn	9.539	10759.20	$2^0\ 29',_5$	$112^0\ 47'$

Es bleibt der Selbsttätigkeit des Lesers überlassen, nach diesen Angaben Figuren wie die vorliegende zu konstruieren.

Zusammenfassend können wir folgendes sagen: Die Begriffe «geozentrisch», «heliozentrisch» erweisen sich im Bereiche der rechnenden Astronomie als rein geometrische Hilfsanschauungen, die sich beziehen auf die **Bildpunkte** der Erde, Sonne und Planeten, und die damit bezeichneten Figuren sind nicht verkleinerte Abbilder kosmischer Wirklichkeiten.

Zu Figur VI:

Geozentrische Sphäre. Ekliptik mit «Planetenschleifen».

Diese Figur soll erläutern, was — sagen wir — zunächst als rein mathematischer Tatbestand vorliegt, ohne daß wir dabei notwendigerweise eine Anwendung auf Gegenstände des Himmels machen müßten. Das Wort «Planetenschleifen» soll uns zunächst einfach der Name sein für eine gewisse Kurvenart auf der Kugelfläche oder Sphäre — so wie andere Kurven in der Geometrie auch andere Namen haben. Es handelt sich darum, ein geometrisch-konstruktives Prinzip anzugeben, nach dem solche Kurven in allen möglichen Varianten erzeugt werden können, und welches gestattet, gegebene Formen — sog. «empirische Kurven» — mit beliebiger Näherung nachzuahmen. Natürlich läßt sich dann, wenn nötig, die geometrische Konstruktion auch in Rechnungsformeln ausdrücken.

Den mathematischen Tatbestand selbst können wir etwa wie folgt beschreiben [vgl. Fig. B. C]: Es seien E′P′ E″P″ die Pole einer orientierten Kugel; ferner seien X_0 Y. X_{00} Y: je um 90^0 voneinander abstehende, auf einem größten Kugelkreise liegende Punkte, dessen Pole die eben genannten sind. Es bilden also die Geraden X_0 EX_{00} (in der Figur bezeichnet als «Koordinaten-Linie») und Y. E Y: die Achsen eines rechtwinkligen Koordinatenkreuzes in der Ebene des erwähnten Kugelkreises. Auf der Kugelfläche sind noch einige Parallelkreise zum größten Kreis X_0 Y. X_{00} Y: gezeichnet, und ferner ein Netz von Meridianen durch die beiden Pole, deren Schnittpunkte mit dem genannten größten Kreise, von einem Punkte Υ auf diesem angerechnet, folgende Längen haben: 10^0 25^0 40^0 70^0 90^0 110^0 130^0 150^0 170^0 und entsprechend sind 190^0 205^0 220^0 250^0 270^0 290^0 310^0 330^0 350^0 die Längen der Gegenpunkte; die Lagen der übrigen Punkte zeigt die abgerollte Kreislinie A.

Auf der Kugelfläche selbst, aber stets in der Nähe des erwähnten größten Kreises — nennen wir ihn kurz die «Ekliptik» —, ist ein durch einzelne Punkte bestimmtes, zusammenhängendes Kurvengebilde mit eingeschalteten Schleifenbildungen zu sehen. Die Kurvenpunkte tragen die Nummern: —4, —3, —2, —1, 0, 1, 2, 3 . . . 57. Für einzelne, durch die Perspektive auf der Kugel verzerrte Gebiete sind die zugehörigen Kurvenabschnitte samt dem größten Kugelkreis, längs dem sie sich hinschlängeln, in vier ebenen Nebenfiguren dargestellt, wo der Kreis zu einer Geraden ausgestreckt wurde.

Wir nehmen an, diese Punkte auf der Kugel seien empirisch gegeben als Schnittpunkte von geraden Linien — die von der Kugelmitte ausstrahlen — mit der Kugelfläche, und sie seien in diesem Sinne Repräsentanten für in der Erfahrung vorgenommene Winkelmessungen an Objekten, die selbst nicht auf einer Kugelfläche zu liegen brauchen, sondern einfach nur in der Perspektive so gesehen werden. Denken wir uns z. B. die Kugelmitte als Zentrum eines Winkelinstrumentes, so würde uns die geometrische Kugelfläche bloß dazu dienen, um durch Punkte auf ihr — in bezug auf einen geeigneten Grundkreis und geeigneten Anfangspunkt — die jeweilige Visierrichtung ordnungsgemäß durch Winkelkoordinaten («Länge» λ und «Breite» β, vgl. die Visierlinien nach den Punkten 5, 6, usw., ebenso nach p_1 p_2 p_3 p_4 in Fig. B) angeben zu können. — Um uns verständigen zu können, nehme man folgenden Fall an:

Man denke sich, es würde jemandem einfallen, mit Hilfe eines Theodoliten — der Horizontal- und Vertikalkreis hat — aus ziemlicher Ferne durch von Tag zu Tag erfolgendes Anvisieren und Winkelmessungen zu verfolgen das Wachstum der Schlinge einer Bohne, einer Winde, oder der Ranke einer Rebe an geschützter Stelle. [Anvisieren eines bestimmten Punktes des wachsenden Sprosses, durch eine künstliche Marke kenntlichgemacht.] Die Reihenfolge der sich zeitlich ändernden Visierrichtungen kann abgebildet werden durch eine Reihe von Kugelpunkten mit verschiedenen Winkelkoordinaten, und die so erhaltenen Kugelpunkte würden ein Kurvenstück ähnlich einer «Planetenschleife» bilden. — Kurz, wir denken uns, wir hätten auf unserer Kugel als Abbild von Erfahrungsmessungen Kurvengebilde von der oben beschriebenen Art gegeben und möchten nun daran gehen, diese Gebilde durch einen geometrischen Prozeß nachzuahmen. — Da kann man vorerst

daran denken, diesen Prozeß auf der Kugelfläche selbst vorzunehmen, d. h. in jener Zone zu beiden Seiten des größten Kugelkreises X_0 Y. X_{00} Y:, worin die Schleifenkurve enthalten ist. Um aber die Sache zeichnerisch gut vollbringen zu können, denke man sich die Umgebung dieses Kreises von der Kugelmitte aus projiziert auf den die Kugel längs dieses Kreises berührenden Zylinder (der also die Achse E′P′ E E″P″ hat); und das Projektionsgebiet auf diesem Zylinder mit der Mittellinie X_0 Y. X_{00} Y: denke man sich dann auf eine Ebene abgerollt, nämlich auf die Ebene der Fig. C. — Wir denken uns nun den zu einer Geraden abgerollten Kreis als die Mittellinie einer Sinuskurve [Sinuslinie C = Abwicklung eines Kugelkreises; $\mathcal{A}$ $\mathcal{V}$ = Schnittpunkte oder Knoten mit dem Kreis X_0 Y. X_{00} Y:], die durch Punkte angedeutet ist. Diese Punkte sollen uns darstellen die Mittelpunkte eines längs der Mittellinie dieser Sinuskurve wandernden Kreises, der an zwei Stellen gezeichnet ist und während des Wanderns seines Mittelpunktes selbst wieder eine Umlaufsbewegung hat, im Sinne der Pfeile. Dieser Kreis ist vergrößert in b′, a′ dargestellt. Wir fassen vorerst bloß seine eigene Rotation ins Auge. Es seien —4, —3, —2, —1, 0, 1, 2, 3, 4 die Stationen eines auf seiner Peripherie umlaufenden Punktes. [Es ist zwischen diesen Stationen noch je eine Zwischenstation gezeichnet, aber nicht numeriert.] Dieser Punkt sei Mittelpunkt eines zweiten kleineren Kreises, der gesondert in b″, a″ dargestellt ist. Während nun dessen Mittelpunkt auf dem größeren Kreise herumwandert, soll auf seiner Peripherie auch ein Punkt einmal herumwandern, dessen Stationen die entsprechenden Nummern haben, die wir eben in bezug auf die Stellung des Mittelpunktes dieses Kreises angegeben haben. — Durch Kombination der beiden Kreisbewegungen ergeben sich dann die in b′ a′ gezeichneten länglich-elliptischen Bahnkurven mit den entsprechenden Nummern. Lassen wir jetzt die Mittelpunkte dieser Ellipsen die Punktreihen in b bzw. a durchwandern, welche selbst nur kürzere Teile der Sinuslinie C darstellen: dann bekommen wir durch Kombination der elliptischen Bahnkurven mit der fortschreitenden Bewegung ihrer Mittelpunkte die in b, a gezeichneten Schleifenkurven. Durch Variation der angegebenen konstruktiven Elemente kann man alle Sorten von solchen Kurven erhalten, und man kann so einzelne der Schleifengebilde auf den Kugeln B, A nachahmen, z. B. würde Schleife b dem Kurventeil —4 . . . 0 . . . 4 in B entsprechen, und Schleife c etwa dem Kurventeil $\left\{\begin{matrix} +4 & . . . & 0 & . . . & -4 \\ 6, & 7, & 8, & 9, & 10, & 11, & 12, & 13, & 14, & 15 \end{matrix}\right\}$.

Zu Figur VII:

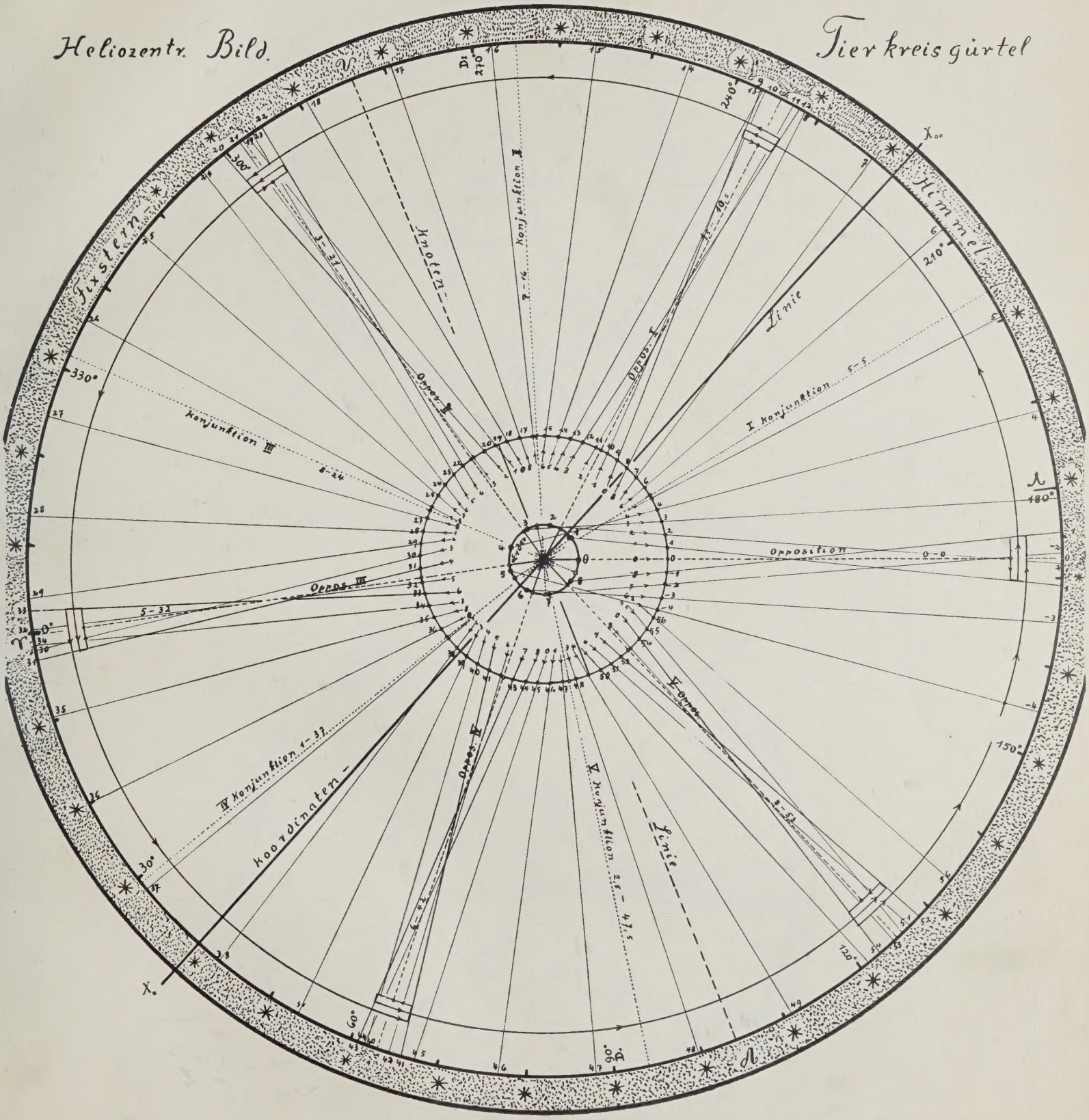
«Heliozentrisches Bild. Tierkreisgürtel.»

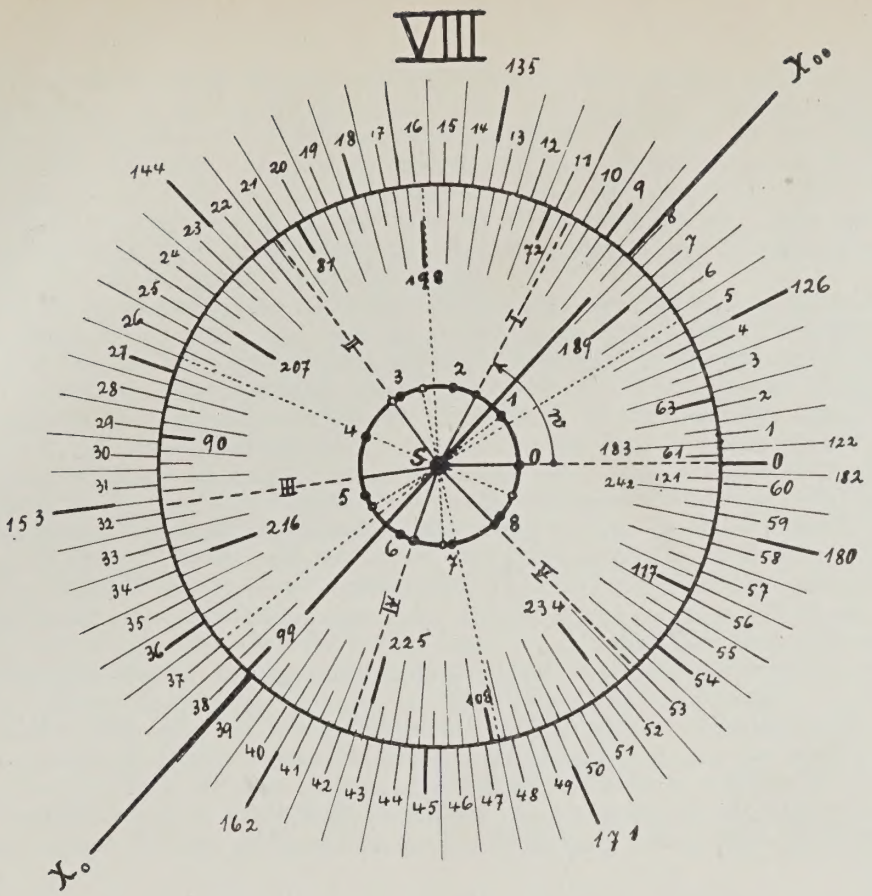
Der in der Kugelfigur V »Kopernikanisches Vorstellungsbild; Äußerer Planet. Erdbahn. Bildpunkte» auf der Sphäre befindliche perspektivisch dargestellte Kreis der «Ekliptik» ist nun in vorliegender Figur in der Ebene dargestellt, und zwar, um die Sache plastischer zu machen, als schmaler Kreisring mit eingesetzten Sternchen, welche die Bildpunkte von Sternen des Tierkreises darstellen sollen, die auf dem Kreis der Ekliptik selbst oder in dessen unmittelbarer Nähe sind. — Die als rein willkürliche Orientierungsgerade aufzufassende «Koordinaten-Linie» zeigt den Zusammenhang mit der Kugelfigur, und der Punkt ♈ bezeichnet wie dort den Anfangspunkt der Gradeinteilung auf dem Kreis der Ekliptik; D. hat die «Länge» 90°, ♎ die Länge 180° und D: die Länge 270°. [Bezüglich dieser vier Kardinalpunkte an der Sphäre vergleiche man auch die Kugelfiguren III IV «System der Ekliptik» und «System des Äquators».]

Der innere, kleine Kreis um die Bildmitte stellt mit seinen neun Stationen 0, 1, . . . 8 wie in der Kugelfigur den vorgestellten Umlauf des Bildpunktes der Erde dar. Der äußere Hilfskreis mit seinen Nummern —4 . . . —1, 0, +1, . . . +55 stellt dar die Projektionspunkte P der Punkte P jenes gegenüber der Ebene der Ekliptik etwas geneigten Kreises, der in der Kugelfigur als «Äußerer Planet» bezeichnet ist [«» bedeutet stets: „im Vorstellungsfelde als Bildpunkt"].

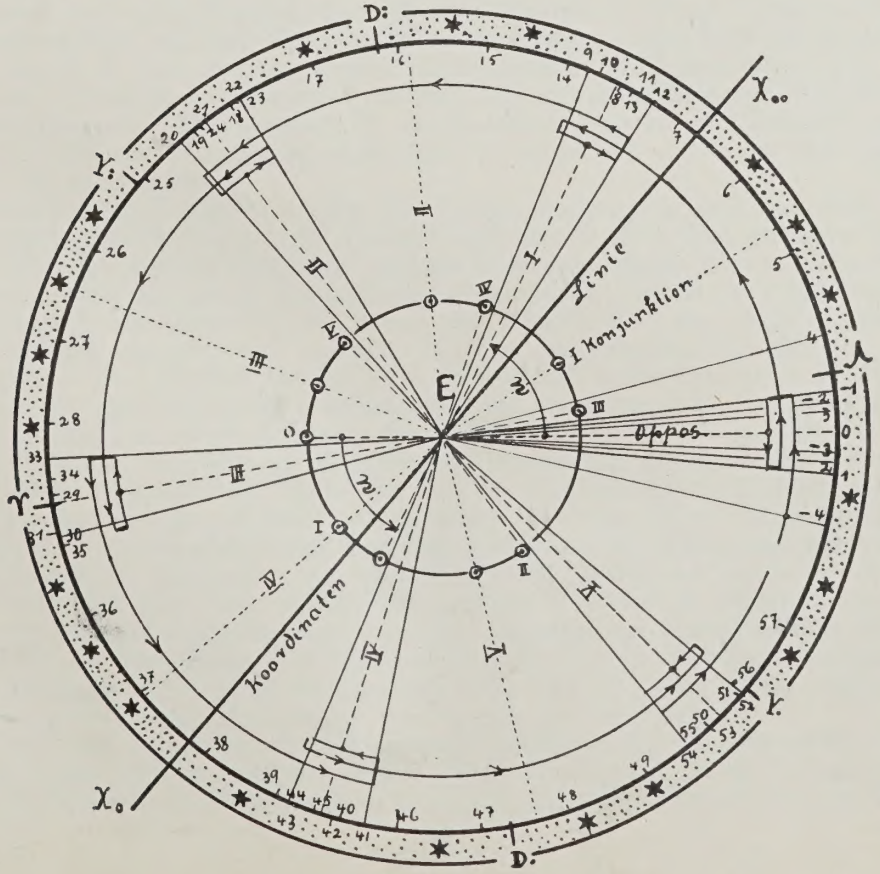
Die in der Figur nach dem Kreis der Ekliptik hin gezogenen Geraden müssen ausgehend gedacht werden von den neun Punkten des Kreises «Erde», deren Nummern sie tragen. — In der Kugelfigur ergab sich als resultierende Bahnkurve auf der Sphäre eine solche mit eingeschalteten Schleifenstücken von charakteristischer, verschiedener Gestalt, aber von gleicher Länge; in der Projektion dieser Bahnkurve auf die Ebene der vorliegenden Figur, d. h. auf den Kreis der Ekliptik mit seiner Gradeinteilung, verschwindet nun die verschiedene Gestalt dieser Schleifenteile, und sie verwandeln sich in gleichartige, hin- und hergehende Punktfolgen auf dem Kreis der Ekliptik; dabei haben die rückläufigen Phasen überall dieselbe Gradlänge; um sie besser andeuten zu können, ist in der Nähe des die Figur umhüllenden Kreisringes eine aus einzelnen Kreisstücken bestehende Hilfslinie mit eingeschalteten rückläufigen Teilen konstruiert. [Will man die Bahnkurve auf der Kugelfigur konstruieren, so muß man stets zuerst deren Projektion auf die Ebene der Ekliptik zeichnen, so wie es in vorliegender Figur geschehen ist.] — In dieser ebenen Figur tritt nun für die angenommene Konstruktionsart mit Hilfe der beiden Kreise um die Bildmitte der «Grund» des Rückläufig-Werdens einzelner Bahnteile auf dem Kreis der Ekliptik gut hervor; jeweils in die Mitte einer rückläufigen Phase fällt eine Oppositionsstellung; die Konjunktionen fallen in die Mitte der schleifenfreien Bahnteile. — Die Einsetzung von Ellipsen mit geringer Exzentrizität (in bezug auf die Bildmitte) an Stelle der in der Figur angenommenen beiden Kreise ändert im Prinzip die ganze Konstruktionsart der Folge der Bahnpunkte auf dem Kreis der Ekliptik wenig. Doch ist es bei Einführung solcher «Kepler-Ellipsen» an Stelle der einfachen Kreise des Kopernikus möglich, feineren Unterschieden des Stellungswechsels der Planeten in bezug auf die Fixsterne durch die nachahmende Kon-

VII


Heliozentr. Bild.
Tierkreisgürtel
Fixstern-
Himmel
Knoten-
Linie
Konjunktion I
Opposition I
I Konjunktion 5-5
Konjunktion III
Oppos. III
Opposition 0-0
IV Konjunktion 1-32
Koordinaten-
Oppos. IV
V Konjunktion 25-41,5
Linie
V. Oppos.
8-52
5-32
7-16
8-24
3-21
13-10,5
Di
Ma
Ju
Sa
Ne
Ve
Sonne
Mond
Erde
Aphel
Perihel
0°
30°
60°
90°
120°
150°
180°
210°
240°
300°
330°



Heliozentr. Bild: Mehrfacher Umlauf



Geozentr. Bild: Planetenlauf längs der Ekliptik.

struktion der Bahnkurven auf der Sphäre im Bildraume gerecht zu werden. Aber auf den Bildraum beziehen sich auch diese Ellipsen, so gut wie die Hilfskreise in der vorliegenden Figur; sie repräsentieren kein «physisches Weltsystem», dessen verkleinertes, landkartengetreues Abbild sie wären, sie sind reine Konstruktionslinien im Vorstellungsfelde des Geometer-Astronomen. Es handelt sich wahrlich hier um die bloß gedanklichen Bildpunkte der Sonne, der Erde und der Planeten, die man nicht als Abbild tot-materieller Stoffklumpen ausdeuten darf. Denn man bedenke doch, was man im Gedankenfelde tut, wenn man sagt: «Die Sonne», als materielle Kugel gedacht, steht in der Mitte der «Weltenkreise» — oder Ellipsen, deren Abbild hier gezeichnet ist, und wir mit der «Erde» gehen alljährlich herum!

Wenn man so etwas ausspricht, so formuliert man nur, was sich bezieht auf vorgestellte Bewegungen von geometrischen Punkten im Bildraume, mit deren Hilfe man konstruktiv nachahmt die Stellungen der Bildpunkte der Sonne und der Planeten in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne des Tierkreises auf der Bildkugel des Himmels. — Für die reine Sinnesanschauung ist die Sonne ein strahlender, Energie spendender Flächenteil inmitten des ätherblauen Himmels; wir haben von ihr nicht die Sinneswahrnehmung einer allseitig strahlenden materiellen Kugel, um die wir auf unserer Erdengondel jedes Jahr in einem «Meere des Raumes» wie um eine Insel herumfahren würden. Deshalb kann das sinnliche (oder mit den sinnenhaft-irdischen Gedächtniskräften vorgestellte) Bild von Kreisen und Punkten, wie es die vorliegende Figur darstellt, kein Abbild einer physisch-materiell vorhandenen Weltwirklichkeit sein. Auch wenn wir im Sinne des Ptolemäus den Bildpunkt der Erde in die Mitte der Bildkugel des Himmels versetzen, und damit den Sinn verknüpfen: «die Erde steht in der Mitte des Kosmos», so bedarf diese Aussage vorerst einer geistigen Prüfung, die nicht auf dem Felde der geometrischen Hilfsanschauungen allein ausgemacht werden kann, — denn auf diesem Felde kann man ja auch alle Dinge «heliozentrisch» oder sonstwie konstruieren. — Daß wir nach Kopernikus den Bildpunkt der Sonne zur Bildmitte machen können, um die herumlaufend gedacht werden die Bildpunkte der Planeten und der Erde, und um die in weiterer Entfernung herumstehen die Bildpunkte der Fixsterne, — das kann uns ein bloß geometrisches Symbol dafür sein, daß wir die Sonne als die dem ganzen Planetensystem das Leben, das Licht und andere Kräfte spendende Quelle anzusehen haben, und daß diese Sonne der wichtigste aller Fixsterne ist, die man auch im Gedankenbilde nicht zu einem Sternchen unter Millionen anderer gleichwertiger, oder noch größer vorgestellter degradieren darf. Denn auch Gedanken, ernst genommen, erzeugen Gesinnungen, Willensimpulse, indem sie das innerste Wesen des Menschen in eine Beziehung zum ganzen Universum zu bringen versuchen.

Zu Figur VIII:

Geozentrisches Bild. Planetenlauf längs der Ekliptik.

Es muß erläutert werden der Zusammenhang dieses Bildes mit der Figur «Heliozentrisches Bild. Tierkreisgürtel». Man wende nämlich auf diese Figur die schon anderwärts besprochene «Reduktion auf die unendlich entfernte Sphäre» an, d. h. man ziehe zu jeder Verbindungslinie E—$\bar{P}$ jener Figur eine Parallele durch ihre Bildmitte; der dieser Parallelen zukommende Schnittpunkt mit dem Kreis der Ekliptik hat dann einen bestimmten Winkelabstand vom Anfangspunkt Υ der Gradeinteilung auf der Ekliptik; und der durch diesen Winkel bestimmte Punkt mit der entsprechenden Nummer ist es nun, der in der vorliegenden Figur auf dem Kreis der Ekliptik markiert wurde.

Durch das angedeutete Verfahren werden die Gradabstände der Oppositions- und Konjunktionspunkte von Υ nicht geändert (weil die zugehörigen Verbindungslinien E—$\bar{P}$ in dem genannten heliozentrischen Bild bereits durch die Bildmitte gehen); wohl aber wird die Lage der anderen Punkte auf der Ekliptik mehr oder weniger verschoben. — Die vorliegende Figur ist nun nichts anderes als der in einer Ebene dargestellte Kreis der Ekliptik mit seinen Kardinalpunkten, wie er auf den Kugeln B, C der Tafel VI «Geozentrische Sphäre» zu sehen ist — aber dort perspektivisch verzerrt. Die dort gezeichneten Schleifen auf der Sphäre mit ihrer verschiedenen Gestalt — aber gleichen Gradlänge — würden sich in der Projektion auf den Kreis der Ekliptik verwandeln in bloß hin- und hergehende Punktefolgen; um aber diese «rückläufigen Phasen» in vorliegender Figur hervorheben zu können, wurde der Lauf des Bildpunktes des Planeten längs des Kreises der Ekliptik angedeutet durch die etwas innerhalb der Ekliptik sich hinziehende Kreislinie mit den eingeschalteten rückläufigen Stücken. $\odot$ = Bildpunkt der Sonne zur Zeit der Opposition bzw. Konjunktion.

In dem hier gezeichneten geozentrischen Bilde haben wir es nur zu tun mit den im Zeitenlaufe veränderlichen Winkelabständen der Wandelgestirne von den Fixsternen des Tierkreises in der Nähe der Ekliptik. Es ist uns also gestattet, die Bildpunkte der Sonne auf einem besonderen Kreise zu zeichnen, der näher der Bildmitte E liegt als der äußere Kreis der Ekliptik mit den Bildpunkten der Fixsterne.

Betrachten wir jetzt die Oppositionsstellung eines Planeten zur Sonne! In der sinnlichen Wirklichkeit ist es ja so, daß dann der Planet etwa um Mitternacht durch die Meridianebene des Beobachtungsortes geht, d. h. kulminiert, gleichgültig, wo dieser Ort auf der Erde sei. [Wir sehen hierbei ab von feineren zeitlichen und Winkeldifferenzen der Planetenstände für verschiedene Orte der Erde.]

Für einen bestimmten Beobachtungsort B ist dann also die Sonne in einer Richtung zu suchen, die gegeben ist durch die Linie Planet—B, aber auf der andern Seite der Erde, wo gerade Mittag ist. Lassen wir dem B in unserem Bilde die Bildmitte E entsprechen, so kann E insofern der Bildpunkt unserer Erde genannt werden,

als sich für die verschiedenen Erdenorte die Erscheinungen des Planetenlaufes in bezug auf die Sterne und die Sonne im wesentlichen gleich ausnehmen. — Wir können also im Bilde eine solche Oppositionsstellung darstellen durch eine der gestrichelten Linien, welche den Bildpunkt ⊙ mit E verbindet und über E hinaus nach jener Stelle auf den Kreis der Ekliptik zielt, wo wir den Bildpunkt des Planeten in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne zur Zeit einer Opposition hinzuzeichnen haben. — Nehmen wir jetzt zwei aufeinanderfolgende Oppositionen, die um einen Winkel w voneinander abstehen und zwischen denen ein Zeitraum $T_\odot$ liegt, gerechnet in mittleren Sonnentagen. Während dieser Zeit hat die Sonne einmal (nämlich in bezug auf Jupiter und Saturn) oder zweimal (in bezug auf Mars) einen ganzen Umlauf im Tierkreis vollführt, und dann noch ein solches Stück dazu, dem in unserer Figur der Winkel w entspricht. Die Zeit $T_\odot$ [die sog. „synodische Umlaufszeit"; das Zeichen ⊙ soll die Beziehung dieser Planetenzeit zur Sonne ausdrücken] zwischen zwei aufeinanderfolgende Oppositionen beträgt nämlich i m M i t t e l für Saturn 378 Tage, für Jupiter 399 Tage, für Mars 780 Tage. Es bedeutet selbstredend eine Schematisierung, wenn man nun diese Mittelzahlen benützt zur Konstruktion eines einfachen Bildes, das einem einen Überblick über die wesentlichen Tatsachen aber immerhin verschaffen kann. — Nun kommt es darauf an, in diesem einfachen Bilde noch einen Gedanken zu erläutern, der gar keiner Sinnestatsache entspricht, sondern rein mathematische Annahme ist. Man kann sich nämlich v o r s t e l l e n, der uns sichtbare Planet mache keine Schleifen in bezug auf die Lichtpunkte der Fixsterne, sondern wandere während der Zeit $T_\odot$ von einer Oppositionsstellung zur andern mit einer gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit W im Kreis der Ekliptik; und man kann sich dann die Aufgabe stellen, die vorgestellte Zeit T (= „siderische Umlaufszeit") zu berechnen, die ein mit der Winkelgeschwindigkeit W laufender Punkt gebraucht, um einen v o l l e n Umlauf von 360° im Kreis der Ekliptik auszuführen. Man hat: $\frac{360^0}{T} = W = \frac{w}{T_\odot}$; somit folgt: $T = T_\odot \cdot \frac{360^0}{w}$. Ist $T_0 = 365{,}26$ Tage die siderische Umlaufszeit der Sonne, $W_0 = 360^0 : T_0$ ihre mittlere tägliche Winkelbewegung, so hat man: $360^0 = W_0 \cdot T_0$ und $w = W_0 (T_\odot - T_0{}^*)$; somit $T = T_\odot \cdot \frac{T_0}{T_\odot - T_0}$. Auf solche Art kann man sich für die „Umläufe" von Saturn, Jupiter und Mars folgende Zahlen berechnen: T = 10 759, 4333, 687 Tage.

[*) Anmerkung: Für Mars muß hier 2 T_0 stehen.]

Zu Figur VIII:

Heliozentrisches Bild. Mehrfacher Umlauf.

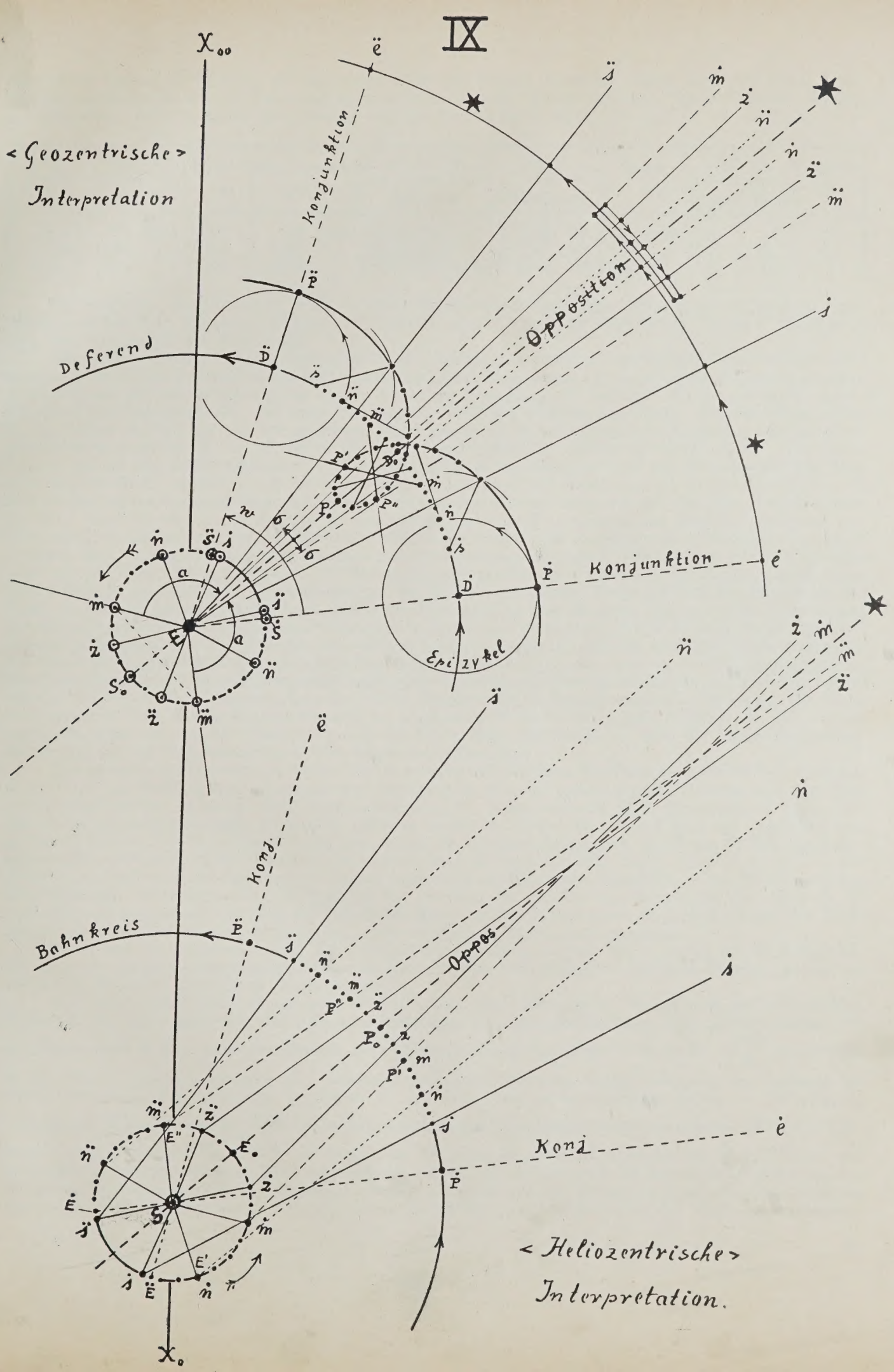
Aus der Erfahrung weiß man: Die synodische Umlaufszeit $T_\odot$ eines Planeten im Tierkreis [von Opposition zu Opposition; ♂, ♃, ♄] steht in keinem rationalen Verhältnis zur Umlaufszeit T_0 der Sonne. Dieser Tatbestand spiegelt sich in dem Verhältnis der vorgestellten Umlaufszeiten des E- und $\bar{P}$-Punktes auf den beiden Hilfskreisen um die Bildmitte im heliozentrischen Bilde: Man nehme an, $\bar{P}$ habe einen ersten Umlauf beinahe vollendet und sei, von O ausgehend, bis 60 gekommen, wieder in der Nähe von O. Während dieser Zeit ist E ($6 + {}^6/_9$ mal) herumgekommen: $6 \cdot 9 + 6 = 60$. Geht nun E von 6 nach 7, so geht $\bar{P}$ inzwischen von 60 nach 61; aber 61 fällt nicht mit O zusammen, sonst wäre das Verhältnis der Umlaufszeit von $\bar{P}$ zu jener von E ein rationales, nämlich $6 + {}^7/_9$. — Der zweite Umlauf von $\bar{P}$ geht dann von 61 bis 121, der dritte von 122 bis 182, der vierte von 183 bis 242. Je der 9. Punkt dieser Umläufe ist beziffert; für den ersten Umlauf sind alle Stationen beziffert und die zugehörigen Oppositionsstellungen — — — und Konjunktionsstellungen . . . eingetragen, die auch in dem vorhin beschriebenen geozentrischen Bild zu sehen sind. Der dort eingeführte Begriff der „siderischen" Umlaufszeit T bedeutet im vorliegenden Bilde die vorgestellte Zeit eines vollen Umlaufes (von 360°) des $\bar{P}$-Punktes auf seinem Kreise um die Bildmitte.

Zu Figur IX:

«Geozentrische Interpretation»; «Heliozentrische Interpretation».

Die Gedankenentwicklung der letzten Jahrhunderte hat es mit sich gebracht, das mathematische B i l d der Darstellung der Himmelserscheinungen als Abbild eines kosmisch-räumlichen Geschehens selbst zu halten; und der heutige Mensch, beeinflußt durch die Erziehung, durch Schulweisheit und Bücher, ist stets in Gefahr, dasjenige, was ihm von wissenschaftlicher Seite als die Ergebnisse von Rechnungen mitgeteilt wird, als Ausdruck von Realitäten hinzunehmen, wo eigentlich nur Gedankenbilder in Frage stehen. Nun erwachsen solche Rechnungen stets auf dem Grunde bestimmter geometrischer Anschauungen, und man muß lernen, den Vorstellungscharakter der bezüglichen Figuren zu durchschauen, damit man sie nicht hinnimmt als ein landkartenmäßig-getreues Abbild räumlich gedachter kosmischer Wirklichkeiten.

Es ist also gut, wenn wir uns zunächst in Kürze die Tatbestände vor Augen halten, die in der Sinnenwelt beobachtbar sind, und deren quantitative Merkmale dann eben für die Konstruktion der geometrischen Bilder


IX
X∞
<Geozentrische>
Interpretation
Konjunktion
Deferend
Opposition
Konjunktion
Epizykel
Bahnkreis
Kond.
Oppos
Kond
<Heliozentrische>
Interpretation.
X₀

maßgeblich werden. — In bezug auf das, was vorliegende Figuren darstellen sollen, seien hier einige Daten zusammengestellt, die sich auf Beobachtungen an Mars, Jupiter, Saturn beziehen. [Nach «Littrow; Wunder des Himmels». Neue Ausgabe 1910, besorgt von Dr. P. Guthnick, Berlin.]

Erde — Sonne $T_0 = 365.26$	Synod. Umlaufszeit $T_\odot$	Winkel w	Sid. Umlaufszeit T	Entfernung von der Sonne beim Stillstand		Bogen des Rückganges		Dauer t	Winkeldurchmesser Oppos.	Konj.	Radius R.
Mars	780 Tage	49^0	687 Tage	Entspricht dem Winkel a in der Figur ‹Geozentr. Interpretation›	137^0	Winkel b+b in d. Figur	14^0	70 Tage	20″	4″	1.52
Jupiter	399 „	33^0	4333 „		117^0		10^0	119 „	47″	30″	5.20
Saturn	378 „	13^0	10759 „		108^0		7^0	136 „	19″	15″	9.54

Die Bedeutung der Größen $T_\odot$, w, T in dieser Tabelle wurde eingehender besprochen im Texte zur Figur «Geozentrisches Bild. Planetenlauf längs der Ekliptik» und in der Figur «Mehrfacher Umlauf». Es handelt sich, wie dort gesagt, um Mittelwerte.

Um die Bedeutung der übrigen Daten klarlegen zu können, betrachte man vorliegende Figur im Zusammenhange mit der Tafel «Heliozentrisches Bild; Tierkreisgürtel». Man nehme i r g e n d e i n e der dort in gleichen Abständen sich folgenden Oppositionen heraus, samt ihrer Umgebung, die begrenzt wird von zwei aufeinanderfolgenden Konjunktionslinien, und dann hat man das Bild der vorliegenden Figur. [Die Koordinatenlinie $X_0 X_{00}$ deutet an, daß wir aus der genannten Figur gerade die mit O bezeichnete Opposition und ihre Umgebung herausgegriffen haben, um sie für die detaillierte vorliegende Zeichnung zu verwenden; aber d a s s e l b e gilt für jede andere Opposition.] In einem schematischen Bilde, wo man mit Mittelwerten der obengenannten Größe $T_\odot$ rechnet, kann man diese Zeit $T_\odot$ nicht bloß sich denken als das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Oppositionen, sondern auch als das Intervall zwischen zwei sich folgenden Konjunktionen (nur sind diese schwerer zu beobachten als die ersteren, weil der Planet da in den Strahlen der Sonne verschwindet); ebenso bedeutet im geozentrischen Bilde w der Winkel (mit der Spitze in der Bildmitte E) sowohl zwischen zwei Oppositions- wie auch zwischen zwei Konjunktionsrichtungen. Die in einem solchen Intervalle zwischen zwei Konjunktionen auftretenden Kardinalkonstellationen haben wir nun in der Figur «Geozentrische Interpretation» eingezeichnet: Der zunächst um die Bildmitte E gelegte Kreis enthalte die Bildpunkte der Sonne; S_0 bedeute deren Bildpunkt für die Zeit einer Opposition mit dem Planeten, $\dot{S}$ jener zur Zeit einer vorhergehenden, $\ddot{S}$ jener für die Zeit einer nachfolgenden Konjunktion. Ferner sei $\odot\ddot{s}$ eine Stellung einige Zeit nach der ersten Konjunktion; $\odot\dot{n}$ bezeichne eine weitere Stellung solcherart, daß für den betreffenden Zeitpunkt der Planet in bezug auf die Fixsterne in ungefähr derselben Richtung gesehen wird wie zur Zeit der Opposition. Eine folgende Stellung $\odot\dot{m}$ gehöre zu jenem Zeitpunkte, da der Planet in bezug auf die Sterne vor der Opposition seine größte rechtläufige Elongation hat; der Winkel zwischen den Richtungen nach dem Bildpunkte der Sonne und jener nach dem Bildpunkte des Planeten sei a genannt. Er ist in der Tabelle für Mars, Jupiter, Saturn angegeben unter der Rubrik «Entfernung von der Sonne beim Stillstand», — denn die Phase der größten Elongation von der Oppositionslinie ist eine Phase des Stillstandes.

Von da an bis zur Opposition geht der Planet in bezug auf die Sterne des Tierkreises rückläufig. $\dot{z}$ bedeute in der Figur eine Stellung von $\odot$, kurz vor der Opposition S_0, und eine entsprechende Richtung nach dem Bildpunkte des Planeten. In bezug auf die Oppositionslinie S_0EP_0 haben wir in der Figur alle genannten Bildpunkte von $\odot$ symmetrisch genommen [das würde gleichen zeitlichen Intervallen vor und nach der Opposition entsprechen] und mit $\dot{z}$ m $\ddot{u}$ $\ddot{s}$ $\ddot{S}$ bezeichnet; ebenso sind die Richtungslinien nach den diesen $\odot$-Stellungen entsprechenden Bildpunkten des Planeten symmetrisch in bezug auf die Linie S_0EP_0 gewählt worden — was natürlich eine schematische Annahme ist, die nur angenähert den Tatsachen entspricht. — Der Winkel zwischen den Richtungen nach den beiden Bildpunkten des Planeten für die Zeit der Stillstände vor und nach der Opposition sei 2b genannt. Er ist in der Tabelle für Mars, Jupiter, Saturn unter der Rubrik «Bogen des Rückganges» angeführt; ebenso ist die Zeitdauer t der rückläufigen Phase dort angegeben.

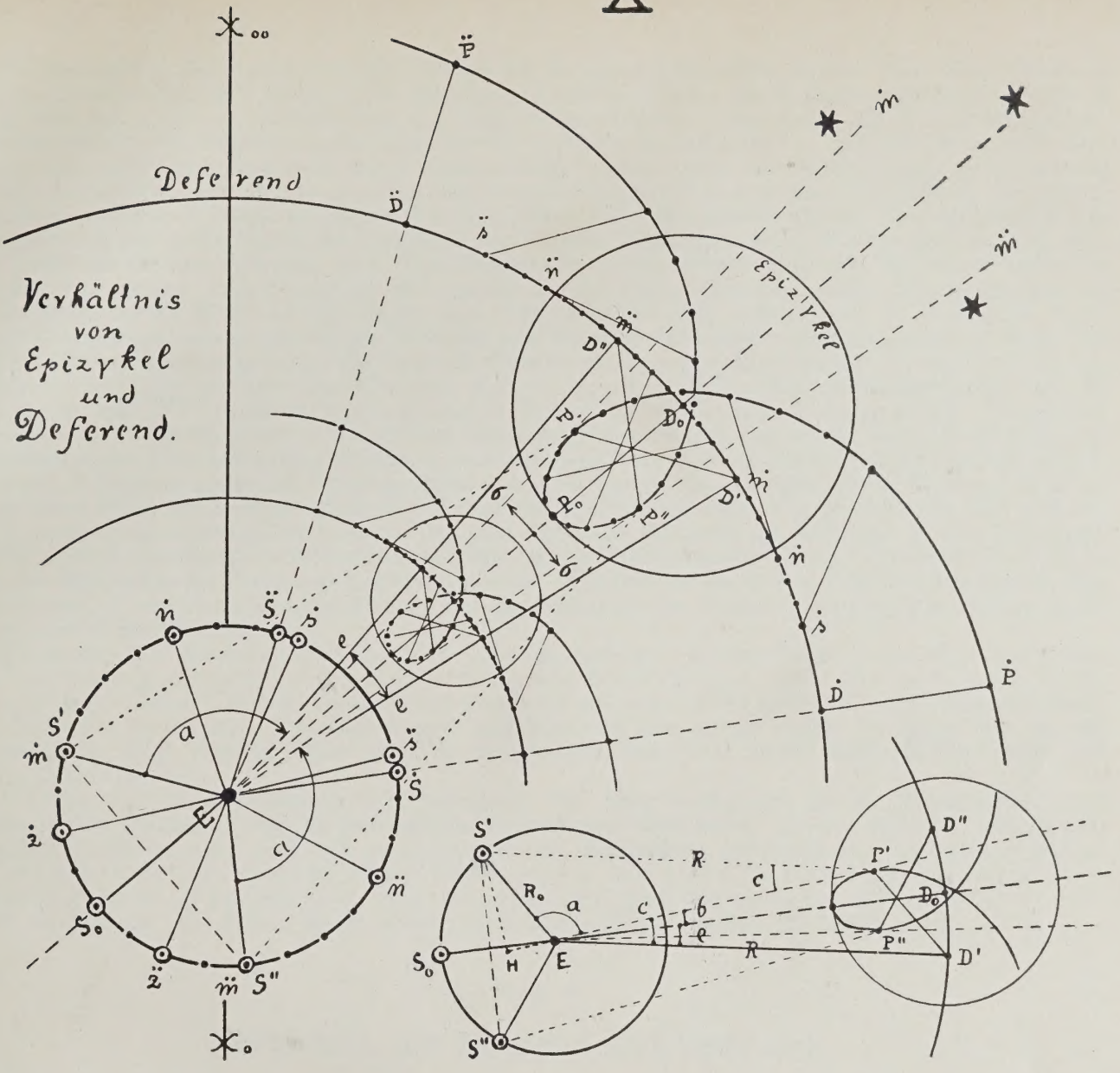
Es ist nun ein Leichtes, den im Bilde dargestellten Stellungswechsel des in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne wandernd vorgestellten Bildpunktes des Planeten mit Hilfe der «Epizykel»-Theorie, wie sie uns vor allem Ptolemäus überlieferte, nachzuahmen:

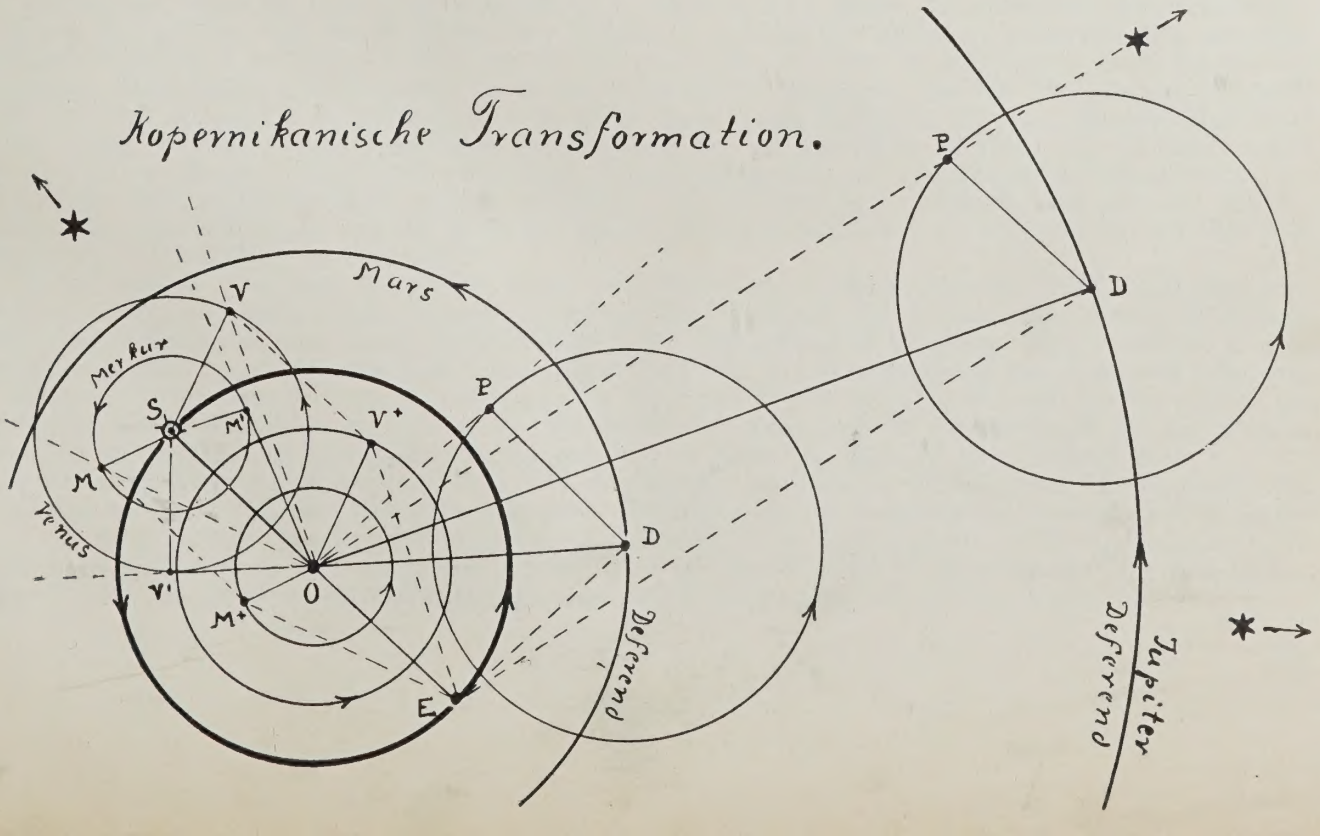
Man wähle einen Hilfskreis mit dem Mittelpunkt E, den „Deferenden", dessen noch zu bestimmender Radius R sei. Auf dem Deferenden lasse man fortrücken mit einer gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit W den Mittelpunkt D eines kleineren Kreises, des „Epizykels"; sein Radius sei r. Es sei $W = \frac{360^0}{T}$, wobei T die in der obigen Tabelle mitgeteilte sog. siderische Umlaufszeit bedeute, deren Herleitung aus beobachteten Zwischenzeiten $T_\odot$ von Opposition zu Opposition wir anderwärts schon besprochen haben. — Wir können auch setzen: $W = \frac{w}{T_\odot}$, wo w der Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Oppositions- oder auch Konjunktionslinien bedeute; während der Zeit $T_\odot$ soll demgemäß der Punkt D auf dem Deferenden von $\dot{D}$ nach $\ddot{D}$ die vorgestellte Wanderung ausführen. Aber während der Zeit T_0 soll ein Punkt P auf dem Epizykel gerade einmal umlaufen, und zwar soll der Epizykelradius, dessen Endpunkt auf der Peripherie P sei, in jedem Moment p a r a l l e l sein dem Radiusrektor E—$\odot$, dessen Umlauf das vorgestellte Abbild der Änderung der Sonnen-

stellungen in bezug auf die Sterne des Tierkreises bedeute; denn nur unter dieser Voraussetzung ist es möglich, vor allem zunächst die hauptsächlichsten Konstellationen: Oppositionen und Konjunktionen, durch die Stellungen des Punktes P auf dem Epizykel nachzuahmen, wenn wir uns vorstellen, die in jedem Moment ihre Richtung ändernde Verbindungsgerade E—P gebe uns die richtige Winkelstellung des Bildpunktes des Planeten in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne an. — Aber nicht bloß Oppositionen und Konjunktionen können wir durch die so definierte Bewegung des Punktes P auf dem Epizykel nachahmen (Ṗ, P̈: Konjunktion; P_0 Opposition), sondern auch die „rückläufige Phase" und die „Stillstände" des Planetenlichtpunktes in bezug auf die Lichtpunkte der Fixsterne. Wir bekommen nämlich als Bahn von P zwischen zwei Konjunktionsstellungen die in der Figur ersichtliche Schleifenkurve, die symmetrisch zur Oppositionslinie ist. Es handelt sich nun darum, den Schleifenteil dieser Kurve dem Winkel b der rückläufigen Phase anzupassen, d. h. es müssen die Geraden E—ṁ ✱ und E—m̈ ✱ Tangenten an die „Stillstands"-Punkte P′, P″ der Schleifenkurve werden. Das kann geschehen durch passende Wahl des Größenverhältnisses $\frac{r}{R}$, wie wir es im Text zur Figur «Verhältnis des Epizykels zum Deferenden» erläutert haben. Es zeigt sich hierbei, daß dieses Verhältnis nicht bloß abhängig wird vom Winkel b der rückläufigen Phase und ihrer Zeitdauer t, sondern auch vom oben definierten Winkel a, den die Stillstandsrichtungen mit den gleichzeitigen Richtungen (von E aus) nach den Bildpunkten der Sonne einschließen. Durch die genannten Größen a, b wird bloß das Verhältnis $\frac{r}{R}$ bestimmt. Es steht also in unserem Belieben, z. B. r = 1 zu setzen und geometrisch von gleicher Größe wie den Radius R_0 des Kreises für die Bildpunkte ⊙ der Sonne zu wählen; setzt man r = 1, so ergeben sich für die Bildkreise (Deferenden) von Mars, Jupiter, Saturn die in der Tabelle mitgeteilten R-Werte. Die spezielle Wahl $r = R_0$ gestattet uns dann einen leichten Übergang zum heliozentrischen Bild des Kopernikus. [Vgl. unten.]

Wir haben hiermit bloß die Elemente der Epizykel-Theorie erläutert. Es handelt sich aber im wesentlichen um das folgende: Man mißt zu verschiedenen Zeiten die Winkelabstände der Planeten von den Sternen des Tierkreises in der Nähe der Ekliptik — die gegenseitigen Winkelabstände dieser Sterne werden als bekannt vorausgesetzt —, und man trägt diese Winkelgrößen in einer Figur ein, so wie es unsere Tafeln «Planetenlauf längs der Ekliptik» und «Geozentrische Sphäre» zeigen. Um nun diese aus der Beobachtung abgeleiteten Winkelgrößen und Lagen der Bildpunkte der Planeten in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne noch getreuer konstruktiv nachahmen zu können, war Ptolemäus genötigt, die Epizykel-Theorie zu verfeinern, z. B. durch Einführung eines in bezug auf die Bildmitte etwas exzentrischen Deferenden, ferner durch Einführung eines weiteren Hilfskreises, des «Equans». [Bezüglich dieser Details vergleiche man das in deutscher Übersetzung bei Teubner 1912 erschienene Handbuch der Astronomie von Ptolemäus.] Bereits die vorhin skizzierte einfache Epizykel-Theorie gestattet aber noch eine andere Beobachtungstatsache — nicht nur die Winkelkonstellationen — i m B i l d e zur Darstellung zu bringen. Die neueren, mit Mikrometern und Heliometern vorgenommenen Messungen der Gesichtswinkel, unter denen die Planetenscheiben erscheinen, zeigen nämlich (es handelt sich hier um Mars, Jupiter, Saturn), daß diese Durchmesser zu den Zeiten der Oppositionen stets größer sind als in der Nähe der Konjunktionen. [Vgl. Angaben der Tabelle.] Bei Mars ist die Sache besonders auffällig. Unter der Voraussetzung, daß wir es bei den sichtbaren Planetenscheiben um Gebilde zu tun hätten, die in bezug auf ihre wesentliche äußere Form ein Verhalten ähnlich den unveränderlichen Formen von toten Körpern im Gesichtsfelde unseres irdischen Bereiches hätten, würde aus diesen Beobachtungen folgen:

Diese planetarischen Gebilde erleiden während einer jeden synodischen Periode (z. B. von Konjunktion zu Konjunktion) in unserem Gesichtsraume eine Art Annäherung an die Erde, bis zur größten Nähe während der Opposition, und wieder ein-sich-Entfernen bis zur Zeit der folgenden Konjunktion; d i e s e Interpretation würde also in richtiger Art durch die Epizykel-Theorie wiedergegeben, unter E das Abbild unseres Erdenstandpunktes verstanden, von wo aus wir die beobachteten Gesichtswinkel im Bilde darstellen könnten durch je zwei von E ausgehende Geraden, welche Tangenten an die als Scheibchen abgebildete Planeten seien. — Nun ist ja, rein logisch gesprochen, noch eine andere Interpretation möglich: denn wir beobachten z. B. bei unseren irdischen Lebewesen Wachstum und wiederum Schrumpfung einzelner Organe und auch einzelner Zellen bei im wesentlichen gleichbleibenden Formen. Also: nicht alles, was in unserem Gesichtsfelde «größer» oder wiederum «kleiner» erscheint, braucht l o g i s c h notwendig auf der Beziehung des «näher» oder «entfernter» zu beruhen, sondern kann eventuell auch in wirklichen inneren Veränderungen der beobachteten Körper seinen Grund haben. Mit diesem Hinweis wollen wir bloß sagen: Es bedarf einer wirklichen geistigen Prüfung — die nicht allein auf dem äußeren Sinnesfelde gemacht werden kann, weil wir ja die Planetenscheiben nicht wie irdische Körper im Tastbereiche haben —, welche der beiden logischen Möglichkeiten hier vorliegt. — Erwähnt muß noch werden, daß parallel diesen Winkeldurchmesserschwankungen auch dem bloßen Auge sichtbare Helligkeitsschwankungen gehen, bei Mars besonders gut bemerkbar. Bereits Kopernikus [Menzzerausgabe; S. 28. Thorn 1879] macht die Beobachtung, daß Mars, „wenn er des Nachts am Himmel steht" (also um die Zeit einer Opposition herum), „an Größe dem Jupiter gleich zu sein scheint; von dem er sich nur durch die rötliche Farbe unterscheidet; bald darauf wird er unter den Sternen zweiter Größe gefunden, erkannt durch sorgfältige Beobachtung am Sextanten". — Lassen wir solche Helligkeitsschwankungen — die die neuere Photometrie sehr genau feststellte — als Ausdruck eines räumlichen «näher» oder «entfernter» der das Sonnenlicht reflektierenden Planetenscheiben gelten, so werden diese Raumesbeziehungen ganz gut durch die bildliche Epizykelkonstruktion dargestellt, so daß diese Helligkeitsschwankungen auch im geozentrischen Bilde darstellbar sind.


Verhältnis von Epizykel und Deferend.
Deferend
Epizykel


Kopernikanische Transformation.
Mars
Merkur
Venus
Deferend
Deferend
Jupiter

Die Erschaffung des «heliozentrischen» Bildes des Kopernikus geschieht nun so: Man führe einfach in der Figur «Geozentrische Interpretation» die Bildpunkte P des Planeten an die Stelle der zugehörigen Punkte D auf den Deferenden zurück; dadurch wird der Epizykel fortgeschaft — und daran lag es dem Kopernikus, ihn fortzuschaffen, um einfachere Bahnformen für die P-Punkte zu bekommen — und der frühere Deferend wird nun zum eigentlichen Bahnkreis der P-Punkte. Damit aber in bezug auf die Richtungen und Abstände alles beim alten bleibt, muß man noch parallel der Verschiebung von P nach D eine Verschiebung des zeitlich zu P gehörigen Punktes ⊙ nach der Bildmitte E vornehmen; dafür aber müssen wir auch den Bildpunkt E von der Bildmitte fortschieben bis an die Peripherie des früheren Bildkreises der ⊙-Punkte, und zwar an eine solche Stelle, die der eine Endpunkt jenes Durchmessers ist, dessen anderer Endpunkt die frühere Stelle des ⊙-Punktes bezeichnete. Das Nähere läßt sich ersehen aus der Figur «Kopernikanische Transformation», wo auch die Dinge für die Bildkreise von Merkur und Venus erläutert sind, während sich die vorliegende Figur bloß auf Verhältnisse bezieht, die für die Bildkreise von Mars, Jupiter, Saturn Geltung haben. — Durch die geschilderte Transformation geht nun die Figur «Heliozentrische Interpretation» hervor: der kleinere Kreis um die Bildmitte S ist jetzt der Kreis der E-Punkte. E_0P_0 = Opposition; $\dot{E}, \ddot{E}$ = Konjunktionsstellungen zu $\dot{P}, \ddot{P}$; $E'P'$ (Linie $\dot{m}$) und $E''P''$ (Linie $\ddot{m}$) repräsentieren die Phasen der «Stillstände» in bezug auf den Wechsel der Richtungen EP. Die übrigen Orte s, n, z auf dem Kreise der E-Punkte sind ebenfalls in bezug auf die Bildmitte symmetrisch zu den entsprechenden Punkten im geozentrischen Bilde. Die von den E-Punkten nach den zeitlich zugehörigen P-Punkten gezogenen Richtungslinien sind nun parallel den entsprechenden Richtungslinien im geozentrischen Bilde, und auch die Abstände EP sind hier wie dort dieselben. Das geozentrische Bild geht aus dem heliozentrischen einfach dadurch hervor, daß man durch die Bildmitte die Parallelen zu den Richtungslinien EP zieht, d. h. daß man im heliozentrischen Bilde konstruktiv die «Reduktion auf die unendlich entfernte Sphäre der Bildpunkte der Fixsterne» ausführt; denn nur dann steht dieses Bild in Übereinstimmung mit dem geozentrischen, in dem man aber nicht genötigt war, die Bildpunkte der Fixsterne in unendliche Entfernung zu verlegen, weil E die Bildmitte war.

Wir sehen: Es handelt sich bei der «kopernikanischen Transformation» um eine rein geometrische Operation im Bildraume, die als solche nichts aussagt über die Verhältnisse in der kosmischen Wirklichkeit; denn wir können ja im Bildraume noch andere Transformationen ausführen, die geometrisch ebenso berechtigt sind wie die kopernikanische. [Vgl. Text zur Figur: «System mit demselben Bahnkreis für die Bildpunkte von Sonne und Erde».] Tafel XII.

Vor allem darf der Kopernikaner nicht behaupten: Die „Erde" bewegt sich um die „Sonne" herum, und die Bahnen der „Planeten" sind im wesentlichen Kreise*) um diese Sonne. Denn solche Aussagen beziehen sich ja nur auf an geometrischen Bildpunkten gewonnene Anschauungen, und sind nicht aus einem inneren Spüren der wirklichen kosmischen Verhältnisse hervorgegangen, die vielleicht ganz anderer Art sind.

*) Anmerkung. Der Ersatz dieser Kreise durch Kepler-Ellipsen ändert im Prinzip wenig.

Zu Figur X:

Verhältnis von Epizykel und Deferend.

Vorliegende Figur ist eine etwas vergrößerte Darstellung des Bildes «Geozentrische Interpretation». Wir haben dort gesehen: Bei der Einführung der Hilfskreise Epizykel und Deferend handelt es sich vor allem darum, die Richtungen, auf denen in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne die Bildpunkte eines Planeten für verschiedene Zeitpunkte abzutragen sind, durch ein konstruktives Verfahren, das dem Planetenlauf angepaßt ist, für beliebige Zeitpunkte zu bekommen; auch sollen durch dieses Verfahren gewisse Abstandsverhältnisse von der Bildmitte zum Ausdruck kommen, entsprechend den ins Räumliche «Näher» und «Ferner» umgedeuteten Beobachtungen der wechselnden Durchmessergrößen der planetarischen Lichtscheiben. — Nun sind die Richtungsbeziehungen an sich unabhängig von Entfernungsbeziehungen, und auch bei den erwähnten Abstandsbeziehungen von der Bildmitte handelt es sich lediglich um Verhältniszahlen von beobachteten Winkelgrößen im Fernrohr.

Es ist deshalb klar, daß die beiden Arten von Beziehungen durch Epizykel und Deferenden verschiedener Größe dargestellt werden können, sofern nur das Verhältnis der Radien dieser beiden Hilfskreise in allen Fällen gleichgenommen wird. Diese Freiheit in der Darstellung ist in unserer Figur durch die beiden verschieden großen Deferenden mit ihren zugehörigen Epizykeln und Schleifenlinien zum Ausdruck gebracht. Der Epizykel des größeren Deferenden wurde nun im Speziellen so groß gewählt, daß sein Radius r gleich ist dem Radius R_0 des Bildkreises der ⊙-Punkte. Hierdurch wird dann auch für den Radius R des zugehörigen Deferenden ein bestimmter Wert gefordert, ausgedrückt in Einheiten $R_0 = 1$. [Vgl. Tabelle Seite 61.]
Es soll nun hier gezeigt werden, wie man diese R-Werte ermitteln kann aus der beobachteten Schleifenbreite 2b, aus der Dauer t der rückläufigen Phase (vorausgesetzt wird hierbei noch die Kenntnis der synoderischen Umlaufszeit $T_\odot$ des Planeten von einer Opposition oder einer Konjunktion zur andern, sowie der hieraus und aus $T_0 = 365{,}26$ Tage abgeleiteten Rechnungsgröße T) und aus der Größe a des Winkelabstandes der Stillstandspunkte P′, P″ von den entsprechenden zeitlich zugehörigen Bildpunkten S′, S″ der Sonne.

Betrachten wir in der Figur etwa das Dreieck S′ E P′! [Vgl. auch Nebenfigur.] Ziehen wir das Lot S′H ⊥ P′E, so können wir folgende Beziehung ablesen: $R_0 \sin (180^0 - a) = S'H = R \sin c$, woraus folgt: $\mathbf{R = R_0 \frac{\sin (180^0 - a)}{\sin C} = R_0 \cdot k}$. Hierbei ist: $\sphericalangle c = \sphericalangle e + \sphericalangle b$; $c = e + b$; b = halbe Schleifenbreite; $e = \frac{360}{T} \cdot \frac{t}{2} = m \frac{t}{2} = \sphericalangle D'ED_0$, bedeutet den Winkel, den der Punkt D auf dem Deferenden während der halben Rückläufigkeitszeit des Epizykelpunktes P, auf dem Bogen $D'D_0$ beschreibt, also während der Zeit, da P von P′ nach P_0 wandert; die Größe m bezeichnet man gewöhnlich als die «mittlere tägliche siderische Bewegung» des Planeten, die schon Ptolemäus kannte, und die er eben auf den Epizykelmittelpunkt D bezog. Die zu ihrer Berechnung nötige Größe T ergibt sich aus: $T = T_\odot \frac{T_0}{T_\odot - T_0}$. [Siehe Text zu Tafel VIII.]

	a	2b	t	m	$e = m \frac{t}{2}$	$e + b = c$	$\frac{\sin (180 - a)}{\sin C}$	R	T (Jahre)	R^3	T^2
Mars	137⁰	14⁰	70 Tage	31′ 26″	18⁰ 21′	25⁰ 21′	1.593	1.524	1.881	3.539	3.358
Jupiter	117⁰	10⁰	119 ,,	4′ 59″	4⁰ 57′	9⁰ 57′	5.156	5.203	11.862	1.408	1.407
Saturn	108⁰	7⁰	136 ,,	2′	2⁰ 16′	5⁰ 46′	9.465	9.539	29.457	8.679	8.677
⊙				59′ 8″			+	Ro = 1	$T_0 = 1$		

In der vorliegenden Tabelle haben wir die oben genannten Größen a, 26, t angeführt; man beachte, daß es nur Mittelwerte sind; z. B. schwankt für Mars a zwischen 129⁰ und 147⁰, t zwischen 60 und 80 Tagen. Wir können nun mit diesen Mittelwerten und mit Hilfe von m, e, c die Quotienten + berechnen, welche nach der oben entwickelten Formel die R-Werte ergeben sollten. ($R_0 = 1$ gesetzt.) Diese Werte weichen etwas ab von den gewöhnlich angegebenen R-Werten, doch offenbar nur deshalb, weil die Werte a, 2b, t eben nur rohe Mittelzahlen sind. — Berechnen wir nun mit diesen R-Werten und den in Jahren angegebenen T-Werten (bezogen auf $T_0 = 1$) die Werte R^3 und T^2, so ergibt sich die Gesetzmäßigkeit: $R^3 = T^2$; oder da $R_0 = 1$, $T_0 = 1$ ist, können wir auch schreiben: $\frac{R_0^3}{T_0^2} = \frac{R^3}{T^2} \quad \frac{R^3}{R_0^3} = \frac{T^2}{T_0^2}$ (K).

Beachten wir, daß nach unserer Formel die R-Werte nichts anderes sind als die Quotienten $k = \frac{\sin (180 - a)}{\sin c}$; $c = e + b$ und daß ferner $\frac{T}{T_0} = \frac{T_\odot}{T_\odot - T_0} = h$, so folgt: $k^3 = h^2$ oder $\mathbf{k^{3/2} = h}$

und somit ergibt sich: $\mathbf{T_\odot \frac{h-1}{h} = T_0 = const.}$ (L).

Da die Größe h mit k in Beziehung steht, so können wir sagen: Rein nur den beobachtbaren Tatbeständen entsprechend, bringt das sog. 3. Keplersche Gesetz (K), das wir in (L) etwas anders geschrieben haben, einfach zum Ausdruck eine Beziehung zwischen den Zeiten $T_\odot$, T_0, t (zur Berechnung des Winkels c erforderlich) und den Winkeln a, 2b, c = e + b, die für die Stillstände und die rückläufige Phase des Planeten charakteristisch sind und eine Beziehung zur Sonne ausdrücken. Zeiten und Winkelwerte, das ist das Wesentliche der Keplerschen Gesetze; das sind die meßbaren Größen. «Gravitation» = Hinzugedachtes von Newton.

Zu Figur X:

Kopernikanische Transformation.

Man nehme diese Figur zuerst im Sinne der «geozentrischen Interpretation». Es sei also E = O die Bildmitte, und die Bildbahnen der Bildpunkte der Planeten seien dargestellt durch Deferenden mit Epizykeln; die Radien der letzteren seien gleich jenem des Kreises der S- (⊙-) Punkte. (Der Deferend für Saturn mußte aus Raummangel weggelassen werden; jener für Jupiter ist auch etwas zu klein.) — Wenn wir jetzt im Sinne des Kopernikus S nach O schieben, so muß der Bildpunkt der Erde von O nach E geschoben werden, die Bildpunkte P der Planeten aber nach den Mittelpunkten D ihrer Epizykel: Dadurch werden diese fortgeschafft und es bleiben nur die Deferenden als Bahnen der Bildpunkte. — Angedeutet sind im geozentrischen Bilde noch die Epizykel für Merkur und Venus mit dem Mittelpunkt S: Führt man auch bezüglich ihnen die Kopernikanische Transformation aus, so werden sie einfach zu Kreisen um die Bildmitte. Ihre Radien [im Verhältnis zum Radius O–S = $R_0 = 1$] kann man empirisch aus den sog. größten Elongationen des V- bzw. M-Punktes vom S-Punkte ermitteln, wenn also die Richtungslinien nach den Bildpunkten der Fixsterne in V′ bzw. M′ Tangenten an die Epizykel werden.

Zu Figur XI:

Bahnkreise der Bildpunkte eines Planeten.

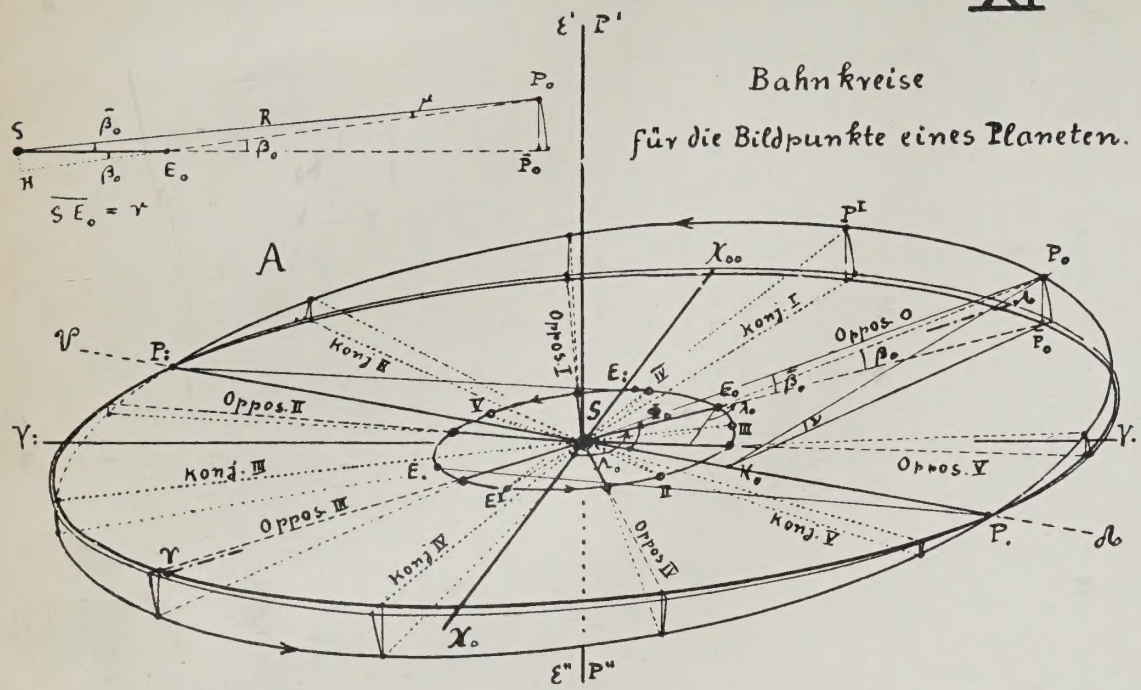
Die vorliegenden Figuren A, B sind eine etwas vergrößerte Darstellung der Kreise um das Zentrum der Übersichtsfigur V «Kopernikanisches Vorstellungsbild».

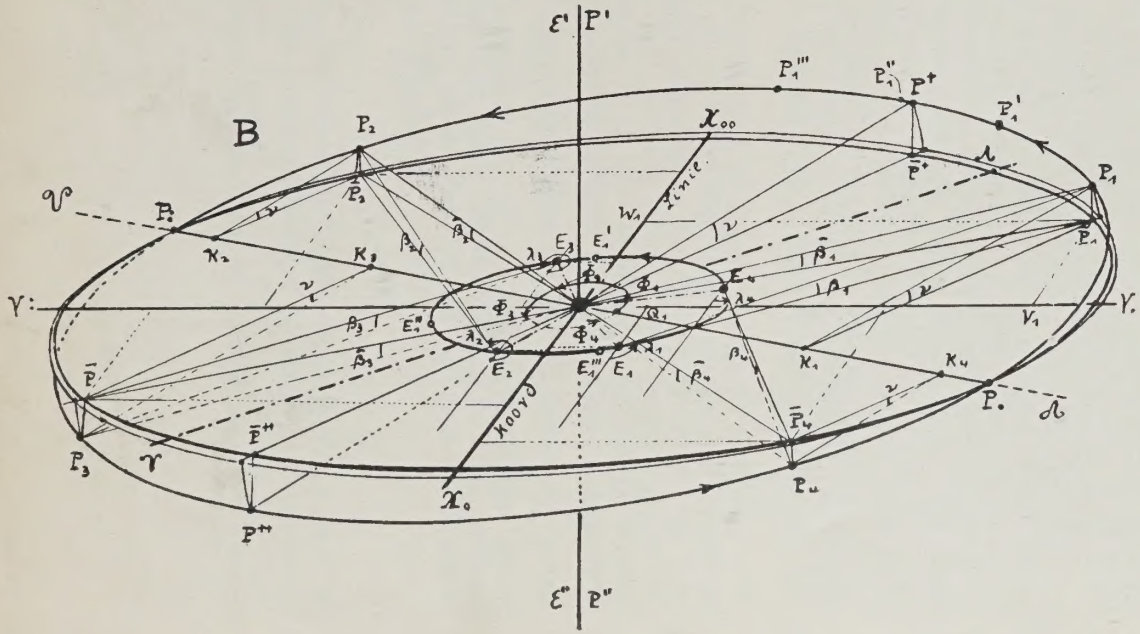
In A sind nochmals alle Oppositions- und Konjunktionsstellungen hervorgehoben. Auf dem kleineren Kreise um die Bildmitte S sind die zu Oppositionen gehörigen E-Punkte ohne weiteres ersichtlich, z. B. E_0;

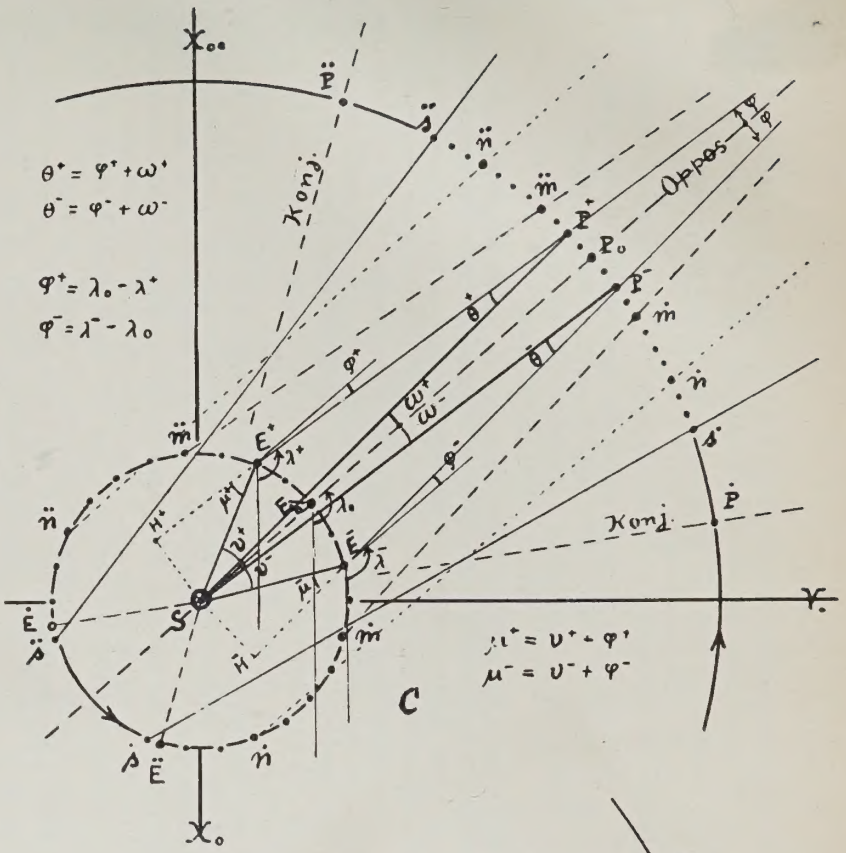
XI

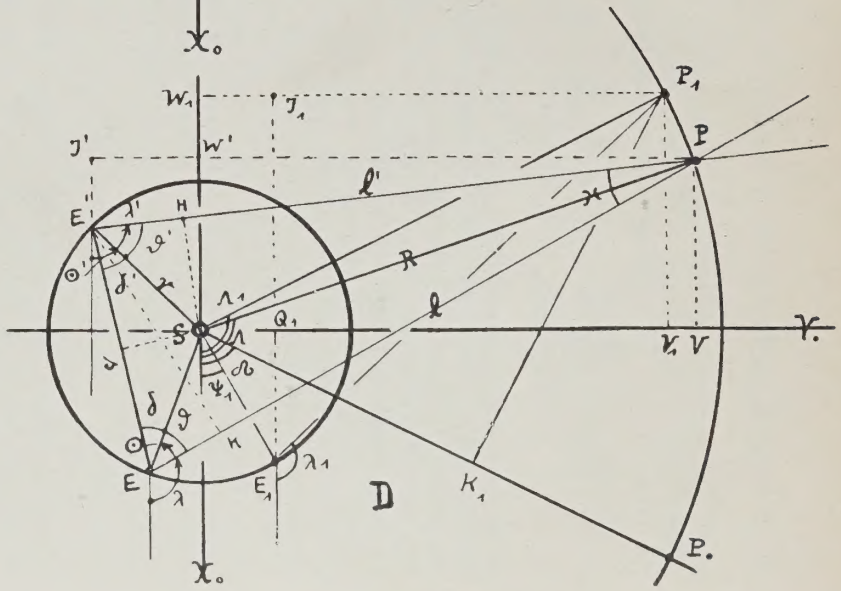
Bahnkreise

für die Bildpunkte eines Planeten.









die Konjunktionsstellungen der E-Punkte sind bezeichnet durch I II III IV V, die den «Durchgängen» P., P: entsprechenden mit E., E: (die erste Konjunktion ist E I—S—P I).

In B sind einige spezielle Lagen von E- und P-Punkten dargestellt; man beachte zunächst die Folge P_1 (—2,5), P'_1 (1,5), P''_1 (4), P'''_1 (6,3), denen die Punkte E_1 (—2,5), E'_1 (1,5), E''_1 (4), E'''_1 (6,3) entsprechen; die eingeklammerten Ziffern entsprechen den Nummern der obengenannten Kugelfigur. —

Eine andere Punktfolge ist diese:	P_1 (—2,5)	P_2 (14)	P_3 (28,7)	P_4 (44,5)
denen entsprechen die E-Orte:	E_1 (—,25)	E_2 (9 + 5)	E_3 (27 + 1,7)	E_4 (36 + 8,5)
sowie die p-Punkte:	p_1 (λ_1 β_1)	p_2 (λ_2 β_2)	p_3 (λ_3 β_3)	p_4 (λ_4 β_4)
und die s-Orte:	s_1	s_2	s_3	s_4

Die letztgenannten p- und s-Punkte beziehen sich auf Tafel VI «Geozentrische Sphäre», und dieser Hinweis erläutert den Zusammenhang zwischen dieser und der vorliegenden Figur: Die Sphäre A enthält auf der geschleiften Kurve insbesondere jene Punkte angedeutet, welche den Oppositions- und Konjunktionsstellungen der vorliegenden Figur A entsprechen, mit den Winkelwerten λ, β (z. B. λ_0, β_0), welche die Richtungen der Geraden E—P in bezug auf die Koordinatenlinie X_0X_{00} festlegen. — Die Sphäre B enthält auf der geschleiften Kurve die Punkte p_1 p_2 p_3 p_4 angedeutet, mit Winkelkoordinaten λ_1, β_1 usw., welche die Richtungen der Geraden E_1—P_1 usw. in vorliegender Figur bestimmen, — wieder in bezug auf X_0X_{00}. Man sieht: die vorliegenden Figuren A, B repräsentieren in bildhafter Weise nur eine andere Art des Enthaltenseins der Winkelgrößen λ, β, die in den Sphären-Figuren A, B als die mit Instrumenten meßbaren Koordinaten von gerichteten Geraden erscheinen, welche alle von demselben Spärenmittelpunkt E ausstrahlen, während in den vorliegenden Figuren A, B der E-Punkt sozusagen vervielfältigt an verschiedenen Orten eines um die Bildmitte gelegten Hilfskreises von passender Größe zu suchen ist. — Da E als der Bildpunkt der Erde gedacht wird, so kann man λ, β die «geozentrischen» Koordinaten von P (p) nennen, wenn man nur stets daran denkt, daß dieser Name bloß in einem übertragenen Sinne für Bildpunkte von kosmischen Objekten gerechtfertigt ist. — Nehmen wir z. B. in vorliegender Figur B den Punkt P_1, so wären also $\lambda_1 = \measuredangle \bar{P}_1E|X_0$, $\beta_1 = \measuredangle P_1E_1\bar{P}_1$ sowie E_1–$P_1 = l_1$ die geozentrischen Koordinaten von P_1. In entsprechender Weise hätten wir dann auch «heliozentrische» Koordinaten von P_1, bezogen auf die Bildmitte S: $\measuredangle P_1SP. = \Phi_1$ $\measuredangle \bar{P}_1SX_0 = \Lambda_1$ $\measuredangle \bar{P}_1SP_1 = \bar{\beta}_1$ und P_1—S = R. Entsprechend haben wir auch für E_1 «heliozentrische» Koordinaten, nämlich $\measuredangle E_1SX_0 = \Psi_1$ S–E_1 = r (vgl. auch Fig. D); hierbei ist $\Psi_1 = \odot_1$—180°, wo $\odot_1 = \measuredangle s_1EX_0$ die „Länge" des Bildpunktes s_1 der Sonne (Sphäre B) ist.

In bezug auf die Lage des Kreises der P-Punkte muß noch folgendes gesagt werden: Es sei P.P: die Schnittlinie der Ebene dieses Kreises mit der Ebene + des Kreises der E-Punkte; man nennt $\measuredangle P.SX_0 = \mathcal{N}$ = „Länge" des aufsteigenden Knotens (bezogen auf die Koordinatenlinie X_0X_{00}). Die Projektionen der Punkte P_1 P_2 . . . auf die Ebene + sind die Punkte $\bar{P}_1$ $\bar{P}_2$ . . .; letztere sind, streng genommen, Punkte einer Ellipse (mit dem Mittelpunkt S) in der Ebene +; denn die Projektion eines Kreises auf eine Ebene ist eine Ellipse. Diese Ellipse wird repräsentiert durch die stark ausgezogene Kurve der $\bar{P}$-Punkte in der Ebene +; die außerhalb dieser Kurve gezogene feinere Linie, die mit ersterer die Punkte P., P: gemeinsam hat, soll darstellen einen Kreis um die Bildmitte mit demselben Radius R, wie er dem Kreise der $\bar{P}$-Punkte zukommt. Wenn die Neigung ν der Ebene des letzteren Kreises gegenüber der Ebene + gering ist, so dürfen wir die elliptische Projektionslinie der $\bar{P}$-Punkte ohne weiteres durch den wenig davon abweichenden, etwas außerhalb verlaufenden Kreis ersetzen. [Von dieser Voraussetzung haben wir bereits in Figur VII «Heliozentrisches Bild; Tierkreisgürtel» Gebrauch gemacht, indem wir dort als Kurve der Bildpunkte $\bar{P}$ (0, 1, 2 . . .55 . . .) einen Kreis annahmen, als Projektion des Kreises der P-Punkte (0, 1, 2 . . . 55 . . .) um die Bildmitte der perspektivischen Figur V «Heliozentrisches Vorstellungsbild» auf die Ebene der Ekliptik.]

Die Neigung ν des Kreises der P-Punkte in vorliegender Figur B ist angedeutet durch $\measuredangle P^+S\bar{P} = \nu = \measuredangle P'^+S\bar{P}'^+$; man beachte, daß hierbei $\measuredangle P^+SP. = 90^0 = P'^+SP.$ ist. — Wir wollen zeigen, wie man auf einfachste Art den Neigungswinkel ν der P-Bahn bestimmen kann. — Nehmen wir an, es sei bereits R bestimmt (vgl. Text zu Figur C., D.), ebenso $\measuredangle P.SQ_0 = \mathcal{N}$ (vgl. Text zu Figur D). Nehmen wir nun (vgl. Figur A) irgendeine Oppositionsstellung, z. B. S—E_0—P_0, für welche die Koordinaten $\lambda_0 = \Lambda_0 = \Psi_0$ und $\beta_0 = \measuredangle P_0E_0\bar{P}_0$ bekannt seien. Man bekommt dann zunächst zur Berechnung der «heliozentrischen» Breite $\bar{\beta}_0$ folgende Beziehung (vgl. Nebenfiguren zu A: Lot SH $\perp$ P_0E_0): $R \sin \mu = S\text{–}H = r \sin \beta_0$, somit: $\sin \mu = \frac{r}{R} \sin \beta_0$; hier ist $\mu = \beta - \bar{\beta}_0$. Aus der Gleichung für $\sin \mu$ kann man μ berechnen; und es folgt dann $\beta_0 = \bar{\beta} - \mu$. Aus der Hauptfigur A aber ergibt sich ferner folgende Gleichung, wenn wir beachten, daß $P_0K_0 \perp SP.$, somit $\measuredangle P_0K_0\bar{P}_0 = \nu$ ist, und daß wir genähert $\measuredangle P_0SP. = \Phi_0 = \measuredangle \bar{P}_0SP. = \Lambda_0 - \mathcal{N}$ setzen können, so daß auch Φ_0 als bekannte Größe gelten kann: $R \sin \Phi_0 = P_0\text{–}K_0$ und weiter: $(R \sin \Phi_0) \sin \nu = \bar{P}_0P_0 = R \operatorname{tg} \bar{\beta}_0$

$$\text{somit: } \sin \nu = \frac{\operatorname{tg} \bar{\beta}_0}{\sin \Phi_0}.$$

Eine entsprechende Gleichung $(R \sin \Phi) \sin \nu = R \operatorname{tg} \bar{\beta}$ existiert zwar auch für jeden der P-Punkte in Figur B; allein die Größe $\bar{\beta}$ läßt sich für solche beliebige Punkte nicht ohne weiteres berechnen, weshalb zur Bestimmung von ν eben nur Oppositionen geeignet sind. — Fassen wir nun (Figur B) einen beliebigen P-Punkt ins Auge, z. B. P_1. [Denken wir uns alle Buchstaben mit dem Index 1 versehen; aber ähnliche, wie die folgenden Gleichungen

gelten für alle anderen Punkte.] — Durch Beobachtungen sei bekanntgeworden der Zeitpunkt, da der Planet gerade auf dem Kreise der Sonnenbahn in bezug auf die Fixsterne steht, sein Bildpunkt also P. (bzw. P:) ist.

Von diesem Zeitpunkt des «Durchgangs» durch die Ekliptik [vgl. Figur «Heliozentrisches Vorstellungsbild»] seien die Zeiten t gezählt: es sei t die von da an verflossene Zeit bis zu irgendeinem späteren Beobachtungstage, für welchen wir den Bildpunkt des Planeten in P (P_1) annehmen wollen. Als bekannt sei auch vorausgesetzt die «siderische» Umlaufszeit T des P-Punktes auf seinem Kreise, ermittelbar aus Zeitintervallen zwischen aufeinanderfolgenden Oppositionen; dann bekommen wir für den Winkelwert $\Phi = \sphericalangle \mathrm{PSP}$. des von P während der Zeit t zurückgelegten Bogens P.P: $\Phi = \frac{360}{T}\,t$. Man kann sich nun die Aufgabe stellen, aus diesem Φ-Wert („Länge in der Bahn") und den als bekannt vorausgesetzten Größen R, ν, $\mathcal{N}$ die oben definierten Winkelkoordinaten Λ, $\bar\beta$, λ, β von P zu bestimmen; als bekannt wird hierbei auch vorausgesetzt die Lage des zeitlich zu P (P_1) gehörigen Bildpunktes E (E_1) der Erde, nämlich die Größen SE = r und $\sphericalangle \mathrm{ES}|\mathrm{X}_0 = \Psi$. Wir haben folgende Beziehungen [vgl. B. D.]: $\mathrm{K\bar P} = \mathrm{KP} \cdot \cos\nu = \mathrm{R}\sin\Phi \cdot \cos\nu$ $\bar{\mathrm{R}} = \mathrm{S\bar P} = \mathrm{R}\cos\bar\beta$; mit großer Näherung: $\mathrm{S\bar P} = \bar{\mathrm{R}}. = \mathrm{R}\,\frac{\mathrm{K\bar P}}{\mathrm{S\bar P}} = \sin(\Lambda - \mathcal{N}) = \sin\Phi \cdot \cos\nu$. Hieraus folgt $\Lambda = \Lambda - \mathcal{N}$; somit $\Lambda = \Lambda + \mathcal{N}$. ferner: $\mathrm{R} \cdot \sin\bar\beta = \mathrm{P\bar P} = \mathrm{R}\sin\Phi \cdot \sin\nu$. also: $\sin\bar\beta = \sin\Phi\sin\nu$; hieraus $\bar\beta$. Setzen wir $\mathrm{E\bar P} = \bar{\mathrm{l}}$, $\mathrm{EP} = \mathrm{l}$ so ist $\bar{\mathrm{l}} = \mathrm{l}\cos\beta$. Nach Figur B. D. aber folgt:

für $\mathrm{E} = \mathrm{E}_1$:	für $\mathrm{P} = \mathrm{P}_1$:	
$\mathrm{SQ} = \mathrm{r}\sin\Psi$	$\mathrm{SV} = \bar{\mathrm{R}}\sin\Lambda = \mathrm{\bar PW}$	$\mathrm{\bar PJ} = \bar{\mathrm{R}}\sin\Lambda - \mathrm{r}\sin\Psi$
$\mathrm{EQ} = \mathrm{r}\cos\Psi$	$\mathrm{SW} = \bar{\mathrm{R}}\cos\Lambda = \mathrm{\bar PV}$	$\lvert\mathrm{EJ}\rvert = \lvert\bar{\mathrm{R}}\cos\Lambda\rvert + \mathrm{r}\cos\Psi$
		$\mathrm{EJ} = \bar{\mathrm{R}}\cos\Lambda - \mathrm{r}\cos\Psi.$

Wir bekommen nun mit dem richtigen Vorzeichen: $\left\{\frac{\mathrm{\bar PJ}}{\mathrm{EJ}} = \mathrm{tg}\,\lambda = \frac{\bar{\mathrm{R}}\sin\Lambda - \mathrm{r}\sin\Psi}{\bar{\mathrm{R}}\cos\Lambda - \mathrm{r}\cos\Psi}\right.$

Ist λ bestimmt, so können wir $\bar{\mathrm{l}}$ berechnen aus: $\bar{\mathrm{l}}\sin\lambda = \mathrm{\bar PJ} = \bar{\mathrm{R}}\sin\Lambda - \mathrm{r}\sin\Psi$. Wir dürfen hier überall $\mathrm{R} = \bar{\mathrm{R}}$ setzen; l bestimmt sich aus $\bar{\mathrm{l}} = \mathrm{l}\cos\beta$.

Die Figur C soll die Bestimmung von R erläutern; sie enthält die wesentlichen Punkte eingezeichnet, die auch in Figur «Heliozentrische Interpretation» vorkommen und kann wie diese sofort in «Geozentrische Interpretation» umgedeutet werden. — Betrachten wir ein Punktepaar E—P, welches entspricht einer Zeit t vor (—) oder nach (+) einer Oppositionsstellung E_0—P_0. Bekannt seien: $\sphericalangle \mathrm{P}_0\mathrm{SX}_0 = \sphericalangle \mathrm{P}_0\mathrm{E}_0|\mathrm{X}_0 = \lambda_0$ $\sphericalangle \mathrm{ESE}_0 = \nu$

Hierbei sei $\omega = \frac{360}{T}\,t$ T = siderische Umlaufszeit von P $\sphericalangle \mathrm{PE}|\mathrm{X}_0 = \lambda$ $\sphericalangle \mathrm{PSP}_0 = \omega$.

Man bekommt nun: $\varphi = \lambda_0 - \lambda$ und $\Theta = \varphi + \omega$ $\mathrm{SH} \perp \mathrm{EP}$ $\mu = \nu + \varphi$, also aus Dreieck SPEH: $\mathrm{r}\sin\mu = \mathrm{SH} = \mathrm{R}\sin\Theta$; hieraus läßt sich R bestimmen.

Zum Werte von R kann man auch so gelangen, wie es Figur D erläutert (hier sei $\bar{\mathrm{R}} = \mathrm{R}$, $\bar{\mathrm{l}} = \mathrm{l}$). Vorausgesetzt sei die Kenntnis von T. Man nehme nun eine bestimmte Konstellation E—P; bekannt seien: $\sphericalangle \mathrm{ESX}_0 = \Psi$ $\sphericalangle \mathrm{SE}|\mathrm{X}_0 = \odot$ $\sphericalangle \mathrm{PE}|\mathrm{X}_0 = \lambda$, somit auch $\sphericalangle \mathrm{PES} = \vartheta = \odot - \lambda$. Nach einer Zwischenzeit T, da der Planet einmal im Tierkreis herumgewandert ist, müssen wir seinem Bildpunkte dieselbe Stelle P wie vorhin zuweisen; für den neuen Zeitpunkt aber sei der Bildpunkt der Erde jetzt in E' anzunehmen; wiederum seien bekannt: $\sphericalangle \mathrm{E'SX}_0 = \Psi'$ $\sphericalangle \mathrm{SE'}|\mathrm{X}_0 = \odot'$ $\sphericalangle \mathrm{PE'}|\mathrm{X}_0 = \lambda'$; somit auch $\sphericalangle \mathrm{PE'S} = \vartheta' = \lambda' - \odot'$. Wir haben nun im Dreieck ESE': $\sphericalangle \mathrm{ESE'} = \mu = \Psi' - \Psi$ und $\delta = \delta' = \frac{1}{2}(180 - \mu)$, somit: $\mathrm{EE'} = \mathrm{s} = 2\,\mathrm{r}\cos\delta$.; ferner im Dreieck EPE': $\sphericalangle \mathrm{EPE'} = \varkappa = 180^0 - (\vartheta' + \delta' + \vartheta + \delta)$, es sei $\mathrm{E'P'} = \mathrm{l'}$, also: $\mathrm{l'}\sin\varkappa = \mathrm{E'K} = \mathrm{s} \cdot \sin(\vartheta + \delta)$; hieraus folgt l', und dann aus Dreieck SPE': $\mathbf{R^2 = PH^2 + HS^2 = (l' - r\cos\vartheta')^2 + (l'\sin\vartheta')^2}$; und aus Dreieck PJ'E', $\mathrm{l'}\sin\lambda' = \mathrm{PJ'} = \mathrm{J'W'} + \mathrm{W'P} = \mathrm{r}\sin\odot' + \mathrm{R}\sin\Lambda$. Diese Gleichung dient zur Berechnung von Λ. — Anwendung des ganzen Verfahrens auf Punkt P. führt zur Bestimmung von $\mathcal{N} = \sphericalangle \mathrm{P.SX}_0$.

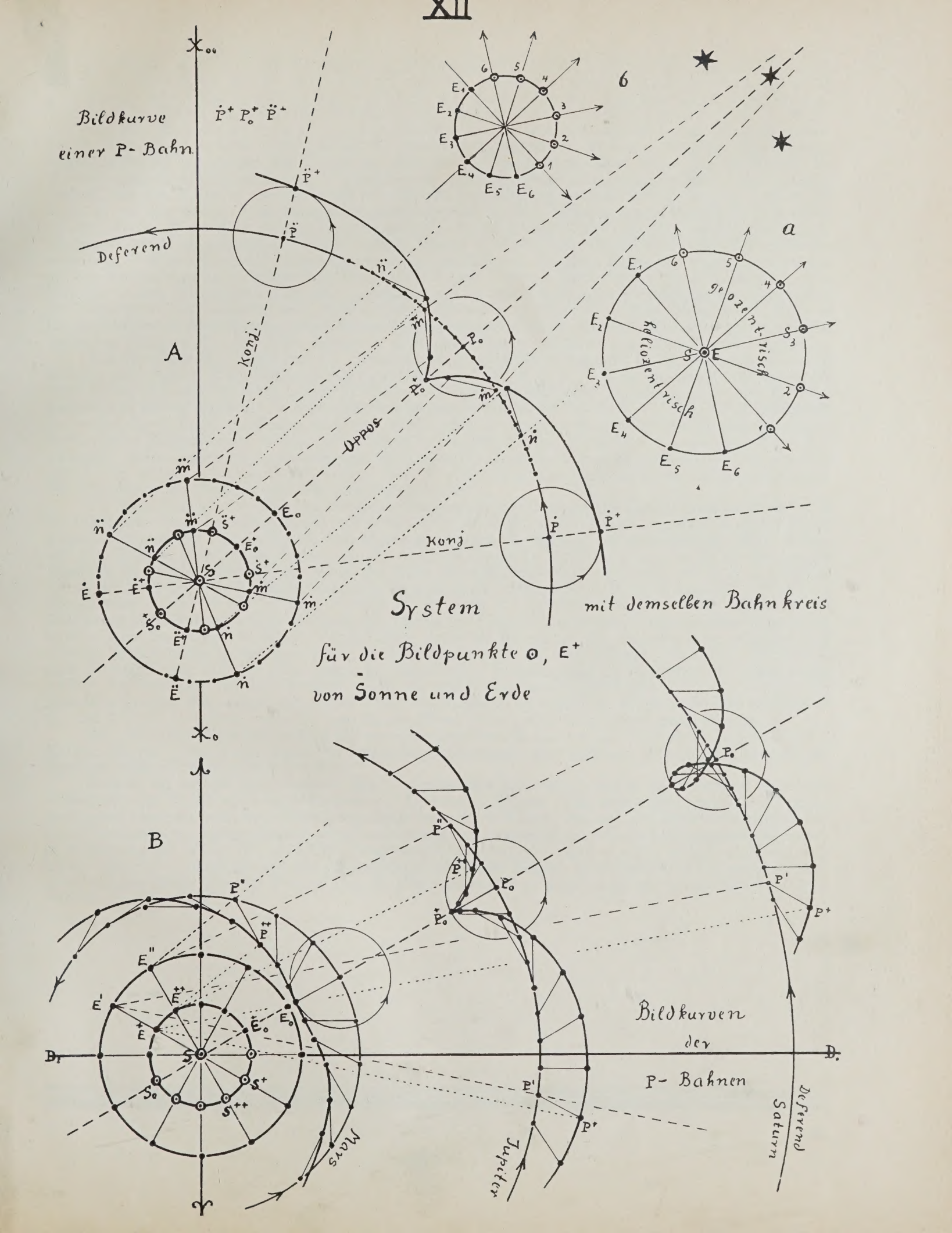
Zu Figur XII:

System mit demselben Bahnkreis für die Bildpunkte von Sonne und Erde.

Diese Figur soll einfach zeigen, daß es neben der kopernikanischen noch andere berechtigte Transformationen des geozentrischen Bildes gibt, wobei die geometrischen Richtungs- und Entfernungsverhältnisse, die in diesem Bilde den Beobachtungen entsprechend gemacht werden, bei der neuen Transformation gewahrt bleiben und keine unberechtigte Störung veranlaßt wird.

Wir haben in der Figur «Heliozentrische Interpretation» gesehen, wie sie sich mühelos aus der «geozentrischen Interpretation» ergibt, und gehen deshalb im vorliegenden Bilde von der ersteren Darstellungsart aus, weil sie ja die letztere in sich enthält und etwas überschaubarer ist. — Die vorliegende Figur A ist einfach eine etwas vergrößerte Darstellung des Bildes «Heliozentrische Interpretation», wenn wir zunächst von dem kleineren Kreise um die Bildmitte absehen, und den als «Deferend» bezeichneten mit dem «Bahnkreis» in dem vorhin genannten Bilde identisch setzen.

Nun verwandeln wir das System aller Stellungen, welche die Bildpunkte $\odot$ und E von Sonne und Erde zueinander haben können, in ein solches, daß in unserem Vorstellungsbilde weder E ruht und die Bildmitte innehat (wie bei Ptolemäus), noch $\odot$ ruht und in die Bildmitte versetzt wird (wie bei Kopernikus), sondern


Bildkurve
einer P- Bahn
Deferend
Konj.
Oppos
Konj
A
B
6
a
System
mit demselben Bahnkreis
für die Bildpunkte ⊙, E⁺
von Sonne und Erde
Bildkurven
der
P- Bahnen
Mars
Jupiter
Saturn
Deferend
geozentrisch
heliozentrisch

daß sowohl E wie ⊙ in Bewegung gedacht werden, und zwar auf derselben Bahn um die Bildmitte wie zwei Punkte, die zu einer und derselben Sphäre gehören, aber an entgegengesetzten Stellen dieser Sphäre sich befinden, wobei die Drehung dieser Sphäre in bezug auf die Bildpunkte der Fixsterne uns den Jahreslauf versinnlicht. Geometrisch stellt sich das so dar: Wir konstruieren um die Bildmitte einen Kreis + (Schnittlinie der erwähnten Sphäre mit der Ebene der Ekliptik), dessen Durchmesser gleich sei dem Radius des Kreises der Bildpunkte ⊙ im geozentrischen Sinne oder des Kreises der E-Punkte im heliozentrischen Sinne. — Verschieben wir dementsprechend im vorliegenden Bilde A den Punkt E_0 nach E_0^+ auf dem Kreise +, so müssen wir S aus der Bildmitte hinweg ebenfalls verschieben, und zwar an die Stelle S_0^+ auf dem Kreise +, um einen Durchmesser entfernt von E_0^+; und ebenso muß P_0 nach P_0^+ verschoben werden. Verschieben wir im gleichen Sinne E nach E^+, so muß S nach S^+ und P nach P^+ versetzt werden usw. Ähnliches können wir vollbringen für alle anderen Punkte E, P, die nicht Oppositionen oder Konjunktionen angehören. — Wenn wir also die Bildpunkte von Sonne und Erde auf denselben Bahnkreis bringen, so benötigen wir zur Konstruktion der Bahnkurve des Bildpunktes P eines Planeten (Mars, Jupiter, Saturn) wiederum einen Epizykel: dessen Durchmesser muß gleich genommen werden dem Durchmesser des gemeinsamen Bahnkreises der Bildpunkte ⊙, E; sofern wir einen solchen Deferenden wie im geozentrischen Bilde wählen, wo die Epizykel für die Bildpunkte aller Planeten gleich jenem Kreise genommen werden konnten, der uns im geozentrischen Bilde den Bahnkreis der ⊙-Punkte darstellte. [Vgl. auch Figur: Verhältnis von Deferend und Epizykel.]

Das Verhältnis der Bildpunkte ⊙, E zueinander ist gesondert dargestellt in den Nebenfiguren a, b: Nehmen wir zunächst E als Bildmitte von a, so bedeuten ⊙ (1, 2, 3, 4, 5, 6) die Bildpunkte der Sonne für einen halben Jahreslauf in bezug auf die Fixsterne; aus dieser geozentrischen Darstellung geht dann die heliozentrische so hervor, daß wir ⊙ = S zur Bildmitte machen und dafür die Punkte $E_1 \ldots E_6$] auf der Peripherie des vorher die ⊙-Punkte tragenden Kreises so wählen, daß sie die einen Endpunkte von Durchmessern sind, deren andere Endpunkte die vorigen ⊙-Stellungen bedeuteten. — Der Übergang von a zur Darstellung in b ist einfach, indem man je zwei zusammengehörige Punkte ⊙—E als die beiden Endpunkte eines Durchmessers (gleich dem Radius von a) desselben Kreises abbildet, der nun gemeinsamer Bahnkreis für ⊙ und E wird, Die Bildpunkte der Fixsterne sind sehr entfernt zu denken.

Die Figur B zeigt nun näher, wie sich unter Zugrundelegung einer solchen gemeinsamen Bahn für ⊙, E die Bildkurven der P-Bahnen gestalten (wir dürfen nicht sagen „Planeten"-Bahnen, sondern es sind die vorgestellten Bahnen der Bildpunkte der Planeten, wie auch die Bahn ⊙—E vorgestellt ist); doch können alle diese Bahnen geometrische Symbole für wirkliche kosmische Verhältnisse sein. — Es sei also um die Bildmitte im heliozentrischen Sinne wieder der Kreis der E-Punkte gelegt, dem dann, wie in A, a, b gezeigt wurde, der Kreis der E^+ — S^+-Punkte zugeordnet werden kann; rücken aber z. B. E′, E″ nach E^+, E^{++}, so muß entsprechend S nach S^+ bzw. S^{++} und P′ nach P^+, P″ nach P^{++} verschoben werden. — Als Radien R der Deferenden der P-Bahnen sollten wir die in der Tabelle zur Figur «Geozentrische Interpretation» mitgeteilten wählen, wenn der Radius des Kreises der E-Punkte gleich der Einheit ist; die Deferenden für „Jupiter" und „Saturn" sind indessen in der Figur etwas zu klein, nämlich nur 3,3 statt 5,2 und 6 statt 9,5. Dafür sind auch die zugehörigen T-Werte etwas kleiner gewählt worden. Indessen zeigt die Figur doch den wesentlichen Verlauf der P-Bahnen; die der Übersicht wegen auf eine gemeinsame Oppositionslinie bezogen wurden: die Bahnen mit großen Deferenden (und großen T-Werten) bringen es zu wirklichen Schleifen, die aber für kleinere R- und T-Werte zu Spitzen ausarten; und für die „Mars"-Kurve wird diese Spitze ganz verflacht.

Der „Epizykel" dient selbstredend nur zur näherungsweisen Konstruktion dieser lebendigen Kurven, die uns Symbole sein können für kosmische Geschehnisse, ohne daß man zu behaupten braucht, die Planeten täten auf Epizykeln herumreiten.

Nehmen wir an, das hier skizzierte Bild — gemeinsame Bahn für ⊙ und E und lebendige Schleifen-Wellenlinien für die P-Punkte an Stelle einfacher Kreise oder Ellipsen — sei zutreffendes Symbol von realen kosmischen Geschehnissen: dann könnte man nicht mehr daran denken, die sog. „Planeten-Bewegungen" aus dem Wirken einer mystischen Zentral- oder Gravitationskraft, ausgehend von der materiell vorgestellten Sonne, in Verbindung mit mechanisch gedachten Tangentialkräften (Stoßwirkungen u. a.) zu erklären; und das, was Kant, Laplace u. a., ausgehend von den vorgestellten Kreisen oder Ellipsen als P-Bahnen, an rein mechanischen, physikalischen Ideen über die Entwicklung des Planetensystems ausgestreut haben, müßte zurückgewiesen werden.

Die Kernpunkte der Aussagen über die Welt der Fixsterne.

In der heutigen Welt, in Büchern, Vorträgen, in der Schule usw. werden von Menschen, die einer gewissen geistigen Strömung Gefolgschaft leisten, Aussagen gemacht über die sogenannten „Entfernungen der Fixsterne", und über die Anordnung dieser als wie stoffliche Kugeln vorgestellten Sterne in den weiten „kosmischen Räumen". Nun decken sich solche Aussagen in gewisser Hinsicht nicht mit der Welt der Sinneswahrnehmung; den Tatsachen der Sinneswirklichkeit aber müssen sich unser menschliches Wesen und unser Erdenleben anpassen, wenn sie nicht, durch Illusionen auf Irrwegen geführt, zugrunde gehen wollen. Illusionen aber werden erzeugt, wenn jemand von Dingen als einer angeblichen Wirklichkeit spricht, die doch nur, näher besehen, eine Scheinexistenz haben, so daß das Verlangen nach deren Besitz, das ja nie befriedigt werden kann, weil es sich eben um lauter Schein handelt, auf falsche Wege im Denken und Handeln führt. —

Wenn ein Geograph mir die Mitteilung macht, daß die Entfernung Paris—Berlin etwa 900 Kilometer betrage, die in 180 Fußstunden zurückgelegt werden können, so hat eine solche Aussage ihre Berechtigung und ihren Sinn, da sie auf eine durchlebte und durchlebbare Wirklichkeit Bezug nimmt; sie ist mir, wenn ich die Länder zu durchwandern gedenke, ein wertvoller Fingerzeig dafür, wie ich mich in diese irdische Welt hereinstellen muß, wofür ich vorzusorgen habe, um in ihr zurechtzukommen.

Jetzt kommt ein Astronom und verkündet denen, die ihn hören: Um von der Sonne zu uns zu gelangen gebraucht das Licht $8^1/_5$ Minuten, vom nächsten Fixstern bis auf unsere Erde schon $3\frac{1}{2}$ Jahre, seine Geschwindigkeit zu 300 000 Kilometern pro Sekunde gerechnet. — Der Mann weist hier mit erdenhaften Begriffen (Kilometer, Geschwindigkeit, Minute, Jahr) auf eine erdenhaft gedachte Wirklichkeit hin. (Sterne, als stoffliche Kugeln vorgestellt, in bestimmten Abständen von unserer Erdenkugel.) Wir fragen:

Entstammt die Aussage dieses Mannes einer voll durchlebten Wirklichkeit? Gibt er uns eine Anleitung dazu, wie wir lernen können, mit dem Lichte fortzufliegen? Da wir das verneinen müssen, so bleibt uns nichts übrig, als anzunehmen: Die Aussage dieses Mannes bezieht sich auf ein bloßes, durch sein eigenes erdenhaftes Denken gefügtes geometrisches Bild; dann aber hätte ehrlicherweise der Aussagende andere Worte wählen müssen, solche nämlich, welche die Bildwirklichkeit exakt spiegeln, und nicht solche, welche eine erlebte oder erlebbare physische Wirklichkeit vortäuschen. Also: Bei allen solchen Aussagen bezüglich der sogenannten Entfernungen der Sterne von der Erde und voneinander handelt es sich um bloße Rechnungsergebnisse des geometrisierenden Denkens, um Beziehungen zwischen gedachten Punkten in einem gedachten dreidimensionalen Raume. Diese sogenannten Entfernungen der Fixsterne sind keine physisch meßbaren oder gar mit dem physischen Leibe abschreitbaren Realitäten; die geometrischen Aussagen, die angeblich auf diese Entfernungen sich beziehen, sind für den Erdenmenschen, der an sie im erdenhaften Sinne glauben möchte, vergleichsweise wie vorgestelltes Brot, das nie den realen Hunger stillen kann. Sie sind auch in Tat und Wahrheit nicht so gewonnen worden wie etwa jene Entfernungsangaben zwischen Bergspitzen usw., die aus den trigonometrischen Landesvermessungen gefolgert werden können. — Es ist notwendig, die Entstehung solcher astronomischer Aussagen einmal klar zu beleuchten, um ihren eigentlichen Erkenntniswert richtig beurteilen zu können. Die mathematisch-geometri-

schen Vorgänge, die als Endprodukte solche Aussagen und Zahlenangaben liefern, müssen aufgedeckt werden, müssen so enthüllt werden, daß sie dem Gebildeten jeden Standes, der sich ein gesundes, auf überschaubaren Gründen beruhendes Urteil verschaffen möchte, ihr wahres Antlitz offenbaren.

In den heutigen Darstellungen des astronomischen Lehrgebäudes, dem man die Aufgabe setzt, in den Begriffen der irdischen Geometrie, Mechanik, Physik die „verborgene Struktur des Universums" zu schildern, — geht man gewöhnlich so vor: man nimmt jene räumlich-geometrischen Beziehungen, die sich im irdischen Gelände verdeutlichen lassen und auf dieses auch passen, man nimmt ferner die in geometrischen Bildern und mathematischen Formeln darstellbaren Gesetze der irdischen Mechanik und Physik, und mit Begriffen, die nach Analogie dieser irdischen Begriffsformen gebildet sind, versucht man dann den angeblichen wahren Inhalt des außerirdischen Kosmos zu umfassen. Auch in diesem Buche ist oftmals auf Beziehungen im irdischen Felde hingewiesen worden, aber, das sei hier gleich gesagt, nicht um mit solchen Hinweisen verdeutlichen zu wollen, wie sich die Dinge da draußen im Kosmos verhalten, sondern um zu verdeutlichen, was der Astronom der Neuzeit, im Banne irdischer Begriffsformen, über diesen Kosmos in geometrischen Bilder träumt. Denn es hat den Charakter des Träumens, wenn die Bilder als solche in ihrer Bildnatur nicht durchschaut werden, und wenn zu ihrer Charakteristik Worte mit solchem Sinn und mit solcher Betonung gebraucht werden, die wahrheitsgemäß nur gebraucht werden dürften, wenn sie sich beziehen würden auf physische Wirklichkeiten, die mit vollem Bewußtsein durchlebt wurden. Das vorliegende Buch möchte den Prozeß der Bildgestaltung in voller Bewußtheit charakterisieren; wer diesen Prozeß in all seinen Phasen durchlebt, der wird wohl daran sein irdisches Denken und Vorstellen-Können stärken und klären, — und das ist eine der Früchte eines hingebungsvollen Durcharbeitens des hier dargebotenen Stoffes; eine andere Frucht aber kann und sollte die Einsicht sein: was mir die gewöhnliche Astronomie verkündet über den angeblichen „Bau des Universums", über die „Struktur der Sternschicht der Milchstraße", über „die Ausdehnungen unseres Sternsystems" usw., das sind ja bloße Vorstellungen irdischen Denkens im Gewande geometrischer Bilder: die wahre übersinnliche Struktur des außerirdischen Kosmos aber ergibt sich mir nur aus der Geisteswissenschaft im Sinne Dr. Rudolf Steiners.

Wenn moderne astronomische Theoretiker den angeblichen Bau der Fixsternwelt schildern, so reden sie von den Sternen als wie von stofflichen Kugeln, die irgendwie in einem nach irdischen Begriffen „leeren Raume" verteilt seien. Das aber ist eine Hypothese — nicht eine Sinneswirklichkeit — und ihr Inhalt, als erlebbare Realität genommen, bezieht sich in Wahrheit auf ein von eigenem Denken und Wollen des Theoretikers gestaltetes dreidimensionales Raumbild. Es ergab sich mir, daß die Entstehung dieses Raumbildes im Prinzip etwa so beschrieben werden kann: Gegeben sei eine Kugelfläche, mit geometrischen Punkten besät; aber diese Punkte f seien so angeordnet, daß ihre gegenseitigen sphärischen Abstände — darstellbar durch Bogenstücke größter Kugelkreise — dem entsprechen, was man unter gewissen Voraussetzungen die gegenseitigen Winkelabstände der Fixsterne nennen kann, die man mit Instrumenten direkt messen oder durch Kombination von Messungsresultaten berechnen kann. — Wir wollen die Kugel als „Bildkugel des Himmels" bezeichnen und die auf die erwähnte Art geordneten Punkte ihrer Oberfläche die „Bildpunkte f erster Art" von Fixsternen. Wir können uns auf der Kugelfläche größte Kreise gezeichnet denken mit folgender Lage und Bedeutung: Ein erster möge in der Gegend jener Punkte f′ verlaufen, welche in Hinsicht ihrer gegenseitigen Lage darstellen die Bildpunkte der Sterne des Tierkreises. Die Lage jenes größten Kreises auf der Kugel, welcher hinweist auf eine mittlere Linie durch die Sternzone des Tierkreises, sei so gewählt, daß die Punkte dieses Kreises, welche gewisse Winkelabstände von benachbarten f′-Punkten haben, gelten können als Bildpunkte der Sonnenscheibe für gewisse bestimmte Tage des Jahres, an denen sie gerade solche Winkelabstände von jenen Sternen des Tierkreises hat, deren Bildpunkte die genannten f′-Punkte sind. Den so definierten Kreis kann man den Bildkreis der Jahres-Sonnenbahn nennen; er wird gewöhnlich «Ekliptik» genannt, seine zugehörigen Kugelpole die Ekliptikpole.

Ein zweiter größter Kugelkreis möge in der Nähe jener Punkte f″ vorbeiziehen, welche den mittleren Verlauf der Milchstraße kennzeichnen. Man kann die Kugel hinsichtlich dieses Kreises

orientiert denken und ihn zum Äquator wählen: man nennt ihn den „galaktischen Äquator", seine zugehörigen Pole M′, M″ die „Milchstraßenpole". Es seien zu diesem Äquator Parallelkreise gezogen und durch die Pole M′, M″ ein Netz von Meridianen: dann ist jeder Punkt f auf der Kugel definiert als Schnittpunkt eines bestimmten Parallelkreises mit einem bestimmten Meridian. Den Winkelabstand b dieses Parallelkreises vom Äquator kann man die „galaktische Breite" von f nennen. Den Winkelabstand des Meridians, auf dem f liegt, gemessen auf dem Äquator von einem auf ihm gewählten willkürlichen Anfangspunkte aus, kann man die „galaktische Länge" von f nennen. Die Größen l, b können sphärische Koordinaten von f genannt werden. Im folgenden werden speziell diese verstanden, wenn von der Lagenbestimmung der Punkte f auf der Kugel die Rede ist.

Man ziehe nun vom Zentrum M der Kugel aus durch jeden Punkt f, dessen Lage auf der Kugelfläche durch zwei sphärische Koordinaten bestimmt ist, eine Gerade. Auf jeder dieser Geraden nehme man im Raume außerhalb der Kugel — man kann es so einrichten — einen zweiten Punkt F, für die verschiedenen Geraden im allgemeinen in verschiedenen, aber bestimmten Abständen r von der Bildmitte M. Die F-Punkte können wir „Bildpunkte der zweiten Art" nennen; insofern sie auf den Geraden durch die f-Punkte liegen, haben sie dieselben Polarkoordinaten wie diese; ihre dritte Koordinate r aber wird nach Prinzipien bestimmt, die im folgenden zu besprechen sind. Je nach der Wahl dieses Prinzips aber wird sich eine verschiedenartige Verteilung der F-Punkte in dem gedachten dreidimensionalen Raume ergeben, den wir den „Bildraum" nennen können. Die Astronomen sprechen gewöhnlich von der „räumlichen Verteilung und Anordnung der Fixsterne"; Allein, wenn man den eigentlichen realistischen Inhalt solcher Aussagen näher untersucht, so erkennt man, daß er eigentlich mit den genannten Worten nicht wahrheitsgemäß formuliert ist, sondern daß man sinngemäß und mathematisch exakt sagen sollte: „räumliche Verteilung der Bildpunkte F im Bildraume".

Wir werden im folgenden die hauptsächlichsten geometrischen Anordnungen der F-Punkte im Bildraume, wie sie sich die neueren Astronomen gedacht haben, beschreiben; wir wollen aber vorausschicken eine Übersicht bezüglich jener Merkmale der Sterne, die sich durch Zahlen ausdrücken lassen, welche dann ihren Bildpunkten f, F erster und zweiter Art zugeordnet werden.

I. **Lage der Sterne am Himmel,** charakterisierbar durch die sphärischen Koordinaten ihrer Bildpunkte f auf der Bildkugel des Himmels; durch Angabe dieser Koordinaten wird zugleich jeder Stern als eine existierende Einheit gebucht, die repräsentiert wird durch einen bestimmten Punkt.

II. **Helligkeitsgröße der Sterne.** Bei der sog. „visuellen Skala" spricht man von Sternen der „ersten, zweiten, dritten usw. Größe", ordnet sie also in eine bestimmte Folge, deren Stufen durch die Zahlen 1, 2, 3, ... m, ... charakterisiert werden. Davon verschieden sind die Zahlen i_m, d. h. die Maßzahlen der photometrisch ermittelten erhellenden Kräfte der Sterne.

III. **„Eigenbewegungen" der Sterne,** d. h. kleine Veränderungen ihrer gegenseitigen Winkelabstände. Die mittleren Beträge e solcher Veränderungen — darstellbar als Bogenstücke größter Kugelkreise durch die Punkte f — erreichen nach den Angaben der Literatur höchstens einige Bogensekunden pro Jahr. Ferner will man gewisse jährlich-periodische Abweichungen mit Winkelwerten $p'' < 1''$ vom mittleren Verlaufe solcher Veränderungen festgestellt haben.

Die in I, II, III genannten Merkmale sind es vor allem, die im Laufe der geschichtlichen Entwickelung von den verschiedenen Astronomen benützt wurden zur Konstruktion des oben definierten Bildraumes (wenn auch dessen Natur als solche nicht immer durchschaut wurde), d. h. der Grenzen dieses Raumes, und zur Lagenbestimmung der Bildpunkte F der Sterne in ihm, deren Ort im Bildraume nebst den sphärischen Koordinaten der Sterne vor allem durch den oben gekennzeichneten r-Wert (Abstand von der Bildmitte) bestimmt ist. — Andere Merkmale der Sterne als die in I, II, III genannten, wie z. B. ihre Farbe, ihre spektralen Eigentümlichkeiten usw., dienen im allgemeinen nicht zur Koordinatenbestimmung der Bildpunkte, als vielmehr zu einer individuellen Charakteristik dieser Punkte; doch gibt es Fälle, wo man gerade diese charakteristischen Merkmale auch in Betracht zog, um einen Anhaltspunkt dafür zu bekommen, wie der r-Wert der betreffenden Bildpunkte zweckmäßig zu wählen sei.

Im einzelnen ist nun zu der Art, wie die in I, II, III genannten Merkmale zur Bestimmung der Grenzfläche des Bildraumes und der Lage der Bildpunkte F der Sterne in ihm verwendet werden, folgendes anzuführen.

I. Lage der Sterne; Erscheinung der Milchstraße; Ableitung der Grenzfläche des Systems im Bildraume aus dem bloßen Merkmal der Zahl der Sterne in den verschiedenen Himmelsgegenden.

Der Mensch ist in seinem Innern überzeugt, daß das Heer der Sterne eine zusammengehörige Mannigfaltigkeit von Lichtpunkten darstellt, die auf gemeinsamen Ursprung und ähnliche kosmische Wirksamkeit hinweist. Seiner ganzen Seelenverfassung gemäß versucht der moderne Mensch, diesen Einheitsgedanken in einem mathematischen Bilde von der Sternenwelt auszudrücken, das sich zwar in gewisser Hinsicht an die beobachteten Erscheinungen anlehnt, aber, dargestellt als Zeichnung oder direkt als physisches Modell, doch einen völlig andern Charakter hat als der Anblick des sichtbaren Sternenhimmels. Das Bild als solches ist berechtigt, solange man es als Bild hinstellt; man darf aber nicht behaupten wollen, es entspreche einer kosmisch-räumlichen Wirklichkeit, muß vielmehr durchschauen lernen, daß der Bildraum allein getragen wird von der menschlich-irdischen Vorstellungskraft.

Der moderne Mensch versucht nun vor allem an den sichtbaren Dingen die innere Einheit des Sternenhimmels abzulesen. Die Ideen eines Lambert*), Kant**), W. Herschel***) u. a. sind seinem Nachforschen in dieser Hinsicht wegleitend geworden. Diese Denker sagten sich: Wir sehen das Band der Milchstraße im allgemeinen längs eines größten Kugelkreises am ganzen Himmel herumziehen; das Fernrohr zeigt uns auch, daß dieses Band im allgemeinen, nebst wirklicher nebelartiger Gebilde, doch nur eine Ansammlung von dichtgedrängten kleinen Sternen ist; die genauere Betrachtung und vor allem die wirklichen Sternzählungen (wie sie z. B. W. Herschel unternahm) lehren ferner, daß für alle Größenklassen der Sterne deren sphärische Dichte [Anzahl pro □°] von der Milchstraße an nach deren Pole hin abnimmt, und daß im Durchschnitt in bezug auf den Mittelkreis durch dieses Band an der Sphäre eine beinahe symmetrische Verteilung des Sternreichtums vorkommt. — Dieses alles bringt die innere Einheit dieser Mannigfaltigkeit von Lichtpunkten zum Ausdruck. Deshalb sagten sich z. B. Kant und Lambert: Man kann sich vorstellen, der ganze Sternenhimmel sei bloß die perspektivische Erscheinung einer Menge von leuchtenden Punkten, die nicht sphärisch angeordnet sind, sondern in einer länglich flachen Schicht, im Innern eines etwa linsenförmig-gestalteten Rotationskörpers, in dessen Mitte ungefähr der Standort E unserer Erde wäre; denn von E aus gesehen in Richtungen, welche in der Ebene des Äquators dieser Linse oder wenig geneigt gegenüber dieser Ebene verlaufen, bekämen wir dann die Erscheinung des Bandes der Milchstraße, weil in diesen Richtungen sehr viele Lichtpunkte hintereinander, d. h. für den Anblick dicht gedrängt nebeneinander zu sehen wären; in Richtungen aber, welche sich nähern der Achse durch die Rotationsfigur der Linse, wo also die «Sternschicht» (genau gesprochen: die Schicht der vorgestellten Bildpunkte der Sterne) abgeflacht ist, wo weniger Lichtpunkte hintereinanderstehen, bekäme man dann den Anblick ähnlich demjenigen der sternärmeren Gegenden des Himmels nach den Polen der Milchstraße hin.

Es ist klar, daß diese Ideengänge nichts anderes darstellen als den Versuch, sich eine erste Vorstellung von dem Bildraume zu verschaffen, in dem die Mannigfaltigkeit der leuchtenden Punkte des Himmels durch eine zugeordnete Punktmenge, einheitlich untergebracht, gedankenmäßig dargestellt werden könne: denn das hier vorgestellte Raumgebiet ist ja in Wahrheit keine erfahrbare Wirklichkeit, das etwa ein Erdenmensch im Flugzeuge durcheilen könnte, um hier die Lichtpunkte «Sterne» als nicht bloß sichtbare, sondern sozusagen als greifbare stoffliche Körper (etwa in Gasform oder feuerflüssig) anzutreffen. — Man erkennt auch, daß bei der Umgrenzung dieses vorgestellten Raumgebietes das Motiv maßgeblich ist, daß man im Mittel jedem Bildpunkte eines Sternes gleichviel Raumanteil zugesteht: deshalb muß auch der große Sternreichtum der Milchstraße durch eine länglich-flache Schicht abgebildet werden, um darinnen die vielen Bildpunkte anordnen zu können. — Insbesondere W. Herschel versuchte

*) Lambert: Kosmologische Briefe über die Einrichtung des Weltbaues. (Augsburg 1761.)

**) Kant: Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. (Königsberg und Leipzig 1755.)

***) W. Herschel: Über den Bau des Himmels. (Deutsche Ausgabe. Dresden und Leipzig 1826.)

nun auf Grund dieser Vorstellung unter Benützung der Ergebnisse seiner fleißigen Sternzählungen zu einer genaueren Bestimmung der Form der Grenzfläche des Bildraumes zu kommen. Herschel hat also sein Teleskop gerichtet nach den verschiedensten Himmelsgegenden und in dessen Gesichtsfelde von der Größe $\omega = \frac{1}{2\,0}\,\square^0$ jeweils die sichtbare Zahl s der Sterne ohne Unterschied der Größe ermittelt. — Die jedem Feld ω am Himmel zugehörige Richtung der optischen Achse des Fernrohres ist bestimmt durch die sphärischen Koordinaten des mittleren Punktes dieses Feldes, und diese Koordinaten bestimmen einen entsprechend gerichteten Strahl im Bildraume, der von der Bildmitte O ausgeht; Herschel denkt ihn als die Achse eines langen dünnen Kegels, dessen Spitze in O ist, und dessen Öffnung ω gleich jener des Fernrohres ist. Die Länge l dieses Kegels bestimmt Herschel so, daß er sie entsprechen läßt der Anzahl N der auf ω abgezählten Sternpunkte [die genäherte Formel lautet $l = k_{\omega}\,(N)^{1/5}$, wo k_{ω} = konst. von ω abhängt]; dieser Bestimmung von l liegt zugrunde die Vorstellung, daß die N-Bildpunkte der Sterne im Innern des betrachteten Kegels in gleichen Abständen verteilt seien, und also jeder Bildpunkt gleichviel Volumen Δ V zur Verfügung hat. — Die so bestimmte Größe l nennt Herschel die Entfernung der Grenze des Systems von seiner Mitte in der betrachteten Richtung. Aus seinen vielen Abzählungsfeldern suchte sich dann Herschel alle jene heraus, welche möglichst nahelagen einem und demselben größten Kreise K′K″ am Himmel durch die Pole der Milchstraße, so daß also die Ebene von K′K″ senkrecht steht auf der Ebene des mittleren Kreises durch das Band der Milchstraße; für jedes Feld mit seiner Sternzahl s bestimmt er die zugehörige Länge l des Kegels im Bildraume; diese Kegelachsen, wie Vektoren nach Größe und Richtung, lagen getreu in der Ebene des Kreises K′K″ von der Bildmitte aus abgetragen, haben Endpunkte, welche der Grenzfläche des Systems angehören; diese Punkte, miteinander verbunden, ergaben dem Herschel eine sehr gezackte Kurve, die er in seinen Abhandlungen reproduziert hat, und die er als die Grenzkurve des Systems [wir müssen hinzusetzen: im Bildraume] ansprach, d. h. als die Schnittfigur der Grenzfläche mit der Ebene des Kreises K′K″. [Vgl. die Tafeln IV und XVI.]

II. Größenklassen und Leuchtkräfte der Sterne. Ordnung der Distanzen im Bildraume. Begriff einer wechselnden Raumdichte der Bildpunkte der Sterne.

Der Mensch der Neuzeit liebt es, mit dem Gedanken z u s p i e l e n, die sichtbaren Sterne seien „in Wirklichkeit“ von derselben Größenordnung wie unsere Sonne und nur deshalb so klein erscheinend, weil sie — als materielle, glühende Kugeln vorgestellt — im Vergleich mit der Sonne sehr weit von unserer Erde entfernt seien. Wir stoßen hier auf die Erkenntnisfrage: Was ist bloßer „S c h e i n“ und was ist „W i r k l i c h k e i t“? Im Bereiche der Erde ist das leicht zu entscheiden: denn ob zwei Lampen oder Flammen, die uns verschieden hell erscheinen, in Wirklichkeit auch verschiedene Größe und Leuchtkraft haben oder einander gleich sind, läßt sich einfach dadurch entscheiden, daß wir ihre Entfernungen von unserem Standorte aus bekannten Erfahrungsgründen heraus abschätzen oder direkt abschreiten, um so den Bau der Lampen, die Größe der Flammen usw. messend und vergleichend im Nahbereiche unseres Tastsinnes kennenzulernen. — Ein solches Vorgehen ist gegenüber den Sternen nicht möglich, und daraus erkennt man, daß alles das, was der rechnende Astronom aus der verschiedenen Größe (visuelle Skala) und Leuchtkraft (photometrische Skala) der Sterne hinsichtlich ihrer Entfernungen (die Lichtpunkte als umgrenzte stoffliche Körper im irdischen Sinne vorgestellt) glaubt folgern zu können, h y p o t h e t i s c h e V o r s t e l l u n g e n sind. Das heißt, alle Angaben, betreffend die D i s t a n z e n d e r „S t e r n e“ von der Erde, beziehen sich im strengsten Sinne nur auf die v o r g e s t e l l t e n B i l d p u n k t e d e r S t e r n e i m B i l d r a u m e und deren A b s t a n d v o n d e r B i l d m i t t e, — weil sie eben bloß von der mathematischen Vorstellungskraft getragen werden und nicht abschreitbaren Raumesgebieten entsprechen. — In den Prinzipien, nach denen die Distanzbestimmung der Bildpunkte vorgenommen wird, spiegelt sich nichts anderes als die fortschreitende Erfahrungserkenntnis von verschiedenen sinnlich beobachtbaren und meßbaren Merkmalen der Sterne. — Sehen wir z. B. wiederum hin auf die Gedankengänge eines W. Herschel. Wir haben darauf hingewiesen, daß er bei seinen Sternzählungen die verschiedene Größe der Sterne ganz außer acht gelassen hat; und er hat (in einer Abhandlung von 1785), auf diesen Zählungsergebnissen fußend, bloß die Umgrenzung des Bildraumes zu

konstruieren versucht, um innerhalb des so abgegrenzten Raumgebietes die Bildpunkte der Sterne wie bloße individualitätslose Zahlenpunkte unterzubringen. Dieses Bildsystem zeigt also keine innere Differenzierung nach Größenklassen der Sterne. Um eine solche hereinzubringen, sagt sich W. Herschel. (Vgl. «Über den Bau des Himmels». 8. Abh. von 1817.) „Der Bau des Himmels, worin der wirkliche Ort jedes himmlischen Gegenstandes im Raume bestimmt ist, kann nur dann mit Genauigkeit umrissen werden, wenn wir die Lage jedes Himmelskörpers nach drei Abmessungen angegeben haben, welche hier, beim sichtbaren All, Länge, Breite und Tiefe genannt werden können. Die Winkelstellungen der Sterne und anderer himmlischer Gegenstände, wie sie in den astronomischen Verzeichnissen gegeben sind, auf Globen dargestellt, in Karten niedergelegt, setzen uns in den Stand, sie in einer hellen Nacht mit bloßem Auge zu finden oder mit einem Teleskope zu betrachten; denn um ein Werkzeug nach ihnen zu richten, ist die Stelle auf einer Fläche, die nur zwei Abmessungen enthält, hinlänglich; obgleich nun die Linie, auf welcher sie liegen, dadurch angedeutet ist, so bleibt doch die Entfernung derselben auf dieser Linie vom Auge unbekannt;“ und es gilt also, daß „eine passende Methode gefunden werden kann, die Tiefe der Objekte zu erhalten.“ Einen solchen Hinweis auf die verschiedene „Tiefe der Objekte“ glaubt nun W. Herschel in der verschiedenen „scheinbaren“ Größe der sichtbaren Sterne zu haben, also in jenem Merkmal, das ihrer Einteilung nach visuellen Klassen zugrunde liegt. Er sagt, man wolle mit dieser Einteilung der Sterne „nach Maßgabe ihres abnehmenden Glanzes“ aber doch nicht behaupten, daß z. B. die Sterne fünfter, sechster, siebter Größe „wirklich“ kleiner seien als jene der Klassen eins bis vier; und also müßten wir „die Ursache der Verschiedenheit an scheinbarer Größe einer Verschiedenheit in der Entfernung von uns zuschreiben“ (während ihre „wahre“ Größe oder Leuchtkraft im Mittel die gleiche sei, und vergleichbar jener unserer Sonne); „und wegen der großen Anzahl Sterne in jeder Klasse müssen wir gleichfalls annehmen, daß die Sterne von jeder folgenden Größe, von der ersten anfangend, alle miteinander weiter entfernt sind als die von der unmittelbar vorhergehenden Klasse. Man kann demnach behaupten, daß, da in unseren Verzeichnissen zu den Dimensionen, wodurch die Lage der Sterne auf der Oberfläche bestimmt ist, noch die Größe hinzugefügt wird, wir auch wenigstens einen mutmaßlichen Wert für die dritte Dimension haben“. Also, das „Prinzip, nach welchem man die Anordnung der Sterne untersuchen kann“, besteht nach W. Herschel darin, daß man jedem Stern einen um so größeren Abstand von der Mitte des Systems zuerteilt, je kleiner er uns erscheint (d. h. je größer die Indexzahl m seiner visuellen Größenklasse ist), und zwar so, daß man direkt entsprechen lasse den „Ordnungen der Klassen“, „nach denen die Sterne in unseren Verzeichnissen gestellt sind“, zugehörige „Ordnungen der Distanzen“ (r_m); wir hätten demnach im Sinne Herschels die einfache lineare Beziehung $\mathbf{r_m = m \cdot r_1}$, wo $r_1 = \text{const.}$ die Ordnung der Entfernung der Sterne der ersten visuellen Klasse von der Mitte des Systems sei. (Vgl. Tafel XIX.) Behalten wir im Auge, daß diese Aussage streng genommen, sich nur auf die Bildpunkte der Sterne bezieht, so können wir jetzt mit Herschel nach der näheren Verteilung dieser Punkte im Bildraume fragen; gemäß dem eben definierten Abbildungsprinzip liegen jene von der Klasse m in einer Kugelschale, deren begrenzende Kugelflächen die Radien $r_{m-1/2}$ bzw. $r_{m+1/2}$ haben; der Inhalt dieser Schale ist $Km = \frac{4}{3}\pi\,(r_{m+1/2}^3 - r_{m-1/2}^3)$. Ist ferner A_m die Zahl der Sterne von der Größe m, so bezeichnet der Quotient $\Delta V_m = \frac{K_m}{A_m}$ das Volumen, das im Durchschnitt jedem der A_m-Bildpunkte in K_m zukommt; man findet nun, daß mit wachsendem m ΔV_m abnimmt, d. h.: in diesem System nimmt mit wachsender Entfernung r_m von der Mitte die räumliche Dichte der Bildpunkte zu (und zwar von $r_m = r_3$ an). Dieser Begriff einer wechselnden Raumdichte der Bildpunkte ergibt sich also ganz folgerichtig aus dem angewandten Abbildungsprinzip; aber Herschel war mit der resultierenden Struktur des Bildes nicht zufrieden, weil er in solchen Systemen nicht bloß eine vom menschlichen Vorstellen geschaffene mathematische Ordnung der Dinge sah, sondern glaubte, sie entsprächen kosmisch-räumlichen Wirklichkeiten, und es ihm unnatürlich schien, wenn in einem solchen Bildsystem nach außen hin die Dichte zunehme. Deshalb suchte er in der Folge nach einem anderen, wie er meinte, zuverlässigeren „Kriterion zur Bestimmung der Tiefe

oder der örtlichen Lage der himmlischen Gegenstände im Raume". [Vgl. die Tafeln XXI, XXII, XXIII.]

W. Herschel bemüht sich in der Folge, durch Beobachtungen mit geeigneten Hilfsmitteln exakte Zahlenverhältnisse für dasjenige zu bekommen, was wir die verschieden großen Leuchtkräfte oder erhellenden Kräfte der Sterne nennen können. Denn die gebräuchlichen visuellen Größen m = 1, 2, 3 . . . der Sterne bezeichnen bloß eine gewisse, dem Auge auffällige Stufenfolge ihrer verschiedenen Leuchtkräfte, die aber in einem anderen Verhältnis zueinander stehen als diese Zahlen angeben. Es ist dieses Verhältnis vielmehr vergleichbar dem Flächenverhältnis von verschiedenen Geldstücken oder einer Anzahl leuchtender runder Blechscheiben, die Auge und Hand hinsichtlich ihrer abnehmenden Durchmesser in einer einfachen Größenfolge angeordnet haben. Bezeichnet man die einzelnen Glieder dieser Folge mit m = 0, 1, 2, 3 . . . (0 = Index der größten Scheibe), die zugehörigen Radien mit $\varrho_m = \varrho_0, \varrho_0, \varrho_2, \varrho_3 \ldots$, so bilden die entsprechenden Flächengrößen $f_m = \pi \cdot \varrho_m^2$ keinesfalls eine einfache lineare Folge, auch wenn die Radien ϱ_m eine solche bildeten, und erst recht nicht, wenn diese Radien nach einer anderen Größenfolge ab- oder zunehmen. Nehmen wir einmal an, es sei $\varrho_m = \frac{\varrho_0}{c_0^m}$, wo c_0 = const.; dann wird $f_m = \frac{\pi \cdot \varrho_2^0}{c_0^{2m}} = \frac{f_0}{c^m}$ wo $c = c_0^2$ ist; es bilden hier also sowohl ϱ_m wie f_m geometrische Reihen.

Nun stellt sich heraus, daß tatsächlich die verschiedenen Leuchtkraftverhältnisse der Sterne der aufeinanderfolgenden visuellen Größenklassen in bezug auf jene der ersten Klasse (die wir in der Folge als die nullte bezeichnen) im Durchschnitt eine geometrische Reihe darstellen, ähnlich den Flächenverhältnissen $\frac{f_m}{f_0} = \frac{1}{c^m}$*). Man kann sich folgende einfache Vorstellung von diesen Leuchtkraftverhältnissen bilden: man wird zugeben, daß die erhellende Kraft i_m eines Teiles der Sonnenscheibe [von der wir annehmen wollen, sie habe an allen Stellen dieselbe Flächenhelligkeit h_0] proportional gesetzt werden kann der Größe f_m der Fläche dieses Teiles: $i_m = f_m \cdot h_0$. Man denke sich jetzt auf der Sonnenscheibe solche kleineren Teile f_m etwa in Form von Kreisen mit den Radien ϱ_m abgegrenzt, z. B. mit $\varrho_0 = 100^s$ angefangen; diese Scheibchen von abnehmendem Durchmesser an den Himmel versetzt, würde das Auge, ähnlich den Sternen, nach ihrer Größenfolge anordnen und unterscheiden können; aber ihre wahren Leuchtkraftverhältnisse werden nicht durch die Ordnungsnummern dieser Folge, sondern durch die Flächenverhältnisse $\frac{f_m \cdot h_0}{f_0 \cdot h_0} = \frac{i_m}{i_0} = \frac{f_m}{f_0} = \frac{1}{c^m}$ gemessen.

*) Anmerkung. Die Erfahrung (phot. Messung) zeigte, daß der Faktor c dieser Reihe im Mittel etwa 2,5 beträgt. Man kann nun die für die Rechnung bequemere Zahl $c = 2{,}512 = 10^{0{,}4}$ wählen und die Sterne dann nach der hieraus entstehenden sog. photometrischen Skala gruppieren. Es wird dann $c^m = 10^{0{,}4 \cdot m}$ und $c_0^m = 10^{0{,}2 \cdot m}$. Die für diesen Fall entspringenden Werte ϱ_m, i_m und r_m sind in der nebenstehenden Tabelle angegeben. Für $m = \left\{\begin{matrix} 5, & 6, & 7, & 8, & 9 \\ 10, & 11, & 12, & 13, & 14 \end{matrix}\right\}$ hat man dieselben Zahlen wie für m = 0, 1, 2, 3, 4, nur daß die entsprechenden Werte der i_m $\left\{\begin{matrix} 100 \text{ mal} \\ 10\,000 \text{ „} \end{matrix}\right\}$ kleiner, jene der ϱ_m $\left\{\begin{matrix} 10 \text{ mal} \\ 100 \text{ „} \end{matrix}\right\}$ kleiner, jene der r_m $\left\{\begin{matrix} 10 \text{ mal} \\ 100 \text{ „} \end{matrix}\right\}$ größer sind. Bezüglich der Bedeutung von r_m siehe das Folgende.

$\varrho_0 = 100^s$ $\qquad$ $1^s = \frac{1}{10\,000}$ Bogensekunde

m	$r_m = r_0 c_0^m$	$\varrho_m = \frac{\varrho_0}{c_0^m}$	$i_m = \frac{i_0}{c^m}$
0	$r_0 = 1$	$\varrho_0 = 100^s$	$i_0 = 100$
1	1,58	63,1	39,8
2	2,51	39,8	15,8
3	3,98	25,1	6,3
4	6,31	15,8	2,5
5	$r_5 = 10{,}00$	$\varrho_5 = 10{,}0$	$i_5 = 1{,}00$
6	15,85	6,3	0,40
7	25,12	4,0	0,16

Bereits W. Herschel bildet sich nun Vorstellungen darüber, welches der wahre Grund der verschiedenen Leuchtkräfte der Sterne sei (so wie sie uns erscheinen), und deren Verhältnisse er mittels seiner «Methode der Gleichstellung des Sternenlichtes» ermittelte.

Man könnte ja zunächst annehmen, die verschiedene Größe und Leuchtkraft der Sterne an der Sphäre sei ein Hinweis auf tatsächliche innerliche Verschiedenheit ihrer „absoluten" Leuchtkräfte. Aber dann hätte der Mensch nichts zu rechnen, sondern müßte die Erscheinungen so hinnehmen, wie sie sich eben darbieten. Es sitzt aber auf dieser Stufe der Begriffsbildung, für die W. Herschel Repräsentant ist, der Gedanke tief im Menschen, daß alle Sterne Sonnen seien, von ungefähr derselben Größe und absoluten Leuchtkraft, daß sie wie stoffliche, leuchtende Kugeln in einem weiten Raumgebiet verteilt seien, und daß sie uns deshalb, ähnlich irdischen Lichtquellen, verschieden hell erscheinen, je nach ihrer Entfernung von unserer Erde; dabei wird angenommen, daß das Gesetz der Ausbreitung des Lichtflusses $i = \frac{i_0}{r^2}$ gelte; d. h. sagt W. Herschel, „man wird zugeben, daß das Licht eines Sternes umgekehrt wie das Quadrat seiner Entfernung sich verhält", und es sei gewiß, „daß Sterne, von deren Lichtstärke man durch Versuche erweisen kann, daß es $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{36}$ oder $\frac{1}{49}$ der Lichtstärke eines Sterns erster Größe ist, 2-, 3-, 4-, 5-, 6-, 7 mal weiter von uns entfernt sein müssen, als der zum Maßstab angenommene Stern". Aber hier handelt es sich wirklich nur um Vorstellungen, nicht um positive Gewißheiten, da wir uns ja nicht mit unserem Erdenleibe in den Kosmos hinaus versetzen können, um so das Verhalten des Lichtflusses der Sterne außerhalb der Lufthülle unserer Erde zu verfolgen; da wir auch nicht das vorgestellte Stofflich-Substanzielle tasten*) können, das dem Leuchten, dem Schein der Stern zugrunde, liegend gedacht wird. Deshalb bezieht sich im strengsten Sinne die Gleichung $i_m = \frac{i_0}{r^{2m}} +$, die man sich aufschreiben kann zwischen den photometrisch ermittelten Leuchtkräften i_0 (hellste Sterne, nullte Klasse) und i_m (Sterne der Klasse m) auf vorgestellte Bildpunkte der Sterne in einem gedachten Bildraume. In diesem Raume bedeute $r_0 = 1$ die Entfernung der Bildpunkte der Sterne von der größten photometrischen Leuchtkraft i_0 von der Bildmitte (Bildpunkt der Erde). r_m sei die Entfernung der Bildpunkte von Sternen der Klasse m (photometrische Skala) von der Bildmitte, aber vorgestellt mit derselben «absoluten» Leuchtkraft i_0, wie jene von der nullten Klasse. Weil wir nach früherem auch die Beziehung $i_m = \frac{i_0}{c^m}$ [$c = 10^{0,4}$] haben, so folgt aus dieser Gleichung und aus +: $r^2{}_m = c^m$, also $\mathbf{r_m = c_0{}^m}$ [$c_0 = c^{1/2} = 10^{0,2}$]. Man kann auch einfach setzen $\mathbf{r_m = \left(\frac{i_0}{i_m}\right)^{1/2}} ++$, wobei die Verhältnisse $\frac{i_0}{i_m}$ empirisch ermittelbar sind.

*) Anmerkung. Das Tasten-können, das auf Druck und Gegendruck beruht — auch wenn man die Luft „spürt", den Hauch des Windes usw. —, ist bloß das äußerlichste Kennzeichen des Wägbar-Stofflichen. Genauer müßten wir also sagen: Wir kommen nie in den Fall, das innere Wesen der Sterne irgendwie durch unsere leibliche Organisation als den irdischen Stofflichkeiten — die wir essen, trinken, atmen — Verwandte empfinden zu können.

Durch**) eine der genannten Gleichungen für r_m ist nun eindeutig bestimmt die Lage des Bildpunktes eines jeden Sternes von der Klasse m im Bildraume, nämlich einmal durch seine sphärischen Koordinaten, und dann durch die dritte Koordinate r_m, d. h. den Abstand von der Bildmitte. Führt man diese Lagenbestimmung der Bildpunkte für möglichst viele Einzelsterne oder geeignet zusammengefaßte Gruppen (Individuen von derselben Größenklasse m) auf kleineren Himmelsarealen aus, so kann man ein ganz folgerichtiges Bild vom Sternsystem entwerfen. Man kann dann die innere Struktur dieses Bildes näher studieren, z. B. die räumliche Dichte der Bildpunkte (Zahl pro Volumeinheit); man

**) Anmerkung. Vgl. Tafel XXIV. Man könnte, um gewisse Ideen bezüglich einer Absorption des Sternenlichtes im Weltenraume zur Darstellung zu bringen, statt der oben benützten einfachen Abbildungsgleichung $i_m = \frac{i_0}{r_m{}^2}$ etwa die folgende benützen: $\begin{cases} i_m \cdot r^2{}_m = i_0\, e^{-am} \ (a = \text{const.}) \\ \text{also } r_m = \left(\frac{i_0}{i_m}\right)^{1/2} \cdot e^{-1/2 am}. \end{cases}$ Aber eine solche Annahme würde die Verteilung der Bildpunkte der Sterne im Bildraume nicht wesentlich verändern, vielmehr nur das ganze System mehr oder weniger ziehharmonikaartig zusammendrängen — je nach der Wahl von a.

kann finden, daß für das hier betrachtete Bildsystem, resultierend aus der angegebenen Gleichung für r_m (m und somit auch r_m können als stetige Größen aufgefaßt werden), im allgemeinen die Raumdichte der Bildpunkte mit zunehmender Entfernung r_m von der Bildmitte abnimmt. (Vgl. das rasche Wachsen der r_m mit m nach unserer Tabelle.) Man kann auch die Kurven und die Flächen gleicher Dichte der Bildpunkte studieren und finden, daß sie in jenen Gegenden des Bildraumes, welche das Gebiet der Milchstraße abbilden, sich am meisten zusammendrängen. Schließlich kann man auch die Grenzfläche des Systems angeben, welche hier dargestellt wird durch eine Kugelfläche mit dem Radius $r_{\overline{m}+1/2}$, wenn $\overline{m}$ die Größenklasse der schwächsten der noch sichtbaren oder in Betracht gezogenen Sterne bedeutet. Für $\overline{m} = 14$ wird z. B. $r_{\overline{m}+1/2} = r_{29/2} = c_0^{29/2} = 10^{2,9} = 794{,}33 : r_0$ ($r_0 = 1$). Bereits Herschel konnte finden, daß für die in seinem zwanzigfüßigen Teleskope gerade noch sichtbaren schwächsten Sterne der Milchstraße die Beziehung $\left(\frac{i_0}{i_{\overline{m}}}\right)^{1/2} > 900$ erfüllt war; diese Beziehung liefert einen Wert $r_{\overline{m}} > 900$ (vgl. Formel ++), den W. Herschel allerdings nicht als eine Rechnungsgröße für den Bildraum ansah, sondern ihm kosmisch-reale Bedeutung zuschrieb, indem er sagt, „daß die höchste Anstrengung der raumdurchdringenden Kraft des zwanzigfüßigen Teleskops die Tiefe der Milchstraße nicht ergründen konnte, und daß die Sterne, die sie nicht mehr erreichen konnte, jenseits der neunhundertsten Ordnung der Entfernung liegen mußten". (Vgl. W. Herschel, «Über den Bau des Himmels». 8. Abh. 1817; auch das Zitat oben entstammt dieser Abh.)

III. Veränderliche Struktur des Sternenhimmels. Die gegenseitigen sphärischen Ortsänderungen der Sterne und ihr jährlicher Verlauf. („Eigenbewegungen". „Parallaxen". „Entfernungen".)

Man pflegt heute von den Sternen in der landläufigen Wissenschaft so zu reden, „als ob" man es mit glühenden Gaskugeln zu tun hätte und deutet bildhaft alle Beobachtungsergebnisse im Sinne dieser hypothetischen Vorstellung. Demgegenüber muß betont werden: In der reinen Wahrnehmung, auch wenn sie mit Instrumenten arbeitet, sind beim Anschauen der Sterne nicht irdisch-stoffliche Kugelgestalten sichtbar, sondern gefärbte Lichtpunkte (rote, gelbe, weiße, blaue Sterne); das Wesen Licht offenbart sich hier in der Punktform und durch Farben. — Einzelne Sterne zeigen im Verlaufe der Zeiten eine merkliche Änderung ihrer Winkelabstände von benachbarten „Vergleichssternen", die als in gegenseitig fixer Lage befunden werden (im Rahmen der Beobachtungsgenauigkeit). Man kommt so dazu, von einer „Eigenbewegung" (E.B.) einiger Fixsterne zu sprechen und deutet dieses Verhalten wiederum mechanisch: es werden stoffliche Gaskugeln vorgestellt, die mit Kilometergeschwindigkeiten durch den „Raum" eilen. Doch es ist das ein Vorstellungsprodukt, dem kein irdisches Erfahrungselement entspricht: nämlich keine Gaskugeln von selbständiger Gestalt und mit Kilometergeschwindigkeiten. — Auf dem Felde der Naturbeobachtung sollten wir nicht mit hypothetischen Vorstellungen das Weltbild durchsetzen, sondern die Phänomene sprechen lassen und durch Urphänomene, im Sinne Goethes, andere erläutern, die zuerst nicht durchsichtig sind.

Eine erste Tatsache im irdischen Felde ist die Erscheinung, daß nicht alle Lichtproduktion notwendigerweise mit Wärmevorgängen verknüpft ist. Wir weisen hin auf die Vorgänge bei der Phosphoreszenz, Fluoreszenz, Luminiszenz. Die leuchtende Flamme des Phosphors ist kalt. Das Luminiszenzleuchten von Organismen, wie Glühwürmern, Leuchtkäfern, des Planktons in den oberen Meeresschichten usw. ist kaltes Licht. Schließlich gehört in dieses Gebiet auch das den meisten Menschen wohlbekannte Auftreten farbiger Nachbilder bei geschlossenen Augen nach starken Lichteindrücken: Die Netzhaut, der Sehpurpur u. a. produzieren hier physisches Licht, welches sich durch Farbenwirkung offenbart. Die kontinuierlichen Spektren von Luminiszenzstrahlungen zeigen sich vergleichbar dem Farbenspektrum von Sonnenlicht, wenn man dieses auf die Helligkeit des Luminiszenzlichtes herabschwächt, um die Spektren beider vergleichen zu können. Diese Hinweise sagen: Licht ist eine Wesenhaftigkeit für sich, von eigener Art; die Wärme wiederum ist eine Qualität von anderer Art.

Eine zweite Tatsache braucht man nur auszusprechen, um in ihr ein Urphänomen zu erkennen: Wir müssen in den erhellenden, Farben-schaffenden Wirkungen des Sonnen- und Sternenlichtes ein Urphänomen erblicken auf dem Gebiete der Lichterscheinungen, das durch keine

irdischen Lichtquellen wesenhaft getreu nachgeahmt werden kann. Nun hat alles Wesenhafte das Bestreben, sich zu erhalten, sofern es nicht Veranlassung findet, Verwandlungen durchzumachen, nach deren Vollzug es aber nicht ins Nichts eingegangen ist, sondern sich auf einem anderen Gebiete offenbart. So erhält sich das Gestein der Erde, trotz der Abtragung der Urgebirge, der Ausfüllung der Meere mit Sand, Schlamm und der Neubildung von Sedimentgesteinen durch die geologischen Epochen hindurch; so erhält sich die Summe des Wassers der Erde trotz seines Kreislaufes; so erhält sich die Lufthülle trotz der Witterungsmetamorphosen, so die Wärmehülle der Erde trotz des täglichen und jährlichen Auf- und Abstieges der Wärme. Nun beachte man noch die Gesamtsumme des Lichtes, das im irdischen und erfahrbaren umliegenden kosmischen Bereiche sich geltend macht: es erhält sich in gewisser Hinsicht. Denn die Erfahrung lehrt, daß unsere Sonne seit Jahrhunderten oder gar Jahrtausenden mit derselben Macht strahlt, und daß auch die Sterne — abgesehen von den stark veränderlichen und neuen — seit langem sich beinahe dieselben geblieben sind. Kurz: in Sonne und Fixsternen haben wir zu sehen besonders geartetes Wesenhaftes, das in Lichtwirkungen sich offenbart, in Licht, das in seinem Rhythmus als Wesenhaftes sich erhalten kann. (Natürlich birgt insbesondere die Sonne nebst dem Wesenhaften des Lichtes noch anderes in sich, auf das aber hier nicht näher eingegangen werden kann.) Vom Standpunkte der Erfahrung also dürfen wir die Sterne erhaltungsfähige Lichtwesen nennen. — Aber noch anderes Wesenhaftes macht sich im Himmelsgebiet geltend: nämlich Form- und Gestaltungskräfte, ähnlich denen, welche den irdischen Körpern, den Mineralien und Organismen Gestalt geben. Man denke doch an die Gestalten und Figuren der Sternbilder! Sie sind zwar nicht in irdisches Gestein eingemeißelt und haben sich trotzdem seit Jahrhunderten beinahe unverändert erhalten: es ist Formkraft in ihrer inneren Wesenhaftigkeit, die sich hier geltend macht, sowie im irdischen Bereiche in der Schaffung von Kristallgestalten; und das Empfinden solch innerer Verwandtschaft ist es, was alte Weisheitslehrer veranlaßt haben mag, vom Kristallhimmel zu reden, wobei sie natürlich nicht greifbar-irdisch-Kristallisches meinten, wie etwa unkritische moderne Ausleger glauben, sondern eben die übersinnlichen inneren Formkräfte. — Doch ist im Himmelsgebiete noch die Form durchdrungen von Leben, was sich offenbart in den geringen „Eigenbewegungen" (E.B.) einzelner Sterne, d. h., rein erscheinungsgemäß gesprochen, in der dadurch bedingten langsamen Gestaltänderung der Sternbilder. Die modernen Astronomen denken sich zwar die Sterne als tote Stoffkugeln und durch gegenseitige „Gravitation" gegeneinander mechanisch bewegt. Aber das ist ja Hypothese, bloße Vorstellung. Wenn aber der Himmelsraum von organisierenden Kräften durchsetzt ist, so dürfen wir nicht ohne weiteres von den sog. E.B. der Sterne als wie von mechanischen Bewegungen reden, so wenig die Gestaltänderung eines wachsenden Organismus, die Abstandsänderung unserer beiden Augen im Verlaufe des Lebens einer mechanischen Bewegung atomistisch-tot-gedachter Stoffteile vergleichbar ist, da ja in einem Organismus ein beständiges wechselvolles Kräftespiel vor sich geht, wodurch die Organe abgetragen und wieder stofflich erneuert werden, und nur ihre Form mehr oder weniger erhalten bleibt. Aber auch die Sterne sind solch innerlich lebendige Teile im großen kosmischen Organismus, wofür z. B. ihre teilweisen Helligkeitsschwankungen zeugen, aber auch ihre Organismen-ähnliche Reaktion auf die Sonnenkräfte. [Vgl. das Folgende.]

Bezüglich der folgenden Überlegungen sei der Blick zunächst auf nachstehende Erscheinungen hingelenkt: Man weiß, wie auf unserer Erde die strahlenden Sonnenkräfte wirken, z. B. chemisch auf die toten Stofflichkeiten, vor allem aber auf Wachstum und Bewegung der Organismen und lichtempfindlichen Organteile, so auf Blätter und Blüten der Pflanzen, die sich dem Sonnenlichte zukehren; es gibt Blüten, die gar die langsame Tagesbewegung der Sonne über dem Horizont in ihrer Wechselstellung mitmachen. — Solche Dinge beruhen offenbar auf einem inneren Verhältnis des lebendigen Prinzips der Pflanzen zu den im Äther webenden Sonnenkräften. — Nun ist dasjenige, was unsere Augen als Stern wahrnehmen, eine Lichterscheinung im Weltenäther, der von den Sonnenkräften durchzogen wird, durchdrungen ist.

Infolge der von der Erde aus anschaubaren Tatsache nun, daß die Sonne einen jährlichen Umlauf im Sternengürtel des Tierkreises macht, ändert sich ihre Strahlungsrichtung im kosmischen Äthermeer, und sie kommt in jährlich-periodische wechselnde Stellungen zu einem jeden

Sterne; diese Lichtwesen sind also wie empfindliche Organismen bald von dieser, bald von jener Seite her den Sonnenkräften ausgesetzt, und wir erwarten entsprechende „Reaktionen". Solche müssen sich offenbaren in einem jährlich-periodischen Verhalten des Sternenlichtes; in dieser Hinsicht ist z. B. zu erwähnen, daß die Linienverschiebungen in Sternspektren gegenüber irdischen Vergleichsspektren einen jährlichen Gang haben, indem sie von anderer Größe sind zu den Zeiten der Quadraturen der Sterne mit der Sonne, als zur Zeit der Opposition; man muß solche Dinge einmal beobachtungsgemäß und hypothesenfrei aussprechen, um ihre wahren Beziehungen zu erkennen. — Sofern nun die in der astronomischen Literatur angegebenen Zahlen auf verbürgten Messungsdaten beruhen, läßt sich aus ihnen schließen, daß rein beobachtungsgemäß ein jährlich-periodisches Wechselverhältnis Sonne-Stern in folgender Hinsicht sich zeigt: Man kann messend wahrnehmen jährlich-periodische Ortsschwankungen gewisser ausgewählter Sternpunkte S in bezug auf solche Anhalts- oder Vergleichssterne S′, S″, S‴ . . . (in enger Nachbarschaft von S und untereinander), deren gegenseitigen sphärischen Abstände durch das Jahr hindurch nachweisbar nicht merklich ändern. [Vgl. Tafel III u. XXV.]

Bezüglich dieser Ortsschwankungen kommen nur sehr kleine Winkelbeträge in Frage, wie solche erstmals Bessel und Struve in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts mit Sicherheit festgestellt haben wollen. Zur genaueren Charakteristik dieser Dinge sind folgende Hinweise nötig: Es handelt sich hier darum, zu erläutern, wie man sich einen reinlichen, durchsichtigen Begriff von dem bildet, was man die «Eigenbewegung» (E.B.) eines Gestirnes an der Sphäre nennt; denn erst dann wird man den reinen Vorstellungscharakter alles dessen durchschauen, was man in der neueren Astronomie mit Hilfe dieses Begriffes alles errechnet hat und als räumliche Wirklichkeit glaubt.

Für Sonne, Mond und Planeten ist die Bedeutung ihrer E.B. klar: Wir können messend feststellen, wie ihre Lichtscheiben in periodischer Weise gegenüber den Sternen des Tierkreises ihre Lage verändern; dabei hat der gegenseitige Abstand dieser Sterne für Jahrtausende hindurch, da unsere Vorfahren Astronomie trieben, als ziemlich unveränderlich gegolten, und sie bildeten die festen Markpunkte, in bezug auf welche die Ortsveränderungen der «Wandelgestirne» verfolgt wurden.

In ähnlich durchsichtiger Weise müssen wir uns den Begriff der E.B. eines Sternes bilden. Da es sich hier nur um kleine Winkelgrößen handelt, stelle man sich folgendes vor: An irgendeiner Stelle der Himmelskugel, auf einem nicht zu großen Areal (höchstens einige Quadratgrade umfassend, oder der Teil des Gesichtsfeldes eines Fernrohres, oder das Areal einer photographischen Platte) mögen z. B. etwa drei benachbarte Sterne S′, S″, S‴ ins Auge gefaßt werden, von denen durch jahrzehntelange Beobachtungen oder begründete indirekte Schlüsse feststeht, daß sie ihre gegenseitigen sphärischen Abstände nicht oder nur für unsere Messungen eben unmerklich ändern, so daß sie als «Vergleichssterne», als feste Bezugspunkte dienen können. In der Nähe der sphärischen Bildpunkte S′, S″, S‴ dieser Sterne möge sich der Bildpunkt S eines anderen Sternes befinden, dessen Abstände von den ersteren zu verschiedenen Zeiten genau gemessen wurden (mikrometrisch oder photographisch); es stelle sich heraus, daß im Laufe der Zeiten S seine Lage in bezug auf S′, S″, S‴ langsam ändere. Es sei S^{I} der durch Winkelabstände von S′, S″, S‴ (im Prinzip genügen zwei Markpunkte, etwa S′, S″) definierte Ort von S zu einer ersten Zeitepoche t^{I}, S^{II} der entsprechende Ort für eine z. B. mehrere Jahre spätere Epoche t^{II}; dann ist es rechnerisch und graphisch möglich, zunächst die Richtung der Verbindungslinie $S^{I}\,S^{II}$ etwa in bezug auf die Linie S′ S″ zwischen zweien Bildpunkten der Vergleichssterne anzugeben; man kann das alles in der Projektion auf die Tangentialebene an jenen Teil des Abbildes der Himmelskugel ausführen, wo die ins Auge gefaßte Gruppe von Sternbildpunkten sich befindet. Man kann nun die Verbindungslinie $S^{I}\,S^{II}$ auffassen als Bogen eines größten Kreises an der Sphäre (denn zwei Punkte auf der Kugel bestimmen stets einen größten Kugelkreis), den man den größten Kreis der sphärischen E.B. des Bildpunktes S nennen kann. Und man kann sich im Bilde vorstellen: Der Bildpunkt S eines «bewegten» Sternes hat sich während der Zwischenzeit $t^{II} - t^{I}$ stetig von S^{I} nach S^{II} auf einem größten Kugelkreise verschoben; der sphärische Abstand $S^{I}\,S^{II}$, durch die Zahl der zwischenliegenden Jahre, d. h. durch $t^{II} - t^{I}$, dividiert, ergibt die mittlere, theoretische, sphärische E.B. des Bildpunktes dieses

Sternes pro Jahr, wofür wir setzen $c = S_0 \frown S_{00}$, wo S_0 der mittlere Ort von S auf dem Bogen $S^I S^{II}$ für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 bedeute, S_{00} der entsprechende Ort zur Zeit $t_{00} = t_0 + 1$ genau ein Jahr später. Es zeigt nämlich das intimere Studium der E.B. — wie es erstmals mit Erfolg Bessel für den Doppelstern 61 Cygni unternommen hat — der S-Punkte, daß ihr wahrer jährlicher Verlauf durchaus nicht durch das Bogenstück $S_0 S_{00}$ dargestellt wird, welches nur die allgemeine Richtung dieses Verlaufes darstellt, sondern daß von dieser mittleren Richtung Abweichungen nach beiden Seiten von jährlich-periodischer Natur vorkommen. Man hat aus theoretischen Gründen diese Abweichungen «parallaktische» genannt, und ihre Maximalbeträge p (in Winkelsekunden) sind unter dem Namen «jährliche Parallaxe der Fixsterne» in der astronomischen Literatur verzeichnet; allein diese Namensnennung hat mit dem Phänomen als solchem nichts zu tun; und vor allem darf die Existenz dieser p-Werte nicht als ein sog. «Beweis» für die räumlich-physische Wirklichkeit des kopernikanischen Weltbildes hingestellt werden. (Näheres bezüglich dieses Gegenstandes folgt unten.) — Der p-Wert eines Punktes S wird gemessen als Bogenstück eines größten Kreises durch S, welcher die Neigung β gegenüber der Ekliptik hat und sie in den beiden Punkten $\lambda + 90^0$, $\lambda - 90^0$ schneidet, wo λ die Länge, β die Breite von S bedeutet. In ihrer Gesamtheit lassen sich die beobachteten Ortsstellungen eines S-Punktes in bezug auf geeignete Vergleichspunkte $S' S'' S''' \ldots$ geometrisch annähernd darstellen, ähnlich wie man eine geozentrische Planetenkurve durch Fortschreiten eines Epizykels längs eines Deferenden nachahmen kann, wobei auf dem Epizykel ein Punkt umläuft: Der Epizykel wird im vorliegenden Falle vertreten durch eine kleine Ellipse auf der Tangentialebene an die Kugel bei S mit der großen halben Achse p und der kleinen halben Achse p sin β; hierbei muß man den Mittelpunkt dieser Ellipse auf dem größten Kreis der mittleren E.B. von S fortschreiten lassen, mit einer Geschwindigkeit gleich dem jährlichen Betrag e der E.B. Man kann die kleine Ellipse auffassen als Projektion eines kleinen Kreises mit dem Radius p von der Mitte der Bildkugel aus auf die Tangentialebene bei S, wobei der kleine Kreis der Ebene der Ekliptik parallel ist, wobei ferner der auf ihm laufende Punkt stets dieselbe Phase wie der Bildpunkt der Sonne im Ekliptikkreis hat. [Vgl. Tafel XXV.]

Charakteristisch für die p-Werte ist nun vor allem ihr Zusammenhang mit dem Spektraltypus der Sterne, was offenbar auf Beziehungen zur Sonne hinweist. In dieser Hinsicht führt z. B. Professor Kobold in seinem Buche folgende Daten an: Er sagt, daß von 34 Sternen mit sicher ermittelten p-Werten — die größten unter allen bekannten — nicht weniger als 23 zum Sonnentypus (gelbe Sterne), 8 zum Siriustypus (weißliche Sterne) und 3 zur Klasse der rötlichen Sterne gehörten; ziehe man auch noch die kleineren p-Werte in Betracht, so gehöre von der Gesamtheit aller Sterne, bei denen solche p-Werte ermittelt sind, etwa ein Drittel zum Sonnentypus. [Vgl. Kobold «Der Bau des Fixsternsystems». S. 76—78. Braunschweig 1906.]

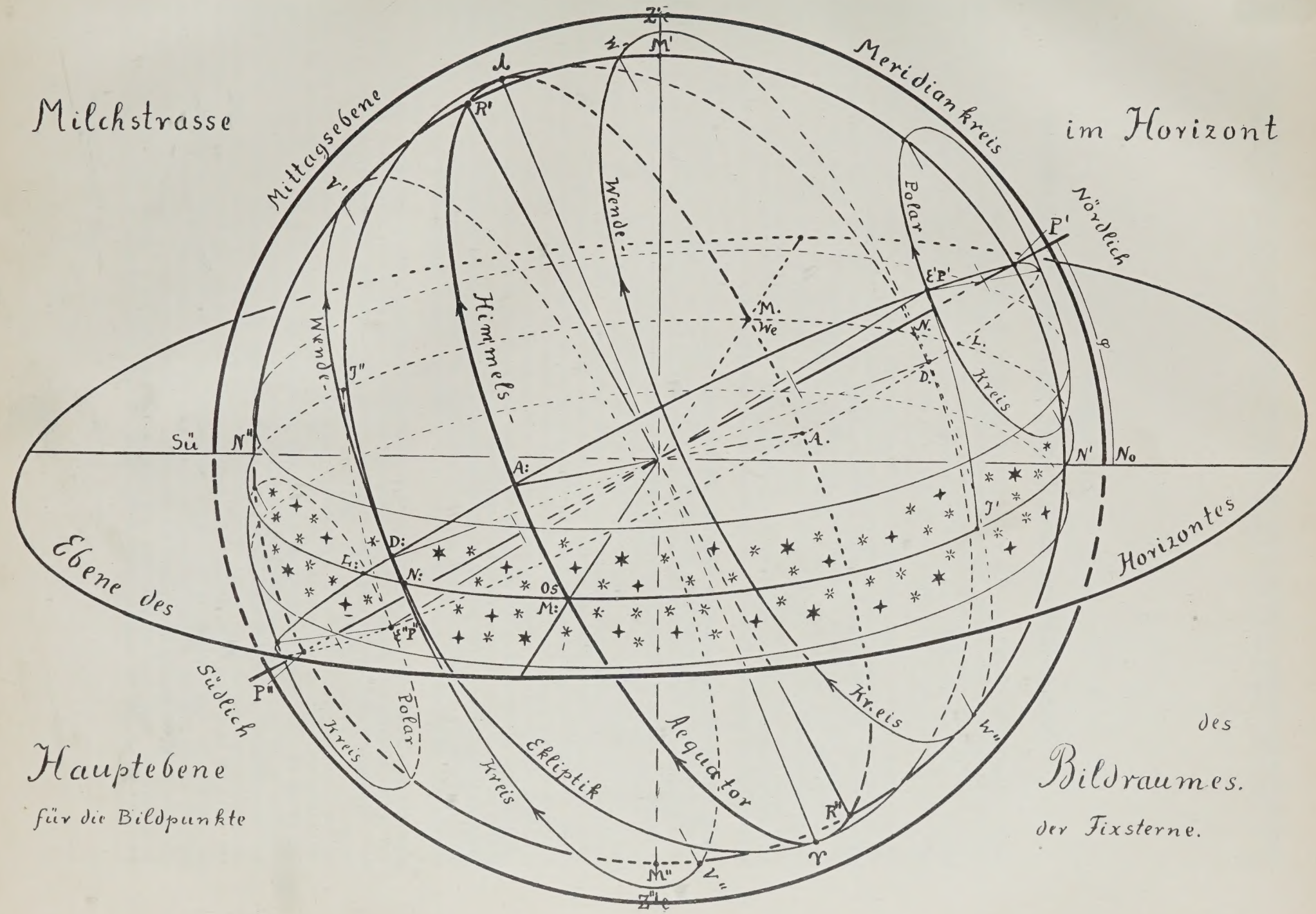
Nun glauben die Kopernikaner, es handle sich bei den oben charakterisierten Ortsänderungen gewisser Sterne gegenüber anderen zum Teil bloß um eine Art „perspektivischen Schein". Gewiß, sagen sie, haben diese betrachteten Sterne „Eigenbewegungen"; sie stellen sich diese in ihrem mittleren Verlaufe und in der „Projektion auf die Sphäre" so vor, daß die Bildpunkte dieser Sterne auf der Bildkugel des Himmels gedachte, langsame, geometrische Bewegungen längs Bogenstücken von größten Kugelkreisen ausführen, wie oben erläutert wurde. Die genauen Messungen der Abstände eines solchen „bewegten" Sternes von benachbarten Vergleichssternen ergeben aber, daß die Bildpunkte dieses Sternes auf der Kugel nicht einfach Punkte des Bogenstückes eines größten Kugelkreises sind, sondern Punkte einer gekrümmten Linie, für welche jenes Bogenstück nur der mittlere Verlauf darstellt; die Lage dieser Kurvenpunkte, die festgestellt wird in bezug auf andere benachbarte Kugelpunkte, den Bildpunkten der „Vergleichssterne", soll zur Darstellung bringen die gemessenen Winkelabstände des betrachteten Sternes von diesen Vergleichssternen. Die Abweichungen der gekrümmten Linie auf der Kugelfläche vom mittleren Verlaufe des zugehörigen größten Kugelkreises lassen sich durch gewisse kleine Winkelbeträge p charakterisieren; und von diesen Abweichungen nun behauptet der Kopernikaner, daß sie nur einen perspektivischen Scheineffekt verraten, also nicht eine innere Beziehung des Sternes zu den Sonnenkräften, wie ich es nach meinen oben mitgeteilten Überlegungen annehmen muß, wenn ich nicht bildhafte hypothetische Vorstellungen zur Erklärung der Tatbestände heranziehen

will. Gerade das aber tut der Kopernikaner, indem er in sein Blickfeld das geometrisch „heliozentrische Bild" rückt. Sein Gedankengang läßt sich am besten an folgendem Spezialfall erläutern: Die gedachte Fortbewegung des Bildpunktes jenes Sternes, dessen Abstände von benachbarten Vergleichssternen sich im Verlaufe eines Jahres als veränderlich herausstellen, längs des Bogenstückes eines größten Kugelkreises sei gleich Null, und es bleibe bloß ein Hin- und Herschwanken dieses Punktes um eine mittlere Lage, wobei die größte Abweichung von dieser nach beiden Seiten einem gewissen kleinen Winkel p entspreche. — Angenommen, ein Mensch sitze in seinem Wohnzimmer, schaue durchs Fenster und bewege seinen Kopf hin und her; dann scheint sich ihm der Fensterrahmen in bezug auf die Wand eines weit entfernten Hauses zu bewegen; der Winkelbetrag des Hin- und Herschwankens eines Punktes des Fensterrahmens gegenüber Anhaltspunkten auf der weit entfernten Wand ist um so größer, je näher der Kopf dem Fenster ist, bei sonst gleichbleibender Elongation der Kopfbewegung. — Nun sagt der Kopernikaner: Die Fixsterne sind stoffliche Kugeln, von denen einige unserer Erdenkugel näher, andere entfernter sind. Wenn jetzt die Erde im Verlaufe eines Jahres um die Sonne herumgeht (Hin- und Herbewegung des Kopfes!), so scheint, von ihr aus gesehen, ein relativ naher Fixstern (Punkt des Fensterrahmens!) gegenüber sehr weit entfernten Fixsternen, die als Vergleichssterne dienen können (Punkte der weit entfernten Hauswand!), eine kleine Winkelverschiebung p zu erleiden, die um so größer ist, je näher der betrachtete Fixstern der Erde bzw. der Sonne ist. — Man sieht: Der Kopernikaner, der solche Aussagen macht, formt sie ganz aus der Vergegenwärtigung seines Bildes heraus; denn die vorgestellten Stoffkugeln an Stelle der Sterne und der gedachte Umlauf der Erde um die Sonne entsprechen nicht Tatsachen der Sinneswelt.

Das Vorhergehende zusammenfassend, können wir sagen: Es gibt gewisse jährlich-periodische Abweichungen der sog. „Eigen-Bewegungen" (E.B.) der Sterne von deren mittlerem Verlaufe, ausdrückbar durch kleine Winkelgrößen p. R e i n e r s c h e i n u n g s g e m ä ß betrachtet aber ist es sehr charakteristisch, daß diese Abweichungen dieselbe Periode haben wie der jährliche Umlauf der Sonne im Tierkreis, und daß die p-Werte eine deutliche Beziehung zum Spektraltypus zeigen: denn das alles weist hin auf eine Einwirkung der Sonnenkräfte auf das Wesen dieser Sterne. — Es ist nun aber eine bloß bildhafte Interpretation dieser Dinge, die mit dem naturwissenschaftlich beobachtbaren Phänomen als solchem nichts zu tun hat, wenn man das Auftreten solcher Abweichungen der E.B. von ihrem mittleren Verlaufe einfach als einen perspektivischen Verschiebungseffekt im kopernikanischen Sinne umdeutet. (Standortwechsel des Bildpunktes E der Erde gegenüber den als relativ ruhend vorgestellten Bildpunkten S′, S″, S‴ . . . von Sternen, wegen des vorgestellten figürlichen Umlaufes von E um den Bildpunkt der Sonne. Vgl. Tafel XXVI.) Indem man das aber ursprünglich tat und indem man auch die E.B. selbst geometrisch-phoronomisch d e u t e t e, d. h. als eine mechanische Bewegung materieller Punkte sich vorstellte, gelangte man dazu, sich in Anlehnung an Vorgänge im irdischen Felde zu sagen: Wir setzen die r-Koordinate der Bildpunkte der Sterne im Bildraume, d. h. ihren Abstand von der Bildmitte, proportional den Werten $\frac{1}{p}$ oder $\frac{p_0}{p}$; (wo p_0 und p die oben definierte Bedeutung haben: kleine Winkeländerungen, die aus den Beobachtungen der sphärischen Sternorte erschlossen werden); denn je kleiner im allgemeinen die Winkelverschiebung eines Objektes in unserem Gesichtsfelde ist, desto weiter von unserem Standpunkte ist es entfernt, wenigstens in bezug auf Objekte derselben Gattung, die eine größere Winkelverschiebung zeigen.

Man muß aber einsehen lernen, daß diese mechanisch-phoronomische Deutung der Winkelverschiebungen der Gestirne an der Sphäre ein bloßer W i l l k ü r a k t ist des am Mechanischen geschulten Bewußtseins des modernen Menschen; während, im Grunde genommen, die G e s t a l t ä n d e r u n g e n der Sternbilder infolge der E.B. der einzelnen Sterne so wenig einer mechanischen Bewegung vergleichbar sind wie die Abstandsänderung der beiden Augen eines Menschen im Laufe des Lebens, wie die Wachstumsprozesse organischer Wesen überhaupt.

XIII



Hauptebene

für die Bildpunkte

des

Bildraumes.

der Fixsterne.

Zu Figur XIII:

«Milchstraße im Horizont. Hauptebene des Bildraumes.»

Man redet in der Astronomie viel von «Systemen der Fixsterne» und vom «Milchstraßensystem», wobei man mit dem Worte «Systeme» nicht etwa die Erscheinungen an sich meint, wie sie sich dem Auge in unmittelbarer Wahrnehmung am Himmel zeigen, sondern etwas ideell-Geometrisches, das sich mathematische Köpfe zu den Erscheinungen hinzudenken Aber man gibt bei all diesem Gerede sich vielfach den Anschein, als ob man den Dingen gegenüber, die man da im Auge hat, die Erde, auf der wir leben und die uns die Kräfte gibt zum gewöhnlichen Denken, auch dem sogenannt wissenschaftlichen Denken, — ein Nichts bedeute; man tut so, als ob die Gedanken, die man da hinstellt, nicht von den Erdenverhältnissen hergeholt wären, sondern als ob sie Abbilder von kosmisch-räumlich-außerirdischen Gliederungen wären. — Eine tiefere Analyse zeigt aber die unberechtigte Anmaßung, die sich hinter den gekennzeichneten Gedankengängen verbirgt, und daß die Art ihrer Formulierung nicht den wahrheitsgemäßen Tatbestand zum Ausdruck bringt. Es zeigt sich nämlich, daß diese Gedankenbilder, welche man beliebt hat als «Sternsysteme», als «System der Milchstraße» zu bezeichnen, durchaus von dem an irdischen Verhältnissen geschulten und von irdischen Kräften getragenen Vorstellungsvermögen herausgeschaffen wurden; es zeigt sich, daß der Bildraum, in den diese gedanklich-geometrischen Systeme eingegliedert werden, widerspiegelt die alltäglichsten irdischen Raumesverhältnisse, nämlich den Kreis des astronomisch-geographischen Horizontes für einen bestimmten irdischen Beobachtungsort und die zugehörige lotrechte Linie.

Der Mensch steht in der Mitte dieses Horizontes aufrecht; und er ist ein zweiseitig-symmetrisches Wesen, das rechts und links unterscheidet; er ist ein Wesen, das in seinem Antlitz ganz anders gestaltet ist als im Hinterhaupte, auf der Brust- und Bauchseite ganz anders als auf der Rücken- und Gesäßseite: er unterscheidet vorne und rückwärts. Er steht aufrecht in der Richtung der z-Achse eines rechtwinklig-kartesischen Koordinatensystems, dessen xy-Ebene die Horizontalebene ist, auf der sich der Mensch bewegt; und er unterscheidet z. B. in den Richtungen der x-Achse Süden und Norden (vorne und rückwärts), in den Richtungen der y-Achse Osten und Westen (links und rechts). Der Mensch trägt dieses dreiachsig-rechtwinklige Koordinatensystem mit seinen drei Koordinatenebenen in seiner Leibesorientierung und -gliederung: a) die Horizontalebene, auf der er senkrecht steht und die in gewissem Sinne den Kopf vom übrigen etwa in Achselhöhe scheidet — so wie der astronomische Horizont den sichtbaren Himmelsteil von dem irdischen, unseren Leib tragenden und nährenden Gelände scheidet; b) die den Leib in zwei symmetrische Hälften zerlegende Ebene, welche etwa entspricht der astronomischen Meridianebene, die in bezug auf die tägliche Drehung des Sternenhimmels die aufsteigenden, östlich liegenden Bahnteile von den niedersteigenden westlichen Bahnhälften trennt; c) jene Ebene, welche den vorderen vom rückwärtigen Menschen scheidet, und welche entspricht dem Ost-West-Vertikal der Astronomie: die Ebene dieses Kreises trennt die südliche Himmelshälfte, wo Sonne, Mond und Planeten erscheinen, und der das Antlitz mit den lichthungrigen Augen zugekehrt ist, — von der nördlichen Himmelshälfte, der wir den Rücken zukehren.

Indem also der Mensch in seiner leiblichen Organisation ein Koordinatensystem mit sechs Hauptrichtungen — oben, unten, links, rechts, vorne, hinten — und drei Hauptebenen, die aufeinander senkrecht stehen, verwirklicht hat, trägt er auch den Bildraum in sich, in den er seine geometrischen Vorstellungen eingliedert; und es ist sein Bestreben, alles Geometrisch-Bildliche auf dieses ihm vom unmittelbaren Erleben her bekannte System der Horizontalebene-Vertikalrichtung zu beziehen. Wenn er sich z. B. recht anschaulich das Verhältnis der Erde zur erscheinenden täglichen Bewegung des Sternenhimmels vorstellen will, so versetzt er sich in Gedanken etwa an den Nordpol der Erde: der Polarstern, der ruhende Punkt des Himmels, steht da direkt über dem Haupte; die Weltachse, um welche der erscheinende tägliche Umschwung des Himmelsgewölbes stattfindet, fällt mit der Lotrichtung zusammen; die täglichen Bahnen der Sterne selbst finden auf Parallelkreisen zum Horizonte statt, dessen Grenzkreis den Himmelsäquator repräsentiert. — Das so in übereinstimmenden Lageverhältnissen zum eigenen Leibe sinnlich-gedanklich geschaute Himmelsbild kann man dann in einem entsprechend orientierten Koordinatensystem zur Darstellung bringen. [Vgl. unsere Figur III «System des Äquators; Himmelssphäre; Milchstraße».] So wie man nun den Sternenhimmel im Abbilde auf der Kugel in bezug auf jenen größten Kreis hin orientieren kann, — indem man die Ebene dieses Kreises zur Horizontalebene des Koordinatensystems macht —, welcher dem Himmelsäquator entspricht, so kann man ihn auch orientieren in bezug auf jenen größten Kugelkreis, der auf die Mittellinie durch die Zone der Milchstraße hindeuten

soll. Und man kann sich, um ganz anschaulich zu bleiben, fragen: welches sind die Erdgebiete, die in bezug auf den Sternenhimmel in unseren Zeiten so liegen, daß der Mittelkreis durch das Band der Milchstraße mit dem Kreis des Horizontes für diese Erdgebiete wenigstens zeitweise zusammenfallen kann? Denn man muß ja bedenken, daß wegen der erscheinenden täglichen Rotation des ganzen Sternenhimmels in bezug auf den Horizont — das Gegenbild der tatsächlichen Erdrotation — dieses Zusammenfallen des Milchstraßenkreises mit dem Horizontkreis nur ein momentanes sein kann, ein Ereignis, das sich aber von Tag zu Tag wiederholt (aber mit jährlich-periodischer Verschiebung gegenüber dem durch den besonderen Lauf der Sonne geschaffenen Tag-Nacht-Wechsel, indem dieses Zusammenfallen bald des Nachts, bald am Morgen, am Mittag oder Abend stattfindet). Studiert man nun die Lage der Milchstraße in bezug auf den Himmelsäquator — das Abbild des Erdäquators —, so ergeben sich als die gesuchten Erdgebiete die folgenden: man denke an Gebiete, die in der Nähe der beiden Parallelkreise zum Erdäquator, mit den Abständen $+30^0$ und -30^0 von diesem, liegen. Der Kreis $+30^0$ auf der nördlichen Hälfte der Erde zieht durch folgende Länder: Nordafrika — Persien — Himalaya — China — Hawai — Nord-Mexiko — Florida; der Kreis -30^0 auf der südlichen Halbkugel zieht durch folgende Gebiete: Südafrika — Australien — Chile (La Serena) — Brasilien (Porto Alegre).

Wir wollen uns im folgenden in ein Gebiet in der Nähe des Kreises $+30^0$ versetzt denken. Wenn wir in bezug auf den Grundkreis des Horizontes eines Erdenortes in diesen Gebieten das Kugelbild der Himmelssphäre orientieren, so gelangen wir zu einer solchen Figur, wie sie vorliegende Tafel im Bildraume zeigt: Der größte Kreis der Kugel, der in die Zeichnungsebene fällt, nämlich der Kreis N′ M′ N″ M″ sei das Abbild des Meridiankreises eines orientierten Winkelinstrumentes — ähnlich den alten Armillarsphären. M′(Z′e) bedeute den Zenitpunkt, M″ den Nadirpunkt. Der Bildkreis des Horizontringes wird dargestellt durch N′ M. N″ M:, und zwar bedeuten: N′ = No = Nordpunkt; M. = We = Westpunkt; N″ = Sü = Südpunkt; M: = Os = Ostpunkt. Die durch den Kugelmittelpunkt gehende Gerade P′P″ sei Abbild jener Richtung im Raume, die man als Weltachse bezeichnet: P′ weise auf den Polarstern. Der Winkel $\varphi = \text{No}\frown\text{P}'$ (Polhöhe) soll ungefähr 30^0 sein. [Genauer wäre $\varphi = 28^0$; vgl. das folgende.] Durch Os und We geht der Bildkreis des Himmelsäquators, welcher den Meridiankreis in R′ und R″ schneidet. Es ist $\text{N}'\text{R}' = 90^0 - \varphi = \text{N}''\text{R}''$ ungefähr 60^0. [Genauer 62^0; vgl. Text zu Figur: «Himmelssphäre. Milchstraße. System des Äquators».] Der Äquatorkreis wird in ♈ und ♎ geschnitten von jenem Kreise, welcher im Abbilde darstellt die jährliche Bahn der Sonne in bezug auf die Fixsterne (Kreis der Ekliptik). Auf dem Äquatorkreis liegen die Punkte A. und A: so, daß $\text{♈}\frown\text{A.} = 90^0 = \text{♈}\frown\text{A:}$ und auf dem Kreis der Ekliptik die Punkte D., D: so, daß $\text{♈}\frown\text{D.} = 90^0 = \text{♈}\frown\text{D:}$ ist. Es bedeuten: ♈ = Frühlingspunkt; ♎ = Herbstpunkt; D. = Sommerwendepunkt; D: = Winterwendepunkt; ferner geben die Bögen $\text{A.}\frown\text{D.} = \text{e} = \text{c} = 23\frac{1}{2}^0 = \text{A:}\frown\text{D:}$ die Neigung der Ebene des Ekliptikkreises gegenüber der Ebene des Äquatorkreises an. Die Punkte A., D., A:, D: liegen auf einem Kreise durch P′P″, und auf diesem Kreise befinden sich auch die Punkte E′P′ bzw. E″P″, die von P′ bzw. P″ den Abstand $\text{e} = 23\frac{1}{2}^0$ haben; diese beiden Punkte bezeichnen die Pole der Ekliptik; d. h. die Gerade durch E′P′, E″P″ und die Kugelmitte steht senkrecht auf der Ebene ♈D ♎D:. Man denke sich den Kreis mit den gekennzeichneten sechs Punkten um die Achse P′P″ rotierende— überhaupt die ganze Kugel, mit allen Bildpunkten der Sterne auf ihrer Oberfläche — um nachzuahmen die tägliche Bewegung des Sternenhimmels, das Auf- und Untergehen der Gestirne in bezug auf den Horizont. Bei dieser Rotation laufen die Punkte A., A:, auch ♈, ♎ auf dem in bezug auf den Horizontkreis festliegenden Äquatorkreise herum. Die in der Figur festgehaltene momentane Lage ist so, daß $\text{R}'\frown\text{♈} = \text{M:–A:} = \text{R}''\frown\text{♎} = \text{M.–A.}$ etwa 10^0 betragen. Wenn man diese dadurch gekennzeichnete Lage des Ekliptikkreises in bezug auf den Horizontkreis annimmt, so fällt der Mittelkreis jenes in der Figur mit ✱ besäten Bandes, welches die Zone der Milchstraße schematisch zur Darstellung bringt, gerade mit dem Horizontkreis zusammen. Dieser Mittelkreis ist in der Figur III «Milchstraße; System des Äquators» mit M., N′ (Nähe Cassiopeya), M:, N″ (Nähe Crux) bezeichnet; diese vier Punkte fallen hier mit den vier Kardinalpunkten des Horizontkreises zusammen. Die Abstände E′P′—J′ und E″P″—J″ von diesem Kreise bedeuten die unveränderlichen Abstände der Ekliptikpole vom Mittelkreis durch das Milchstraßenband. [Vgl. Figur: «Milchstraße; System der Ekliptik».]

In der Figur sind noch in den Abständen $+23\frac{1}{2}^0$ und $-23\frac{1}{2}$ vom Äquator Parallelkreise gezeichnet, der «nördliche Wendekreis W′W″» und der «südliche Wendekreis V′V″». Auf W′W″ bewegt sich bei der gedachten Rotation der Kugel um die Achse P′P″ der Punkt D. des Ekliptikkreises; auf V′V″ der Punkt D:; ferner läuft bei dieser Rotation der Ekliptikpol E′P′ auf dem «nördlichen Polarkreis»; der Pol E″P″ auf dem «südlichen Polarkreis». Diese Kugel mit Äquator, Wendekreisen und Polarkreisen ist ein Bild der Erde, zu der im Punkte M′ der gezeichnete Horizont gehört.

Zu den Figuren XIV:

Kugelzonen a, b, c. Rotationsräume. Kegel e.

Es soll hier Lage und Berechnung jener Kugelzonen gezeigt werden, auch Lage und Größe jener Kugelräume, die wir bei der Darstellung der Verteilung, Anordnung der Bildpunkte der Fixsterne nötig haben.

In Figur a sind die von uns benützten Kugelzonen zu sehen; sie sind bezeichnet mit A, B, C, D, E; ihre verhältnismäßige Größe bleibt auf Kugeln mit verschiedenen Radien dieselbe. Die Zone E wird begrenzt durch zwei Parallelkreise im Abstande $\pm 10^0$ vom Kugeläquator; D, C, B, A sind nur auf der oberen Kugelhälfte perspektivisch gezeichnet; man denke sie sich einfach in bezug auf den Äquator für die untere Kugelhälfte

spiegelbildlich; die sie begrenzenden Parallelkreise haben die Abstände $\pm 30^0$, $\pm 50^0$, $\pm 70^0$ vom Äquator. — Zur Berechnung dieser Zonen soll anleiten Figur b. Man betrachte hier eine ganz schmale Zone, mit einem von der Kugelmitte O aus gesehenen Öffnungswinkel $\Delta\varphi$. [In der Figur sind vier solcher Zonen angedeutet.] Der Winkelabstand des mittleren Kreises – – – – – – – – innerhalb dieser Zone von der Achse OM sei φ; ist also R_0 der Kugelradius, so hat dieser Kreis einen Radius von der Größe $R_\varphi = R_0 \sin\varphi = ST$ $\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}$ ist dann der Abstand des unten, $\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}$ jener des oberen Begrenzungskreises der Zone von der Achse OM. — Fassen wir jetzt ins Auge das in der Figur schraffierte Flächenelement dieser Zone, dessen Mittelpunkt F sei, angehörig dem Meridian MFL. Der Winkelabstand $WL = \vartheta$ dieses Meridians, gemessen als B o g e n auf dem Äquator, sei genommen von einem beliebig gewählten Anfangsmeridian WM aus. Dementsprechend werde die Winkelbreite des genannten Flächenelementes $\Delta\vartheta$ genannt; seine lineare Breite, gemessen auf dem Parallelkreis – – – – – beträgt dann $R_\varphi \cdot \Delta\vartheta$; seine lineare Ausdehnung, gemessen auf dem Meridian MFL, mißt $R_0 \cdot \Delta\varphi$; somit hat sein Flächeninhalt das Maß: $\Delta f = (R_\varphi \cdot \Delta\vartheta)(R_0 \cdot \Delta\varphi) = (\Delta\varphi \cdot R_0^2 \sin\varphi)\,\Delta\vartheta = H \cdot \Delta\vartheta$. Summiert man die entsprechenden Ausdrücke für alle Flächenelemente dieser Zone, indem man ϑ von 0 bis 2π (0^0 bis 360^0) wachsen läßt, so erhält man als Flächeninhalt dieser Zone den Betrag: $\Delta Z = \int_0^{2\pi} H \cdot d\vartheta = H \cdot 2\pi = \Delta\varphi \cdot R_0^2\, 2\pi \sin\varphi$.

Mit Hilfe dieser Formel können wir nun eine beliebige Zone, begrenzt von Parallelkreisen mit den Abständen φ_1, φ_2 von der Achse OM berechnen [Figur c]:

Man erhält für den Zoneninhalt: $\mathbf{Z_{\varphi_1\,\varphi_2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \cdot R_0^2\, 2\pi \sin\varphi = R_0^2\, 2\pi\,(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}$. (1)

Und für den Inhalt einer Kugelhaube: $\mathbf{Z\bar{\varphi} = R_0^2 \cdot 2\pi\,(1 - \cos\bar{\varphi})}$. (2)

Hierbei ist unter $\bar{\varphi}$ der Winkelabstand des Begrenzungskreises dieser Kugelhaube von der Achse OM verstanden; z. B. kann $\bar{\varphi} = \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ sein; diese Winkel sind in der Figur zu sehen; die Zone $Z_{\varphi_1,\,\varphi_2}$ ergibt sich als Differenz zweier Hauben $Z_{\varphi_2}, Z_{\varphi_1}$. — An Hand der Figur d sei noch erläutert, wie man die Differenz $1 - \cos\bar{\varphi}$ als Produkt schreiben kann, was namentlich für kleine $\bar{\varphi} = \varphi_0$ bequem ist, wegen der logarithischen Berechnung. Es sei $QO = R_0 = OM$. und $\sphericalangle SOM = \varphi_0$; dann ist $\mu = \frac{1}{2}\varphi_0$; $ST = R_0 \sin\varphi$; $TM = OM - OT = R_0(1 - \cos\varphi_0)$, andererseits haben wir auch, weil $\sphericalangle TSM = \mu$ ist: $TM = ST \cdot tgu = R_0 \sin\varphi_0 \cdot tg\,\frac{1}{2}\varphi_0$, und somit läßt sich schreiben: $\mathbf{Z_{\varphi_0} = R_0^2 \cdot 2\pi\,(1 - \cos\varphi_0) = R_0^2 \cdot 2\pi \cdot \sin\varphi_0 \cdot tg^2\tfrac{1}{2}\varphi_0}$. (3)

In der folgenden Tabelle sind für verschiedene $\bar{\varphi}$-Werte die Flächeninhalte der nach (2) berechneten Kugelhauben angegeben, deren begrenzende Kreise in Figur a und Figur e zu sehen sind ($R_0 = 1$).

$\bar{\varphi}$	$Z\bar{\varphi} = 2\pi(1-\cos\bar{\varphi})$	$N\bar{\varphi} = \frac{Z\bar{\varphi}}{4\pi} N$	Zone	$\varphi_2 - \varphi_1$	Fläche Z	N_z $\square^0$	$z = \frac{Z}{4\pi}$ Verhältnisse. $o = 4\pi$	
10^0	0.07582	313.3$\square^0$	K	10^0	0.09545	313.3	K/O = 0.0076	0.0954 = K
20^0	0.37894	1244.0	A	20^0	0.37894	1244.0	A/O = 0.03015	0.25180 = K/A
40^0	1.47011	4825.8	B	$40^0 - 20^0$	1.09107	3581.8	B/O = 0.08682	0.08746 = K/B
60^0	3.141593	10313.3	C	$60^0 - 40^0$	1.67158	5487.5	C/O = 0.13302	0.05710 = K/C
80^0	5.19211	17044.7	D	$80^0 - 60^0$	2.05052	6731.4	D/O = 0.16317	0.04654 = K/D
90^0	6.283186	20626.5	$\frac{1}{2}$E	$90^0 - 80^0$	1.09107	3581.8	E/O = 0.17365	0.04373 = K/E

Bilden wir die Differenzen der Flächenwerte $Z\bar{\varphi}$ für je zwei aufeinanderfolgende Kugelhauben, so erhalten wir die in der Spalte «Fläche» angegebenen Inhaltswerte der mit A, B, C, D, E ($\frac{1}{2}$E) bezeichneten Kugelzonen in Figur a, e. A ist eine Haube mit dem Öffnungswinkel $\bar{\varphi} = 20^0$; K eine solche mit $\bar{\varphi} = 10^0$, die in bezug auf die M-Achse im unteren Teil der Figur e zu sehen ist; außerdem aber wurde K auf jeder der Zonen A, B, C, D, E eingezeichnet. Das Größenverhältnis von K zu diesen Zonen ist in obiger Tabelle angegeben; außerdem ist angegeben das Größenverhältnis von K, A, B, C, D, E zur ganzen Kugeloberfläche $O = 4\pi$. Man bekommt diese Werte einfach nach (1) für $R_0 = 1$: $\frac{Z_{1,2}}{4\pi} = \cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 = z$.

Inmitten der Flächenstücke K in Figur e ist noch jeweils ein schwarzes Kreisfeld gezeichnet, das die Größe von $1\square^0$ haben soll [in der Figur zu groß!]. Diese Fläche von $1\square^0$ sei auch durch F_0 in Figur b dargestellt; die Winkelbreite $\Delta\varphi$ und -länge $\Delta\vartheta$ seien je 1^0, also im Bogenmaß $\Delta\varphi = \Delta\vartheta = \frac{2\pi}{360}$; somit hat F_0 einen Flächeninhalt $g = \Delta\varphi \cdot \Delta\vartheta = \frac{4\pi^2}{360 \cdot 360}$. Die ganze Kugeloberfläche hat das Maß 4π; ist also N die Anzahl $\square^0$ auf der ganzen Kugel, so muß gelten $N \cdot g = 4\pi$. Und hieraus folgt: $N = \frac{360 \cdot 360}{\pi} = 41\,253$.

Die Anzahl $N\bar{\varphi}$ von $\square^0$ auf der Kugelhaube $Z\bar{\varphi}$ beträgt: $N\bar{\varphi} = \frac{Z\bar{\varphi}}{4\pi} \cdot N$. Diese Anzahlen sind in der Tabelle enthalten.

Ist ferner $z = \frac{Z}{4\pi}$ das Flächenverhältnis irgendeiner Zone Z zur ganzen Kugelfläche, so erhält man für ihren Wert in $\square^0$: $N_z = z \cdot N$.

Man kann sich fragen: Wie groß muß der halbe Öffnungswinkel φ_0 der in Figur c gezeichneten Kegel mit den Begrenzungslinien = = = sein, wenn die räumliche Winkelöffnung dieser schmalen Kegel gleich der Fläche g von $1\square^0$ ist?

Wir bekommen nach (2): $g = 2\pi\ (1-\cos\varphi_0) = \frac{4\pi^2}{360\cdot 360}$; somit: $1-\cos\varphi_0 = \frac{2\pi}{360\cdot 360} = \frac{2}{41'\,253}$.
Es wird: $\cos\varphi_0 = 0.999\,952$. $\varphi_0 = 33'\ 40''$.

Die in der Figur e gezeichneten Kegelräume haben einen Öffnungswinkel von je $2\cdot 10 = 20^0$ ($\bar\varphi = 10^0$) und schneiden aus der Kugelfläche mit dem Radius $R_0 = 1$ jeweils ein Stück von der Größe $K = 313{,}3\square^0$ heraus. Es sind dies jene Kegelräume, die auch auf anderen Figuren dieses Buches angedeutet sind, aber hier nur im Durchschnitt mit der Zeichnungsebene als Kreissektoren. Vgl. die Figuren XVI. «Bild der Milchstraße nach W. Herschels Methode»; XXI. «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen»; XXII. «Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung . . .».

Wir wollen noch einige Rechnungen beifügen, die wir auch später benötigen. — In Figur b haben wir für den Inhalt jenes Flächenelementes, dessen Mitte F ist, den Wert gefunden: $\Delta f = (\Delta\varphi R_0^2 \sin\varphi)\Delta\vartheta$. Setzen wir hier statt φ: 90—b; statt $\sin\varphi$: $\cos$ b; statt $\Delta\varphi$: Δb, so wird $\Delta f = (\Delta b R_0^2 \cos b)\ \Delta\vartheta = \Delta\vartheta\cdot R_0^2\cdot \Delta b\cos b$. Für den Flächeninhalt des sphärischen Zweieckes, welches begrenzt wird von den beiden Meridianen ML′, ML″, deren Bogenabstand $L'L'' = R\cdot\Delta\vartheta$ beträgt, bekommen wir, wenn wir alle Elemente Δf bis zu einer bestimmten Breite b_0 hinauf summieren $[o < b^+ < 90^0]$ $\Delta F = \Sigma\Delta f = \Delta\vartheta\cdot R_0^2\int_0^{b^+} d\,b\cdot\cos b = \Delta\vartheta\cdot R_0^2\sin b^+$.

Ferner bekommen wir für den Inhalt jener kleinen Pyramide, deren Grundfläche Δf ist und deren Spitze in O liegt, den Wert $\Delta v = \frac{1}{3}R_0\cdot\Delta f = \frac{1}{3}\Delta\vartheta R_0^3\cdot\Delta b\cos b$. Wir können jetzt das Volumen eines Körpers berechnen, der sich zusammensetzt aus lauter solchen kleinen Pyramiden: dieser Körper wird begrenzt von den beiden Meridianflächen MOL′, MOL″ und vom Kreissektor L′OL″ mit der Öffnung $\Delta\vartheta$ und ist eine Art Keil mit der Kante OM und dem Kugelzweieck L′ML″ als äußerer Begrenzungsfläche. Wollen wir nicht den Inhalt des ganzen Keiles berechnen, sondern bloß jenes Teiles ΔV, dessen äußere dem Kugelzweieck angehörige Begrenzungsfläche das oben genannte Flächenstück ΔF ist, so bekommen wir, indem wir alle Pyramiden summieren, die enthalten sind in einem Sektor zwischen den Breiten b = o und b = b⁺: $\Delta V = \Sigma\Delta v = \frac{1}{3}\Delta\vartheta\ R_0^3\int_0^{b^+} d\,b\cdot\cos b = \frac{1}{3}\Delta\vartheta\ R_0^3\sin b^+ = \frac{1}{3}R_0\cdot\Delta F$.

Nehmen wir als Wert $b^+ = b_0$ den in Figur c angedeuteten Bogen; die zugehörigen Flächenelemente von der Größe ΔF sind an zwei Stellen schraffiert gezeichnet; das körperliche Element, dessen Volumen wir ΔV nannten, ist ein pyramidenähnliches mit der Spitze in O und mit der Grundfläche ΔF, die aber Anteil an der Krümmung der Kugelfläche hat; der Kugelradius R ist die Höhe dieses pyramidenartigen, schmalen Raumteiles (Breite: $\Delta\vartheta$!).

Wir können nun berechnen das Volumen V_0 jenes Rotationskörpers, welcher entsteht durch Aneinanderreihung der Elemente ΔV: die Summe der Elemente ΔF erfüllt hierbei schließlich die ganze Zone, welche begrenzt wird vom Kugeläquator W.WW: und vom Parallelkreis U.UU: im Abstande b_0 vom Äquator. Der genannte Rotationskörper wird nun begrenzt von dieser Kugelzone, ferner von der Ebene des Äquators, und schließlich von einem Kegelmantel, wobei die Spitze dieses Kegels die Kugelmitte ist und sein Grundkreis der Kreis U.UU:. Wir bekommen: $V_0 = \Sigma\Delta V = \frac{1}{3}R_0\cdot\Sigma\Delta F$. Hierbei ist $\Sigma\Delta F$ der Flächeninhalt der genannten Kugelzone und hat den Wert $\Sigma\Delta F = R_0^2\sin b_0\cdot\Sigma\Delta\vartheta = R_0^2\sin b_0\cdot 2\pi$. Somit $\mathbf{V_0 = \frac{2}{3}\pi R_0^3\cdot\sin b_0}$. Der Wert $2V_0$ ist das Volumen eines Rotationskörpers, dessen der Kugelfläche angehörende äußere Begrenzungsfläche für $b_0 = 10^0$ dargestellt wird durch die schraffierte Zone E in Fig. e. Die Gl.: $\mathbf{V_0^+ = \frac{2}{3}\pi R_0^3\sin b^+}$ stellt uns ganz allgemein dar den Wert des Volumens eines Rotationskörpers, der begrenzt wird von der Ebene des Kugeläquators als Grundfläche, ferner nach außen hin von einer Kugelzone, welche zwischen dem Äquator und einem Parallelkreise im Abstande b^+ von diesem liegt, schließlich im Kugelinnern von einem Kegelmantel, dessen Spitze in der Kugelmitte ist und dessen Grundfläche umgrenzt wird von dem genannten Parallelkreis.

Wir können jetzt Rotationskörper betrachten, deren äußere Begrenzungsfläche gegeben ist durch eine der in Figur e gezeichneten Zonen E, D, C, B, A und die im Innern der Kugel umhüllt werden von je zwei Kegelmänteln, deren Begrenzungskreise Parallelkreise zum Kugeläquator sind, d. h. jene Kreise, welche die zugehörige Kugelzone einschließen, mit den Abständen $b^+ = b'$ und $b^+ = b''$ vom Äquator. Das Volumen eines solchen Rotationskörpers berechnet sich als die Differenz der Volumina $V_0'' = \frac{2}{3}\pi R_0^3\sin b''$ und $V_0' = \frac{2}{3}\pi R_0^3\sin b'$; somit $\mathbf{W_0 = V_0''-V_0' = \frac{2}{3}\pi R_0^3\ (\sin b''-\sin b')}$.

In nebenstehender Tabelle sind für die einzelnen Zonen die Werte b′, b″ angegeben sowie die V-Werte der zugehörigen Rotationskörper: die Summe aller W-Werte ergibt das Volumen der Halbkugel, deren Radius R = 1 gesetzt wurde. Es sei $W = \frac{2}{3}\pi R^3\ (\sin b''-\sin b')$ für $R > R_0 = 1$. Dann bekommen wir für den W-Wert bei beliebigem R-Wert: $\mathbf{W = R^3\cdot W_0}$.

Wir können an Hand von Figur e auch berechnen den Inhalt I eines Kreis-Kegels mit einer beliebig angenommenen, aber in der Figur doch in bestimmter Größe gezeichneten Winkelöffnung $2\varphi = 20^0$ oder der kleineren $2\varphi_0$; das Maß der Grundfläche dieses Kegels, im Abstande R von der Kugel-

Zone	b′	b″	W_0	*) Z_0	$N = \frac{Z_0}{W_0}$
A	70^0	90^0	0.12631	147	1164
B	50	70	0.36369	441	1213
C	30	50	0.55719	694	1246
D	10	30	0.68350	1005	1470
E/2	0	10	0.36369	1145/2	1574
		Halbkugel $\frac{2}{3}\pi$ =	2.09438		

*) Vgl. Text zu Tabelle auf S. 85.

XIV

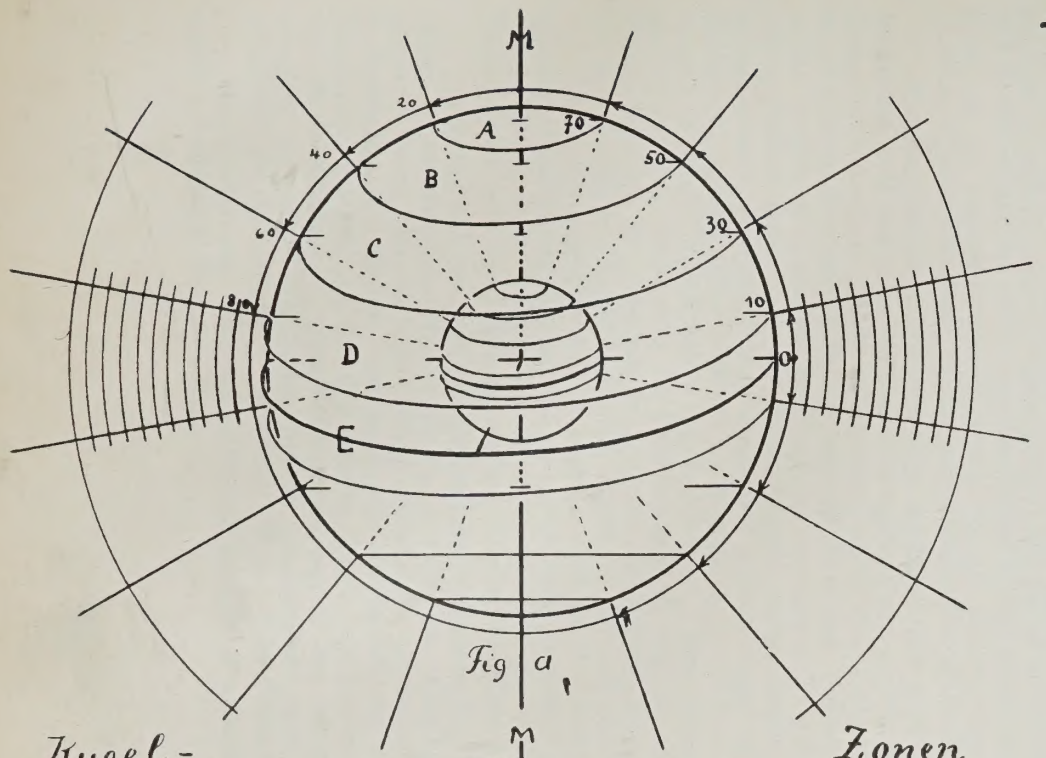


Fig a

Kugel-
Rotations-

Zonen
Räume

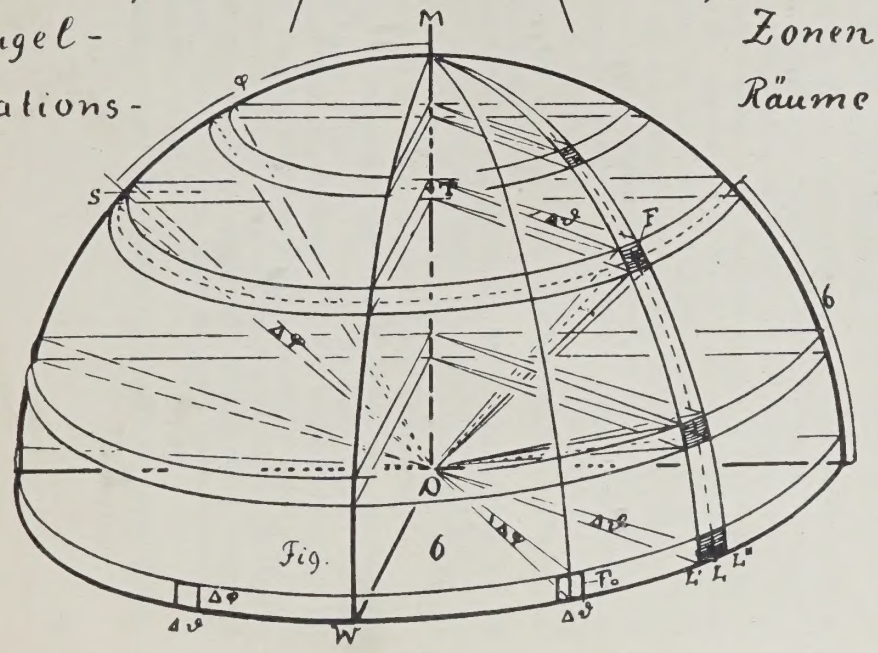


Fig. 6

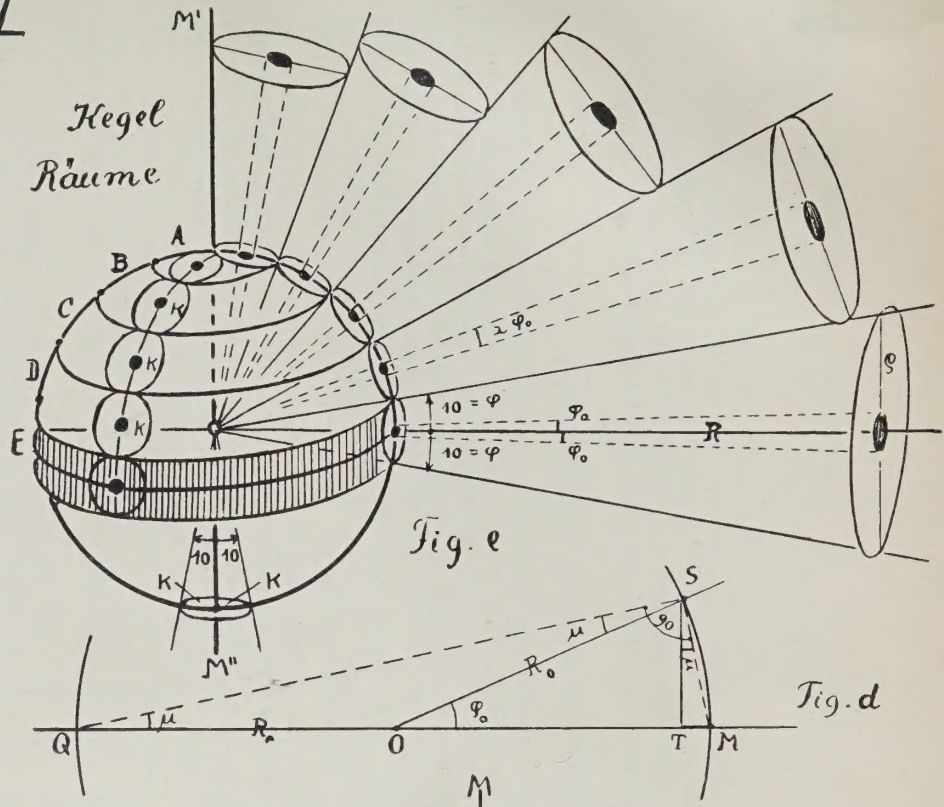


Fig e

Fig. d

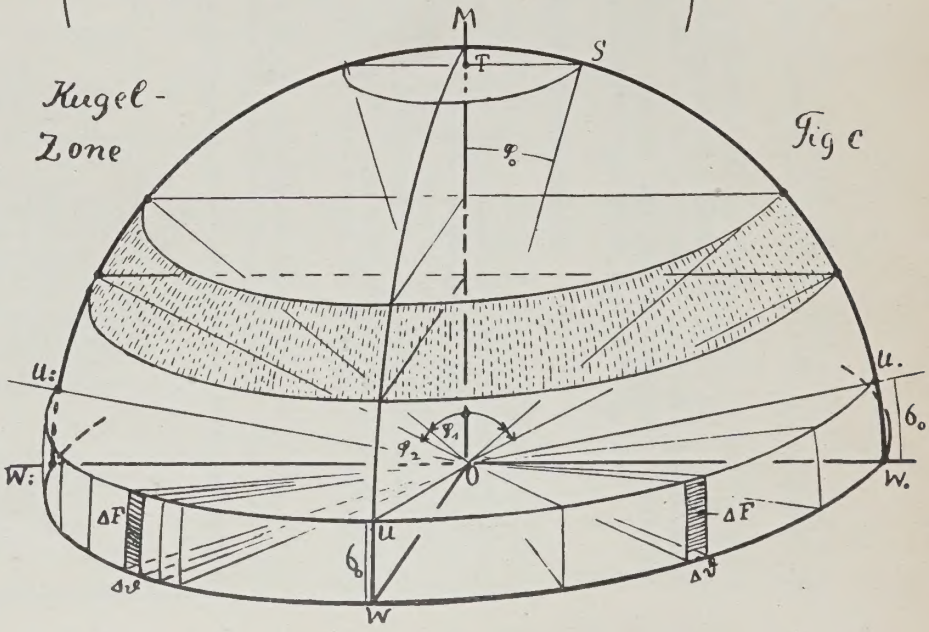


Fig c

mitte, sei G, ihr Radius ϱ. Dann ist $\varrho = R \cdot \operatorname{tg} \varphi$, und $G = \varrho^2\pi = \pi \cdot R^2 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi$ und $J = \frac{1}{3} G \cdot R = \frac{1}{3}\pi R^3 \operatorname{tg}^2 \varphi$. Für $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 = 1$ sei $\varrho = \varrho_0$, $G = G_0$ und $J_0 = \frac{1}{3}\pi \operatorname{tg}^2\varphi$, also wird: $\mathbf{J} = \mathbf{R}^3 \cdot \mathbf{J}_0$. Das Resultat gilt für jedes φ, auch für $\varphi = \varphi_0$.

Man denke sich die Kugel in Figur e, deren Radius wir R_0 nannten, als die innere, kleinere der in Figur a gezeichneten Kugeln; die äußere größere, mit den entsprechend vergrößerten Zonen E, D, C, B, A, habe einen Radius R_{00}; die eben abgeleiteten Formeln für W und J gelten sofort auch dann, wenn wir statt W_0, J_0 einfach W_{00}, J_{00} setzen und R_{00} als neue relative Einheitsstrecke wählen. In der Anwendung innerhalb unserer Gedankengänge (vgl. das folgende und Text zur Figur «Herschel-Kegel») wird etwa $R_{00} = 12\, R_0$ sein.

Anwendung auf bildhaft-astronomische Anschauungen.

Nach diesen mathematischen Vorbetrachtungen denke man sich die äußere Kugel in Figur a als Bildkugel des Himmels und auf ihren Zonen E, D, C, B, A die zugehörigen Bildpunkte der Fixsterne verzeichnet. Das symmetrische Verhalten in Anordnung und Anzahl dieser Bildpunkte in bezug auf dasjenige Band (E) der Kugel, welches den mittleren Verlauf der Milchstraße abbildet, ist im näheren aus der Figur «Sternzonen der Sphäre» dargestellt worden. Die Anzahl der auf die einzelnen Zonen entfallenden Bildpunkte sind in der Tabelle «Einteilung der Bildkugel des Himmels nach Zonen. Sternverteilung» angegeben, und zwar gesondert für die mit freiem Auge sichtbaren Sterne, und für die teleskopischen Sterne nach den Ergebnissen der Bonner Durchmusterungen und nach W. und J. Herschels Zählungen.

Man kann nun in der letztgenannten Tabelle für die zu E symmetrischen Zonen DD, CC, BB, AA die arithmetischen Mittel der dort angegebenen Punktezahlen bilden: in diesem Sinne bedeuten in nebenstehender Tabelle die Zahlen Z_0 jene, welche angeben die auf die einzelnen Zonen entfallenden Bildpunkte aller solchen Sterne, die noch mit freiem Auge sichtbar sind, dagegen Z_{00} die Anzahlen jener Bildpunkte, die man aus den Sternzählungen von W. und J. Herschel ableiten kann. [Vgl. hierzu die Tabelle gleichen Namens!]

Zone	Z_0	Z_{00}	$\bar{R}$	$12\,\bar{R}$
A	147	138 080	9.79 R_{00}	117.6 R_0
B	441	531 600	10.64	127.7
C	694	1 454 400	12.79	154.5
D	1005	4 284 400	15.88	190.6
E	1145	14 478 000	23.30	279.6
	W. HerschelsTeleskop:		61.18	

Nun existieren seit dem Wirken von W. Herschel in astronomischen Rechnerköpfen (z. B. in Struve u. a.) Gedankengänge folgender Art: Es gefällt diesen Leuten sozusagen nicht, daß man die Bildpunkte der Fixsterne auf einer Kugelfläche sich denken kann, sondern sie möchten eine dreidimensional-räumliche Verteilung dieser Punkte haben. Das ist eine Sache, die sich in einfachster Art etwa so machen läßt: [Wir schildern hier im Prinzip Gedankengänge, die in breitem Ausmaße in der astronomischen Literatur des 19. Jahrhunderts zu finden sind; doch schildern wir sie in einer durchaus freien Gestaltung, die aus persönlichem Durchdenken hervorgewachsen ist.]

Man kann sich zunächst vorstellen, die Bildpunkte aller Fixsterne seien auf einer und derselben Kugelfläche befindlich, z. B. auf jener der inneren Kugel in Figur a. Wir können aber eine begriffliche Trennung vornehmen, indem wir festsetzen: Auf dieser inneren Kugelfläche mit dem Radius R_0 sollen bloß die Bildpunkte jener Sterne sich befinden, die noch mit freiem Auge sichtbar sind; und zwar sollen in den Kugelzonen A, B, C, D, E jeweils soviel Punkte sein, wie die Zahlen Z_0 in der obigen Tabelle angeben; die Bildpunkte der übrigbleibenden teleskopischen Sterne, also die Punktemengen, deren Anzahl für die einzelnen Kugelzonen die Werte Z_{00}—Z_0 haben, denken wir uns von den Zonen der inneren Kugel auf die entsprechenden der äußeren Kugel mit dem Radius R_{00} verlegt. [Man denke sich, daß etwa $R_{00} = 12\, R_0$ sei, ein Verhältnis, das im Text zur Figur «Herschel-Kegel» auf Tafel XXIV näher begründet wird.] Nun kann die raumhafte Anordnung dieser Bildpunkte so geschehen: Man denke sich die Punktmengen Z_0 von den Zonen der inneren Kugel in jene Rotationsräume hinaus ergossen, die zwischen der inneren und äußeren Kugelfläche liegen; die Punktmengen Z_{00}—Z_0 aber in die entsprechenden Rotationsräume außerhalb der äußeren Kugelfläche.

Diese Raumgebiete sind in Figur a bloß im Durchschnitt mit der Zeichnungsebene gezeichnet: sie erscheinen da als Kreissektoren; die hier gemeinten Raumteile entstehen nun durch Rotation dieser Sektoren um die Achse M; dabei beschreiben die Schnittpunkte jener die Kreissektoren begrenzenden Geraden mit den Kugelflächen jene Parallelkreise, welche die einzelnen Zonen A, B, C, D, E voneinander abgrenzen.

In bezug auf das Größenverhältnis des Volumens K_0 der inneren Kugel zum Volumen K_{00} der äußeren Kugel ist zu bemerken: Wenn z. B. $R_{00} = 12\, R_0$ ist, so ist $K_{00} = 12^3 K_0 = 1728\, K_0$. Es kommt also jener ausgesparte Raum, den die innere Kugel einschließt, gegenüber dem Rauminhalte K_{00} der äußeren Kugel kaum in Betracht. Wir können also sagen: die Bildpunkte auf der inneren Kugelfläche werden einfach in jenem Raume K_{00} verteilt, der von der äußeren Kugel umschlossen wird; und zwar soll die Verteilung so geschehen, daß die Punktmenge Z_0 einer bestimmten Zone in den zugehörigen Raum eines Rotationskörpers, dessen Erzeugung wir vorhin beschrieben haben, hineinergossen wird; das Volumen eines solchen Raumes berechnet sich nach der oben abgeleiteten Formel: $W_{00} = \frac{2}{3}\pi R_{00}^3\, (\sin b'' - \sin b')$.

Wir denken uns nun die Punktmenge Z_0 in diesem Raume so verteilt, daß jeder Punkt gleichviel Volumanteil v bekommt: $Z_0 \cdot v = W_{00}$.

Nun können wir auch berechnen die Raumdichte der Punkte, d. h. jene Anzahl N, die auf die Volumeinheit entfallen: $N \cdot v = 1$ $\left\{\begin{array}{l}\text{also: } N = \frac{1}{v} = \frac{Z_0}{W_{00}} \\ \text{oder: } N \cdot W_{00} = Z_0.\end{array}\right.$ [Die N-Werte sind enthalten in Tabelle S. 84. Beachte: Figürliche Maßeinheit $R_{00} = 12\ R_0$]

Bezüglich der Punktmengen Z_{00}—Z_0, die wir uns in jene rotationsförmigen Raumgebiete hineinergossen denken, die außerhalb der größeren Kugel in Figur a sich ausbreiten, können wir verlangen: die Anordnung dieser Punkte soll so sein, daß wiederum auf die Volumeinheit die vorhin berechnete Anzahl N entfällt. — Betrachten wir einen von zwei Kegelmänteln begrenzten Rotationsraum, dessen Durchschnitt mit der Ebene der Zeichnung sich als Kreissektor — mit der Spitze in der Kugelmitte — darstellt, dessen Volumen $\overline{W}$ sei, und der nach außen hin durch die Zone einer Kugelfläche abgeschlossen wird, mit einem noch zu bestimmenden Radius $\bar{R}$; dieser Raum zerfällt in zwei Teile; einen im Innern der größeren Kugel mit dem Radius R_{00} befindlichen, dessen Volumen W_{00} wir vorhin berechnet haben und in dem sich Z_0-Punkte befinden, und einen außerhalb der größeren Kugel sich ausbreitenden Teil, in dem sich Z_{00}—Z_0-Punkte befinden; im ganzen Raume $\overline{W}$ sind also $Z_0 + (Z_{00}—Z_0) = Z_{00}$-Punkte enthalten. Und es soll gelten: $N \cdot \overline{W} = Z_{00}$. Andererseits bekommen wir: $\overline{W} = \frac{2}{3}\pi\bar{R}^3\,(\sin b''—\sin b')$. Beachten wir die Werte für Z_0 und W_{00}, so bekommen wir $\frac{\overline{W}}{W_{00}} = \frac{Z_{00}}{Z_0}$ oder: $\bar{R}^3 = R_{00}{}^3\,\frac{Z_{00}}{Z_0}$. Setzen wir also $R_{00} = 1$, so können wir aus dem Verhältnis der Zahlen Z_{00}, Z_0 die Werte $\bar{R}$ berechnen; diese Werte sind in obiger Tabelle mitgeteilt.

Von der geometrischen Bedeutung dieser $\bar{R}$-Werte gibt eine Vorstellung die Figur: «Umriß des Systems im Bildraume; Bild der Milchstraße». Für den jetzigen Zweck bedeute die Kugel im Zentrum dieser Figur die oben gekennzeichnete Kugel mit dem Radius R_{00} und ihren Zonen. Von der Kugelmitte strahlen nach allen Seiten Kreissektoren aus, d. h. die Durchschnitte der beschriebenen Rotationsräume mit der Ebene der Figur. Nach außen hin werden diese Räume von Kugelzonen mit den Radien $\bar{R}$ begrenzt: diesen Zonen entsprechen die in der Figur schraffierten Kreisbogenstücke. [In der Figur ist R_{00} zu groß!]

In der oben mitgeteilten Tabelle der R-Werte ist auch die Zahl 61.18 angegeben, welche sich auf W. Herschels 20-füßiges (Brennweite!) Spiegel-Teleskop bezieht. Mit diesem hat nämlich W. Herschel (und sein Sohn J. Herschel) die Sternzählungen vorgenommen, aus deren Ergebnissen jene Punktezahlen Z_{00} abgeleitet wurden [von Professor Seeliger, München. Vgl. Text zur Tabelle «Sternzählungen von W. und J. Herschel»], die wir unseren obigen Rechnungen zugrunde legten. W. Herschel nennt in seinen «Abhandlungen über den Bau des Himmels» die Zahl 61.18 die «raumdurchdringende Kraft» seines Teleskopes. [Vgl. 8. Abh. von 1817 und 9. Abh. von 1819.] Wir wollen kurz erläutern, was er darunter versteht, welche mathematischen Vorstellungen dieser Begriffsbildung zugrunde liegen.

Denken wir uns eine irdische Lichtquelle in einem ziemlichen Abstand r_0 von unserem Standorte entfernt, so daß sie als strahlender Punkt gelten darf. Das relative Maß ihrer Leuchtkraft sei i_0; die von ihr gespendete erhellende Kraft pro Flächeneinheit in der Entfernung r_0 von ihr sei $h_0 = \frac{i_0}{r_0{}^2}$ [vorausgesetzt, daß wir den Idealfall vor uns haben, wo das Licht bei seiner Ausbreitung im Raume keine Schwächung durch Absorption erfährt]. Ist a der Radius der kreisförmigen Pupillenöffnung unseres Auges, also $f = \pi \cdot a^2$ die Flächengröße dieser Öffnung, so kann man das Produkt $f \cdot h_0 = H$ als maßgebend ansehen für die erscheinende Helligkeit der Lichtquelle. Nun wollen wir ein Fernrohr zur Hand nehmen, dessen kreisförmige Objektivöffnung einen Radius A und somit eine Flächengröße $F = \pi A^2$ hat. Durch dieses Fernrohr betrachtet, wird die vorhin erwähnte Lichtquelle in der Entfernung r_0 heller erscheinen, als mit bloßem Auge angeschaut. Nun wollen wir aber von ihr in eine solche Distanz $r > r_0$ fortrücken, daß sie uns wiederum, aber jetzt mit dem Fernrohr betrachtet, in derselben Helligkeit erscheint, wie vorhin in der Distanz r_0 mit freiem Auge gesehen. [Diese Operation ist durchführbar etwa bei Zuhilfenahme einer zweiten Vergleichslichtquelle, die bei unserem Standortwechsel mitgenommen werden kann.] — Die erhellende Kraft der Lichtquelle (i_0) pro Flächeneinheit in der Entfernung r beträgt nunmehr: $h = \frac{i_0}{r^2}$; also die gesamte Lichtkraft, die von der Öffnung des Fernrohres aufgenommen wird, hat das Maß $F \cdot h.$; und dieser durch die Linsen des Fernrohrs gesammelte Lichtfluß kommt auch dem Auge des Beobachters am Okularende zugute, vorausgesetzt, daß keine Absorption durch die Linsen oder Spiegel des Fernrohres da wäre. Nun ist stets eine Absorption vorhanden, und dadurch wird der Lichtfluß herabgeschwächt auf einen Betrag $x \cdot F \cdot h$ $(x < 1)$, der nun maßgebend ist für die erscheinende Helligkeit H der Lichtquelle. Wir haben also die Beziehungen: $\left\{\begin{array}{c} f \cdot h_0 = x \cdot F \cdot h \\ \frac{a^2}{r_0{}^2} = x \cdot \frac{A^2}{r^2}. \end{array}\right\}$ Und hieraus: $r = r_0 \frac{A}{a} x = r_0 \cdot k$

Sind also r_0 und x bekannt, so würde das Verhältnis A : a, das auch bekannt sein muß, eine Entfernungsbestimmung im irdischen Felde zulassen. Der Faktor k ist nun im wesentlichen dasjenige, was W. Herschel die „raumdurchdringende Kraft" eines Teleskopes nennt. Für das seinige beträgt A = 18,7—Zoll, und er nimmt an, daß der Radius der Pupille seines Auges a = 0,2 Zoll sei. Daraus würde folgen: $\frac{A}{a} = 93.5$; das muß noch mit dem Faktor $x < 1$ multipliziert werden wegen der Absorption; und auch noch jener schwächende Einfluß ist beim Herschelschen Spiegelteleskop in Abzug zu bringen, welcher herrührt von der einen Teil des durch

das Objektiv eindringenden Lichtes abschirmenden Lage des zweiten kleineren Spiegels. So kommt Herschel dazu, anzunehmen, daß die «raumdurchdringende Kraft» des Teleskopes bloß den Wert k = 61.18 habe.

Wir mußten diese Daten mitteilen, um die folgenden Ideen W. Herschels und des späteren W. Struve beleuchten zu können: Herschel weiß: Je größer die lichtsammelnde Kraft eines Fernrohres ist, um so mehr Sterne in einer bestimmten Himmelsgegend kann man durch es erblicken, und vor allem mehr, als mit bloßem Auge sichtbar sind. Und Herschel macht sich in bezug auf diese Tatsache im wesentlichen folgende Vorstellung: Er d e n k t sich das Wesen der Sterne als eine Art Substanz — „verdichtete Lichtmaterie" — in irdisch-körperlicher Erscheinungsform, d. h. etwa in Kugelform, und er denkt sich diese „Körper" — im geometrischen Vorstellungsbilde sind es Kügelchen, gezeichnete Punkte! — in einem „Raum" und also auch in einer bestimmten „Entfernung" von der Erde. Ferner denkt er sich diese Sternkörper als im Durchschnitt mit derselben „absoluten" Leuchtkraft begabt, und nur deshalb verschieden hell erscheinend, weil sie in verschiedener Entfernung von unserer Erde seien. Also sagt sich Herschel: Wenn ich mein Fernrohr nach dem Himmel richte und nun im Gesichtsfelde viel mehr Sterne erblicke als nach derselben Richtung mit freiem Auge, so kommt das davon her, daß die „raumdurchdringende Kraft" k des Fernrohres viel größer ist als jene des bloßen Auges, z. B. 61.18 mal weiter reicht, und daß in einem so großen, weiten Raume viel mehr Sternkörper sich befinden müssen als nur in jenem engbegrenzten Raume, den das freie Auge überblicken kann. — Man sieht: Es schleichen sich hier in Herschels Denken ganz hypothetische Vorstellungen ein: denn daß man mit einem lichtsammelnden Fernrohr mehr Sterne sieht als mit bloßem Auge, braucht selbstredend nicht darauf zu beruhen, daß man sozusagen weitere Räume überblickt als mit bloßem Auge, sondern der wahre Grund kann darin liegen, daß überhaupt die S t e r n e a n s i c h mit verschieden großen «absoluten» Leuchtkräften begabt sind, so daß also der Grund ihrer verschieden erscheinenden Helligkeit in ihnen selbst liegt und nicht in einer bloß vorgestellten verschiedenen Entfernung von der Erde; das freie Auge sieht dann eben bloß die Sterne mit größerer Leuchtkraft, aber nichts „Materielles", „Atomistisches", „Tastbares" sieht es, auch durchs Fernrohr nicht, — sondern gewichtlose Farbenqualitäten: gelbliche, rötliche, bläuliche S t e r n p u n k t e. Alles andere, wie „Kugelform", „Verteilung in einem Raume", „Entfernung" ist hinzugedacht. Nun könnte natürlich kein Astronom so etwas zu der reinen Erscheinung der Sterne am Himmelszelt hinzudenken, wenn er nicht eine von irdischen Kräften genährte irdische Vorstellungskraft hätte; und das, was er sich da vorstellt, kann er seinem Inhalte nach durch mit irdischen Stoffen — Tusche, Tinte — gezeichneten Linien und Punkten auf dem irdischen Stoffe des Papiers andeuten oder noch brutaler, stofflicher: durch Modelle, Planetarien. Aber auf alle Fälle handelt es sich um bloße B i l d p u n k t e der Gestirne, seien diese nun in der bloß inneren, aber irdischen Vorstellungssphäre festgehalten, oder in der Zeichnung, oder im Modell. Wo also der Astronom von „Entfernungen" der Sterne redet, von ihrer „Verteilung in einem dreidimensionalen Raume" — da handelt es sich in Wahrheit um bloß vorgestellte Bildpunkte in einem vom eigenen Denken definierten Raumgebiete. — Betrachten wir nun ein solches selbst gemachtes Vorstellungsbild, wie es im Anschlusse an Herschel der Astronom W. Struve sich im Prinzip ausgemalt hat. In diesem Bilde haben wir es mit verschiedenen Entfernungen der Bildpunkte der Sterne von der Bildmitte, wo der Bildpunkt unserer Erde sei, zu tun; kombinieren wir dieses Bild ferner mit der Vorstellung einer gleichmäßigen Verteilung der Bildpunkte im Bildraume, so, wie wir das oben geschildert haben in bezug auf gewisse rotationsförmige Raumteile; dann ergibt sich folgendes Verhalten:

Wir haben gesehen, daß wir die Bildpunkte jener Sterne, die noch mit freiem Auge sichtbar sind, unterbringen können im Inneren einer Kugel (deren Radius R_{00} als relative Einheitsstrecke genommen werde), daß aber die Bildpunkte der teleskopischen Sterne viel größere Rotationsräume in Anspruch nehmen als jene, die sich im Innern der genannten Kugel abgrenzen lassen; wir haben für die Radien der diese Räume nach außen hin begrenzenden Kugelflächenteile oder Zonen Werte gefunden, welche etwa zwischen 10 R_{00} und 23 R_{00} liegen. Die ins Raumbild umgedeutete Zahl k des Herschelschen Fernrohres aber würde 61.18 Einheiten R_{00} umfassen, also viel weiter reichen als jene Räume, in denen man noch Bildpunkte unterzubringen hat. Diese weiteren Räume außerhalb 10 R_{00} (Richtung nach dem Pol der Milchstraße, Zone A) und außerhalb 23 R_{00} (Richtungen in der Ebene der Milchstraße selbst, Zone E) wären also dann leer von „Sternkörpern". Struve aber denkt sich, daß eigentlich in diesen — vorgestellten — kosmischen Räumen überall „Sternkörper" vorkommen sollten, und daß der Kosmos ein endloses Raumgebiet ohne Grenzen sei. Nun ist die Zahl 61.18 unter Zugrundelegung des quadratischen Lichtausbreitungsgesetzes abgeleitet worden, indem man keine Absorption des Lichtes zwischen Lichtquelle und Auge bzw. Fernrohr annahm. Also sagt sich Struve, das selbstgemachte Bild als Abdruck einer kosmischen Raumeswirklichkeit deutend: Dieses rein quadratische Lichtausbreitungsgesetz kann im Kosmos nicht gelten; da muß eine Lichtabsorption vorkommen, welche den mit dem Fernrohr durchdringbaren Sichtbarkeitsbereich von 61.18 R_{00} auf etwa 23 R_{00} in Richtungen der Milchstraßenebene herabdrückt — in anderen Raumesrichtungen um noch größere Beträge.

Es handelt sich darum, einzusehen, daß alle diese Aussagen rein vorstellungsmäßiger Natur sind und die realen Verhältnisse im Kosmos nicht aufhellen; denn wir haben ja im vorhergehenden gezeigt, wie solche Zahlen: 10 R_{00}, 23 R_{00} usw. nur unter Zugrundelegung rein willkürlich-definierter, geometrisch deutbarer Gedankenelemente abgeleitet werden konnten. Die Vorstellung von einer Lichtabsorption im Kosmos und einer dadurch bedingten Verengerung des Sehraumes ist nur ein neues solches willkürliches Gedankenelement; geometrisch gedeutet ist es zu nichts anderem dienlich als von verschiedener Seite her gewonnene Zahlen miteinander in Einklang zu bringen, wie z. B. die Zahl 61 mit der Zahl 23. Im Texte zur Figur «Herschel-Kegel» haben wir die bezüglichen Rechnungen näher erläutert.

An dieser Stelle wollen wir noch die besondere Art des Struveschen*) Rechnungsganges andeuten. Er berechnet sich in ähnlicher Art, wie wir oben andeuteten, die Raumdichte N der Bildpunkte der mit freiem Auge sichtbaren Sterne, also jener Bildpunkte, die im Innern einer Kugel mit dem Radius R_{00} liegen; und zwar führt er die Rechnung für ein Raumgebiet, das begrenzt wird von der Zone E in unseren Figuren; er bekommt da für die Zahl der Punkte pro Volumeinheit den Wert N = 1535 [statt 1574, welchen Wert unsere Rechnungen ergaben]. Struve setzt voraus, daß in dem zu dieser Zone gehörigen Raumgebiet außerhalb der Kugel, wo er die Bildpunkte der teleskopischen Sterne sich verteilt denkt, dieselbe Zahl N von Bildpunkten pro Volumeinheit vorkomme. — Betrachten wir jetzt in unserer Fig. c einen sehr schmalen Kegel, dessen Öffnung**) $2\varphi_0 = 15'4''$ gleich sei der Öffnung des von W. u. J. Herschel bei ihren Sternzählungen gebrauchten Teleskopes. Das Volumen dieses Kegels, wenn dessen Länge $= R_{00}$ genommen wird, ist $J_{00} = \frac{1}{3}\pi R_{00}{}^3 \cdot \mathrm{tg}^2\varphi_0$; und es entfallen auf dieses Volumen $N \cdot J_{00}$ Bildpunkte. Nun haben W. und J. Herschel im Gesichtsfelde ihres Teleskopes in Richtungen nach der Milchstraße hin im Mittel n = 82 Sterne gezählt. Die Bildpunkte dieser Sterne, also eine Punktmenge n, ist nun nach W. Struve in einem Kegel von der Öffnung $2\varphi_0$ und einer noch zu bestimmenden Länge $\bar{R}$ derart unterzubringen, daß auf die Volumeinheit N Punkte kommen. Nun ist das Volumen dieses Kegels von der Größe: $\bar{J} = \bar{R}^3 \cdot J_{00}$, wenn man $R_{00} = 1$ setzt; und es soll gelten: $\bar{J} \cdot N = \bar{R}^3 \cdot J_{00} \cdot N = n$, somit: $\bar{R}^3 = \frac{n}{J_{00} \cdot N}$. Man findet: $J_{00} = \frac{5029}{10\,000\,000\,000}$ und $\bar{R} = 22$ (21.98).

*) Anmerkung. Struves Gedankengang ist beschrieben in Kobolds Buch: «Der Bau des Fixsternsystems». Ich habe ihn hier in freier Gestaltung, angepaßt den Figuren, mitgeteilt.

**) Anmerkung. Bezeichnen wir mit ω_0 den räumlichen Öffnungswinkel dieses Kegels, d. h. jenes Stück, das er aus der Oberfläche der Kugel mit dem Radius $R_0 = 1$ ausschneidet, so haben wir zur Berechnung dieses Oberflächenstückes, welches eine kleine Kugelhaube ist, die früher mitgeteilte Formel: $\omega_0 = 2\pi\,(1 - \cos\varphi_0) = 2\pi \cdot \sin\varphi_0\,\mathrm{tg}\frac{\varphi_0}{2}$; hier ist $\varphi_0 = 7'32''$. Die Anzahl $\square_0$, welche die ganze Kugeloberfläche mit der Flächengröße 4π umfaßt, beträgt 41 253; bezeichnet also g_0 jener Teil von $1\square^0$, den ω_0 umfaßt, so bekommt man hierfür: $g_0 = \frac{\omega_0}{4\pi} \cdot 41\,253 = 0{,}049\,525 \cdot \square^0$. Ferner sei $\nu \cdot g_0 = 1\ \square^0$, als $\nu = \frac{1}{g_0} = 20.19$. Diese Zahl ν sagt aus, wie oft die räumliche Winkelöffnung des Herschelschen Fernrohres in $1\ \square^0$ enthalten ist.

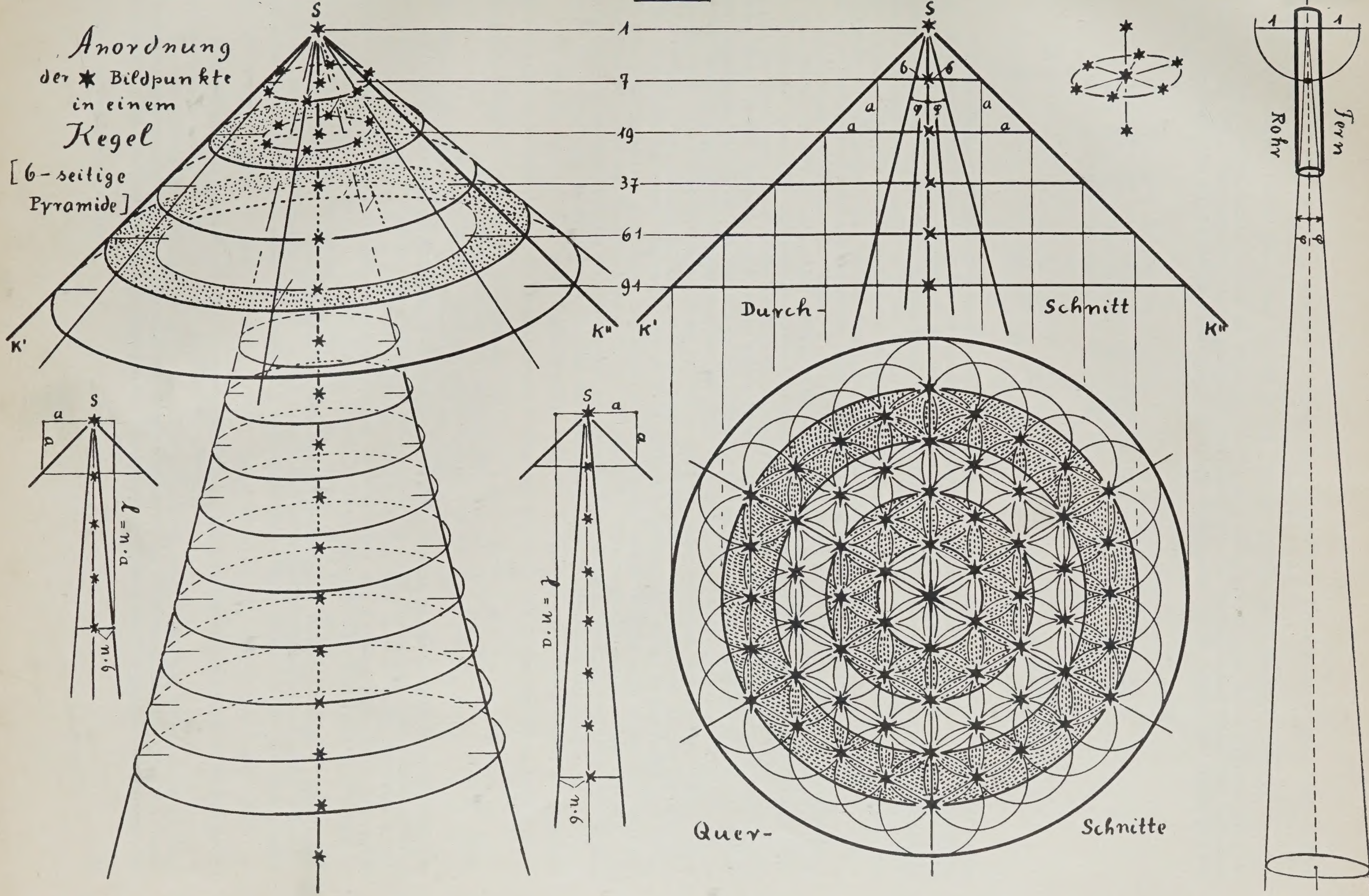
Zu Figur XV:

Anordnung der ✱-Bildpunkte in einem Kegel (Pyramide).

Wir können an dieser Figur gut das Wesen denkerischer Betätigung erläutern: wie zuerst eine mathematische Idee, ein geometrisches Gerüst in der Vorstellung existiert, und wie dieses dann angepaßt wird an Daten, die man durch Zählung und Messung an Wahrnehmungsgegenständen gewonnen hat; denn die Idee ist lebendig, variabel und umfaßt alle möglichen Einzelfälle.

Insbesondere wird uns die vorliegende Figur den einfachsten, durchsichtigsten Fall einer Bestimmung der sogenannten „Stern"-Entfernungen, genauer: der Entfernung der Grenzen eines sogenannten „Stern"-Systems, von einem bestimmten Mittelpunkte aus gerechnet, verdeutlichen. Wahrheitsgemäß handelt es sich hierbei aber gar nicht um „Sterne" der Wirklichkeit [da man sich diese nicht als materielle kosmische Atome denken darf] und um eine Ausmessung wirklich-seiender kosmischer Räume, wie sich W. Herschel dachte, der den hier darzustellenden Grundgedanken ausbrütete — sondern der ganze Verlauf des Gedankenprozesses bezeugt selbst, daß wir es hier lediglich mit den Bildpunkten der Sterne und einem System von solchen Bildpunkten zu tun haben. Es handelt sich einfach um die Art, wie sich W. Herschel eine solche räumliche Anordnung von zunächst rein geometrischen Punkten ausdachte, daß hierbei ein jeder Punkt stets acht gleichweit von ihm entfernte Nachbarpunkte hat. [Vgl. Nebenfigur rechts oben.] Das kann so geschehen, wie es im näheren die von mir gezeichnete Kegelfigur erläutert; deren Spitze sei S; die Öffnung des Kegels K'SK'' — den wir zunächst allein ins Auge fassen wollen — sei 90°. [Vgl. auch die Figur «Durchschnitt».] Im Abstande a von S hat dieser Kegel einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Radius a, im Abstande $n \cdot a = l_n$ von S einen solchen mit dem Radius l_n. Man denke sich den Kegel durch parallele Ebenen senkrecht zu seiner Achse geschnitten, und zwar in den Abständen a, 2a, 3a, . . . na . . . von S. Und man denke sich innerhalb eines jeden so entstehenden kreisförmigen Querschnittes ein System von Punkten derart angeordnet, wie es die Figur «Querschnitte» zeigt. [Die punktierten Kreisringflächen deuten auf die entsprechenden Querschnitte in der perspektivischen Kegelfigur.] Jeder Punkt l_n dieser ebenen Figur hat je sechs gleichweit von ihm entfernte Nachbarpunkte mit je einem Abstand a, wobei a der Radius des innersten Kreises ist. Denkt man sich also in einem etwas von der Spitze S des Kegels entfernten Querschnitt irgendeinen Punkt, so liegen um ihn herum in demselben Querschnitt sechs je in der Entfernung a von ihm abstehende Punkte, und dann noch — wiederum im Abstande a — je ein Punkt in dem oberhalb und dem unterhalb dieses Querschnittes folgenden Querschnitte. — Denken wir uns Kegel mit verschiedenen Längen $l_n = n \cdot a$, n = 1, 2, 3 . . . so repräsentiert uns die Gesamtheit der Punkte innerhalb eines jeden solchen Kegels nichts anderes als den Kubikwert $\bar{n}^3 = (\bar{n} + 1)^3$, d. h. die

XV



Anordnung der ★ Bildpunkte in einem Kegel [6-seitige Pyramide]
S
1
7
19
37
61
91
K'
K''
l = n·a
n·6
a
φ
Durch-
Schnitt
Quer-
Schnitte
Fern
Rohr

Kegelfigur*) kann uns geometrisch den inneren Aufbau einer arithmetischen Reihe der dritten Ordnung versinnlichen.

*) Anmerkung. Genau genommen handelt es sich um eine gleichseitig sechsseitige Pyramide.

Wir können streng beweisen, daß die Reihe der Werte $(n+1)^3$ eine konstante dritte Differenz hat; wir brauchen nur, wie in beistehendem Schema geschehen, die Kubikwerte von vier aufeinanderfolgenden Zahlen zu bilden, angefangen mit einer beliebigen Zahl $n+1$; dann die Differenzen I II III bilden; der Beweis gilt für jedes n.

		I	II	III
$(n+1)^3 = n^3 + 3 \cdot 1\,n^2 + 3 \cdot 1n + 1$	$\rangle$	$3\,n^2 + 3 \cdot 3\,n + 7$		
			$\rangle$ $6\,n + 12$	
$(n+2)^3 = n^3 + 3 \cdot 2\,n^2 + 3 \cdot 4n + 8$	$\rangle$	$3\,n^2 + 3 \cdot 5\,n + 19$		
			$\rangle$ $6\,n + 18$	$\rangle$ 6
$(n+3)^3 = n^3 + 3 \cdot 3\,n^2 + 3 \cdot 9n + 27$	$\rangle$	$3\,n^2 + 3 \cdot 7\,n + 37$		
$(n+4)^3 = n^3 + 3 \cdot 4\,n^2 + 3 \cdot 16n + 64$				

n =	0	1	2	3	4	5	6	———
$(n+1)^3$ =	1	8	27	64	125	216	343	———
I	1	7	19	37	61	91	127	———
II		6	12	18	24	30	36	———
III			6	6	6	6	———	

Wir können im speziellen ein Schema aufstellen, welches beginnt mit dem Werte n = 0. Wir wollen nun auf die geometrische Darstellung des nebenstehend angeschriebenen Zahlenschemas hinweisen. Betrachten wir die Figur «Querschnitte», so fällt auf, daß sie aus lauter ähnlichen gleichseitigen Sechsecken besteht, die in Kreise einbeschrieben sind, deren Radien je um einen gleichen Betrag a zunehmen. Die unterste Kolonne III unseres Schemas bezieht sich nun auf die Zunahme der Punktzahl, wenn wir von einem dieser Sechsecke auf das nächstfolgende äußere übergehen. Die Kolonne II gibt uns die Anzahlen der Punkte auf je einem der Sechsecke. Die Kolonne I gibt uns die Anzahlen der Punkte, die enthalten sind auf allen Sechseckumfängen, bis zu und mit einem bestimmten Sechseck, welches einbeschrieben ist einem Kreise mit dem Radius $l_n = n \cdot a$.

Schließlich die Kolonne der Zahlen $(n+1)^3$, welche die Summenreihe von I darstellt, kann nicht mehr in einer Fläche wie I II III dargestellt werden, sondern nur in einem dreidimensionalen Gebilde, nämlich durch die Kegelfigur: denn hier sind nun die vorhin betrachteten Querschnitte übereinander geschichtet, und somit stellen die Werte $(n+1)^3$, d. h. die Summen der Querschnittszahlen I, die Anzahlen der Punkte dar, die in einem Kegel K′SK″ enthalten sind, wenn dessen Höhe oder Länge $l_n = n \cdot a$ genommen wird. Wir wollen jetzt annehmen, daß wir es mit ziemlich großen n-Werten zu tun haben, so daß also die Anzahl der Punkte in der Nähe der Kegelspitze S gegenüber den Anzahlen der weiter entfernten im Innern des Kegels kaum ins Gewicht fällt. Wir wollen ferner annehmen, daß wir es nicht wie bisher mit einem Kegel zu tun haben, dessen halbe Öffnung 45° ist, sondern mit einem solchen, dessen halbe Öffnung φ viel kleiner ist. Das ist für zwei Fälle in der Figur «Durchschnitt» dargestellt; der zu dem größeren φ gehörige Kegel ist in der Hauptfigur, links, mit seinen Querschnitten gezeichnet. Der Kegel mit der kleinen halben Öffnung φ ist links und rechts der Hauptfigur für zwei verschiedene Längen $l = n \cdot a$ dargestellt. Man kann sich unter φ auch vorstellen die halbe Öffnung des Gesichtsfeldes eines Fernrohres, so wie es die Figur «Fern-Rohr» andeutet. [Diese Vorstellung ist für die Anwendung auf die Figur XVI «Bild der Milchstraße nach W. Herschel» von Bedeutung.]

Es sei nun, so wie es die Figur «Durch-Schnitt» andeutet, b der Radius des kreisförmigen Querschnittes eines Kegels mit der Öffnung 2φ, im Abstande a von S. Dann gilt $\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a}$. Als Radius des Querschnittes dieses Kegels im Abstande $l = n \cdot a$ von S bekommen wir: $\varrho = l \cdot \operatorname{tg}\varphi = n \cdot b$ | $\varrho_0 = l$ | $f = f_0 \operatorname{tg}^2\varphi$

und als Flächeninhalt des Querschnittes: $f = \varrho^2 \cdot \pi$ | $f_0 = l^2 \cdot \pi$

und Größe des Volumens dieses Kegels: $V = \frac{1}{3} f \cdot l$ | $V_0 = \frac{1}{3} f_0 \cdot l$ | $V = V_0 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi$.

Die beigesetzten Größen ϱ_0, f_0, V_0 beziehen sich auf den Kegel mit $\varphi = 45^0$.

Nun haben wir oben eine Beziehung gefunden für die Zahl der Punkte, welche in Form einer gleichseitigen sechseckigen Pyramide im Innern eines Kegels mit der Öffnung $2\varphi = 90^0$ angeordnet sind; beträgt nämlich die Höhe dieses Kegels $l = n \cdot a$, so hat die zugehörige Punktzahl den Wert $(n+1)^3 = N_0$. Wir wollen jetzt annehmen, daß eine Proportionalität bestehe zwischen Kegelvolumen und Punktezahlen. Dann bekommen wir entsprechend der Formel $V = V_0 \operatorname{tg}^2\varphi$ für die Anzahl N der zu dem schmalen Kegel mit der Öffnung 2φ gehörigen Punkte in seinem Innern den Wert: $N = N_0 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi = (n+1)^3 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi$.

Zu einer ähnlichen Beziehung gelangen wir, wenn wir uns direkt sagen: In dem Volumen V_0 eines Kegels sollen eine bestimmte Zahl N_0 von Punkten so verteilt sein, daß jeder einen gleichen Raumanteil ΔV bekommt, und nach demselben Prinzip sollen N-Punkte in V angeordnet sein. Dann haben wir also die Gleichungen: $N_0 \cdot \Delta V = V_0$, $N \cdot \Delta V = V$, somit: $N = N_0 \frac{V}{V_0} = N_0 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi$. Nun ist: $V_0 = \frac{1}{3} l^3 \pi$, wo $l = n \cdot a$ ist.

Nehmen wir jetzt an, es sei $\Delta V = \frac{1}{3}\pi$ = der vierte Teil des Volumens einer Kugel mit dem Radius $a = 1$, so folgt aus $N_0 \cdot \Delta V = V_0$ für $N_0 = n^3$, der Wert $N = n^3 \operatorname{tg}^2\varphi$.

Die Abweichung dieser Formel für N von der oben gefundenen rührt davon her, weil ja die sechsseitige Pyramide den Kegel nicht ganz ausfüllt; doch kam es hier bloß darauf an, das Prinzip der Anordnung der Punkte zu erläutern; bei den Anwendungen ist dagegen die letztgefundene Formel für N bequemer. Denn diese Be-

ziehung zwischen N, n, φ kann dazu dienen, für ein gegebenes φ und für gegebene N-Werte die zugehörigen n-Werte zu bestimmen, d. h. die Längen $l = n \cdot a$ (für $a = 1$) der entsprechenden Kegel, in denen Punkte — d. h. jeweils eine bestimmte Zahl N von ihnen — untergebracht werden können, nach dem Prinzip gleicher Volumanteile. Wir bekommen nun einfach: $l = n = k_\varphi (N)^{1/3}$, wobei $k_\varphi^3 = \frac{1}{\mathrm{tg}^2 \varphi}$ ist.

Nehmen wir nun mit Herschel an, die N-Werte seien die A n z a h l e n der Sterne, die jeweils im Gesichtsfelde eines Fernrohres mit der Öffnung 2φ abgezählt werden können, wenn dieses auf eine bestimmte Himmelsgegend gerichtet ist. Herschel dachte sich nun die Bildpunkte dieser Sterne in einem Kegel mit der Öffnung 2φ so verteilt, wie vorhin erläutert wurde; und er kann die Länge l dieses Kegels nach der angegebenen Formel bestimmen. Da sein Fernrohr die Öffnung $2\varphi = 15'4''$ hatte, so hatte für ihn k_φ den Wert 59.

[Vgl. Näheres im Text zu Figur XVI «Bild der Milchstraße nach W. Herschels Methode».]

Zu Figur XVI.

«Bild der Milchstraße nach W. Herschels Methode. Linsenform. Umriß des Systems im Bildraume. Kugelbild des Himmels.»

Diese Figurentafel als Ganzes soll erläutern, wie wir zur Bestimmung der Grenzkurve, des Umrisses des Systems aller B i l d p u n k t e der Sterne, im Bildraume gelangen können, wenn wir uns stützen auf jene Überlegungen, wie sie W. Herschel machte.

Man sieht in vielen modernen Astronomiebüchern die Herschelsche Zeichnung, deren Umriß — die gesternte zackige Kurve — wir hier reproduziert haben. Dieser Umriß begrenzt ein Feld, das, genähert durch den Querschnitt einer Linse, also eines Rotationskörpers (vgl. Figur rechts oben), ersetzt werden kann. Es wird nun von dieser Herschelfigur oder auch von der Linsenform, oftmals gesagt, sie sei, wenn auch ein rohes, so doch ein genähertes Abbild der wahren, räumlich zu denkenden Gestaltverhältnisse unseres engeren Sternsystems oder des Milchstraßensystems, zu dem alle an der Sphäre sichtbaren Sterne gehören. Aber auf die Art der Entstehung dieser Figur wird im Intimen nicht eingegangen. Wenn man nun aber dem denkerischen Prozeß, der diese Figur schuf und in Beziehung zur Sternenwelt brachte, nachgeht, so zeigt es sich, daß man wahrheitsgemäß nicht sagen dürfte, hier handle es sich um die Wiedergabe objektiv vorhandener kosmischer Gestaltungsverhältnisse; vielmehr erkennt man, daß es sich um ein ganz aus dem menschlich-geometrischen Vorstellen heraus s e l b s t g e s c h a f f e n e s B i l d handelt.

Wir haben im Texte zu Figur «Milchstraße im Horizont; Hauptebene des Bildraumes» darauf hingewiesen, daß der Bildraum orientiert ist in bezug auf ein kartesisches Koordinatensystem, dessen Hauptebene auf eine Horizontalebene hinweist, während die dazu Senkrechte der Richtung der Schwerkraft entspricht. Und wir haben gezeigt, daß das kartesische System mit seinen drei Koordinatenebenen und seinen sechs Hauptrichtungen, wenn man es als ein Kräftesystem denkt, sich auslebt in der Gestaltung und Gliederung der menschlich-leiblichen Organisation, die auch die Grundlage seiner seelisch-geistigen Betätigungen bildet. In dieses System aber baut der astronomische Theoretiker seine Bild-Vorstellungen vom Kosmos ein, und diese schildern nicht Raumesverhältnisse im Kosmos außerhalb des Menschen und der Erde, sondern sind Erzeugnisse der Gestaltungskräfte der eigenen geometrischen Phantasie des Theoretikers.

Um die Orientierung des Koordinatensystems der Figur «Umriß des Systems im Bildraume» zu verstehen, denke man sich, daß die im Zentrum gezeichnete Kugel mit dem schraffierten Band und mit der Kugelachse M′M″ identisch sei mit der linken Nebenfigur «Kugelbild des Himmels». Das schraffierte Band soll in beiden Figuren auf die Zone der Milchstraße an der Sphäre hindeuten. Der mittlere Kreis (der «galaktische Äquator») des Abbildes dieser Zone auf der Kugel ist ein größter Kreis auf dieser und bestimmt eine Ebene («die galaktische Ebene»), die wir zur Hauptebene des Bildraumes machen, auf welcher die Achse M′M″ senkrecht steht. In der Figur «Umriß des Systems im Bildraume» ist die galaktische Ebene außerhalb der Kugel im Zentrum bloß durch die Schnittlinie H:– – – – – H. mit der Ebene der Zeichnung angedeutet. Diese Zeichnungsebene aber ist zu denken als die Ebene des Kreises H.M′H:M″ in der Figur «Kugelbild des Himmels»; wenigstens insofern man die gezackte, gesternte Umrißlinie ins Auge faßt; faßt man aber die eiförmig-schematische Umrißlinie ins Auge, so kann die Ebene der Zeichnung die Ebene eines b e l i e b i g e n Meridiankreises bedeuten, der durch die Pole M′M″ der Figur «Kugelbild des Himmels» geht, und dementsprechend ist dann die eiförmige Umrißlinie zu denken als die Schnittlinie der Zeichnungsebene mit einem linsenförmigen Rotationskörper, dessen Achse M′M″ ist, so wie es die Nebenfigur rechts andeutet.

Um nun die Beziehungen des Figürlichen im Bildraume mit den Objekten an der Himmelssphäre näher zu verstehen, betrachte man zunächst das «Kugelbild des Himmels». Diese Figur mit ihren Hauptkreisen ist eine verkleinerte Darstellung der schon obengenannten «Milchstraße im Horizont; Hauptebene des Bildraumes»: der galaktische Äquator N′M.N″M: fällt mit dem Horizontkreis eines bestimmten irdischen Beobachtungsortes zusammen; für ihn bedeutet: N′ = No = Nordpunkt; M. = We = Westpunkt; N″ = Sü = Südpunkt; M: = Os = Ostpunkt. Der Kugelpol M′ ist der Zenitpunkt dieses Ortes, M″ sein Nadier; P′P″ bedeutet die Richtung der Himmelsachse, die in der Meridianebene NoM′SüM″ liegt. Diese Achse steht senkrecht auf dem

Äquatorkreis R″A:R′A., das ist der Bildkreis des sog. Himmelsäquators; er wird geschnitten vom Bildkreis der Ekliptik in ♈ und ♎; man denke sich, es sei ungefähr $R''\frown\Upsilon' = 10^0 = R'\frown\text{♎}$, ebenso $M:\frown A: = 10^0 = M.\frown A.$; ferner nehme man als Polhöhe $\varphi = No\frown P' = M'\frown R' = 28^0$. Die Durchschnittslinie D.D: der Ekliptik und ihre Pole E′P′, E″P″ fallen in die Ebene des Kreises A:P′A.P″, wobei die Achse zwischen diesen Polen senkrecht auf der genannten Durchschnittslinie steht. — Wenn man sich die Kugelfigur (abgesehen von den Punkten No — We — Sü — Os) um die Achse P′P″ rotierend denkt, um die tägliche Bewegung des Sternenhimmels in bezug auf den Horizont nachzuahmen, so kommt in einem bestimmten Momente jene Gegend der Sphäre, wo die Milchstraße verläuft, in eine solche Lage zum Horizonte, daß sie von diesem halbiert wird und also im Kugelbilde durch die Lage der schraffierten Zone angedeutet werden kann. S′S″ bedeutet ein Parallelkreis zum Mittelkreis dieser Zone, dem galaktischen Äquator, und hat von ihm den Abstand $N'\frown S' = b = N''\frown S''$ (b = galaktische Breite). Die auf diesem Kreise befindlichen Bildpunkte (z. B. S^+ oder S^{++}) von Sternen sind ihrer Lage nach bestimmt durch den Abstand $b = S^+\frown G^+ = S^{++}\frown G^{++}$ vom galaktischen Äquator und durch die Abstände der Punkte G^+, G^{++} von einem der Schnittpunkte M., M: des galaktischen Kreises mit dem Bildkreis des Himmelsäquators: in diesem Sinne ist z. B. $M:\frown G^+ = l^+$ die «galaktische Länge» von G^+; man könnte diese Länge aber auch z. B. messen von N: an, dem Schnittpunkte der Ekliptik mit dem galaktischen Kreis; doch sind ja gewöhnlich die Ausgangskoordinaten nicht in bezug auf die Ekliptik, sondern in bezug auf den Bildkreis des Himmelsäquators gegeben, so z. B. für S^+ die Werte $A:\frown R^+ = \alpha^+$ und $R^+\frown S^+ = \delta^+$. (Gerade Aufsteigung und Deklination.)

Für das Folgende wird es nötig sein, vorauszusetzen, daß man insbesondere die b-Werte der Bildpunkte der Sterne ermittelt habe oder wenigstens gewisse Grenzen, zwischen denen diese b-Werte liegen. Man denke sich nämlich die Bildkugel des Himmels durch Parallelkreise zum galaktischen Äquator in Zonen zerlegt, so wie es die Kugelzeichnung in der Hauptfigur andeutet. Es ist bloß die obere Kugelhälfte perspektivisch dargestellt; die untere Hälfte (nur im Querschnitt zu sehen) ist aber bezüglich der Zoneneinteilung symmetrisch zur oberen Hälfte zu denken, wobei die Symmetrieebene durch den Mittelkreis der schraffierten Zone bestimmt ist. In nebenstehender Übersicht bedeuten die b-Werte die galaktischen Breiten der Trennungskreise der einzelnen Zonen, und gleiche Buchstaben bedeuten spiegelbildliche Gleichheit je zweier Zonen in bezug auf den galaktischen Äquator.

b:	$+90^0$		$+70^0$		$+50^0$		$+30^0$		$+10$	$0—10$		-30		-50		-70		-90^0	
		I		II		III		IV		V	VI		VII		VIII		IX		
	M′	A		B		C		D		E	D		C		B		A		M″

Man kann nun ermitteln, welche Bildpunkte der Sterne und wieviele in je eine dieser Zonen fallen. Man könnte natürlich eine andere Zoneneinteilung wählen; aber die in der Literatur vorhandenen Angaben, welche aus der mühevollen Bearbeitung der Sternzählungsergebnisse herstammen, benutzen die eben geschilderte Zoneneinteilung. In der unten folgenden Tabelle sind die Anzahlen der Bildpunkte angegeben, die im Mittel auf je ein gleichgroßes Feld in einer der genannten Zonen entfallen. Ein solches Feld entspricht der Winkelgröße des Gesichtsfeldes jenes Fernrohres, welches W. und J. Herschel bei ihren Sternzählungen benützten. Professor Seeliger (München) hat ermittelt, welche der von den beiden Herschel abgezählten Felder in je eine der genannten Zonen entfallen; und er konnte auf diese Art berechnen die mittlere Anzahl von Bildpunkten, die auf ein solches Feld in jeder der genannten Zonen entfallen; diese Zahlen sind in der Tabelle angegeben. Man sieht, daß auf Felder in spiegelbildlich einander entsprechenden Zonen auch ungefähr gleichviel Bildpunkte von Sternen entfallen, und daß diese Anzahlen pro Feld gegen die Pole M′, M″ hin abnehmen, in jener Zone V aber, welche der Milchstraße entspricht, am größten sind. Schon die mit freiem Auge sichtbaren Sterne zeigen ja eine gewisse Häufung in der Gegend der Milchstraße, vor allem aber die teleskopischen, die bei den Herschelschen Zählungen den Ausschlag geben. — Nun kann man die erwähnte n ä h e r u n g s w e i s e spiegelbildliche Gleichheit der Verteilung der Bildpunkte zu beiden Seiten der mittleren Kugelzone V zum Zwecke von Näherungsrechnungen durch eine künstlich hergestellte genaue Spiegelbildlichkeit ersetzen. Diese Berechnung der Mittelzahlen s pro Feld für die spiegelbildlichen Zonen ist im rechten Teil der Tabelle angegeben. Kennt man ferner die Flächeninhalte der Zonen (in $\square^0$) und weiß auch, welche Fläche $\omega_0\square^0$ dem Gesichtsfelde des Herschelschen Fernrohres entspricht, so kann man zunächst die Zahl der Bildpunkte pro $\square^0$ berechnen und schließlich schätzungsweise die Zahl der Bildpunkte für jede der ganzen Zonen. [Wir haben im Text zur Tafel «Kugelzonen . . . Kegel» gefunden, daß $20.19\ \omega_0 = 1\square^0$ sind; somit ergibt sich die Anzahl z der Bildpunkte pro $\square^0$, indem man die Anzahl s der Punkte pro Feld in einer jeden Zone mit $\nu = 20.19$ multipliziert. Die Anzahlen Z der Punkte für die ganzen Zonen ergeben sich dann nach der Formel $Z = g \cdot z$, wobei g der Flächeninhalt der Zonen in $\square^0$ bedeutet. Auf diese Art ergibt sich nach der Tabelle eine schätzungsweise Zahl von etwa 27 000 000 Punkten für die ganze Kugelfläche. Es handelt sich aber wirklich nur um eine Schätzung; denn man bedenke: die Zahl der in der Tabelle berücksichtigten, von W. Herschel abgezählten Felder ist 1059, während J. Herschel mit 1860 Feldern vertreten ist; die Totalzahl dieser Felder ist also 2919. Nun hat jedes Feld einen räumlichen Öffnungswinkel von der Größe $\omega_0 = \frac{1}{20.19}\square^0$. Somit entsprechen die 2919 Felder einem Areal auf der Kugeloberfläche von rund $2919 : 20 = 146\square^0$, während die ganze Kugelfläche $41\,253\square^0$ hat, also mehr als 280 mal größer ist als alle abgezählten Felder zusammen!]

Nun hätten wir also eine gewisse Anzahl — sagen wir z. B. 27 000 000 — von Punkten auf einer Kugelfläche, deren Radius $R_0 = 1$ sei, und abgeteilt nach einzelnen Kugelzonen. Man könnte ja im weiteren noch

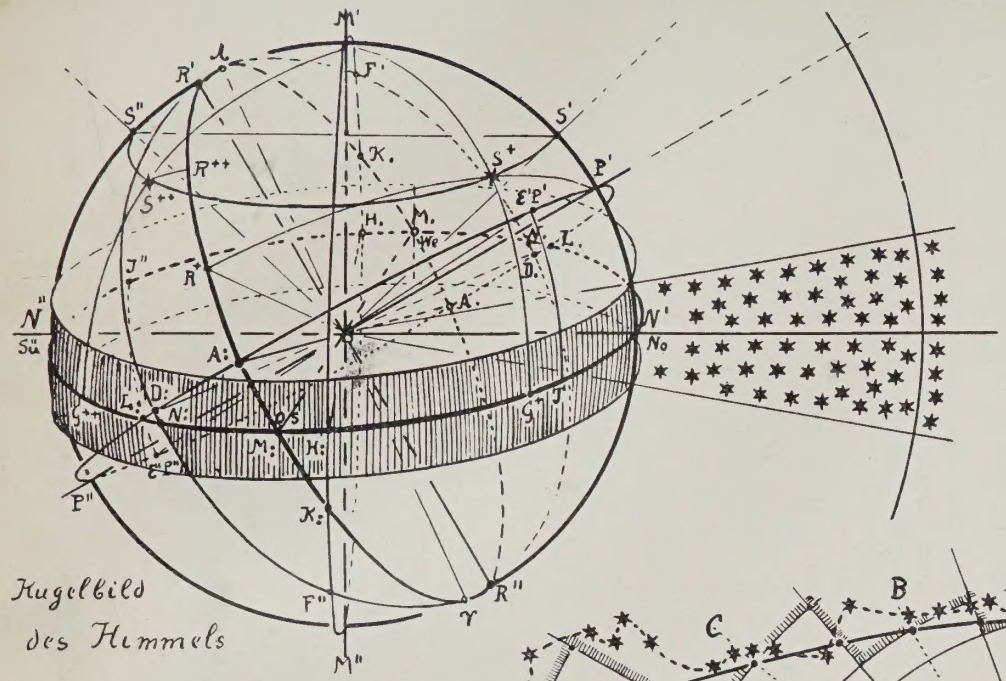
für jeden Punkt die sphärischen Koordinaten anzugeben versuchen, so wie es die Figur «Kugelbild des Himmels» darstellt. Der beobachtende und rechnende Astronom könnte sich nun eigentlich bei diesem Kugelbild mit seinen Hauptkreisen und den durch Winkelbögen gegebenen Koordinaten der Bildpunkte der Sterne begnügen. Allein, wenn er sich bei diesem Bilde beruhigen würde, so hätte er damit zugegeben, daß man die eigentliche Gestaltung des Himmelsgebietes doch nur durch sphärenhafte Figuren abbilden könne: das würde entsprechen etwa der Anschauung, daß wir es bei den Sternen mit wahren L i c h t w e s e n in einer überirdischen Sphäre, sozusagen an der Grenze zwischen der räumlichen Welt und der überräumlichen Welt, zu tun haben. Allein, das neuzeitliche, im Schwerefelde der Erde sich herumtastende Denken gibt sich nicht zufrieden mit der reinen Lichterscheinung als solcher, sondern sucht nach einem hypothetischen, substanziellen, sozusagen tastbaren und wenn schließlich auch nur wie einen Lufthauch spürbaren «Träger» der Erscheinung. So bestehen nach W. Herschel die Wesenskerne der Sterne aus einer Art stofflich gedachter, feinen Lichtmaterie, die zwar überall im Weltall verbreitet sei, aber teilweise eben zu Lichttropfen zusammengeronnen sei, ähnlich wie der Wasserdampf der Luft zu kugeligen Regentropfen sich kondensiere; die moderneren Physiker-Chemiker denken sich die Wesenskerne der Sterne wie Gasbälle. Die Hauptsache bei all diesen Anschauungen ist die Vorstellung der Wesenskerne der Sterne unter dem Bilde eines Stoffes in irdisch-körperlicher Erscheinungsform; und daran schließt sich dann der Gedanke: solche «Körper» können doch nicht in gleichen Abständen um die Erde herumstehen, wie sozusagen an einer gemeinsamen Kugelfläche befestigt! Demgemäß macht man sich also statt des bloßen Kugelbildes vom Himmel ein R a u m b i l d. Nennen wir die Bildpunkte der Sterne auf der Kugel, wo ihre Lage in bezug auf deren Hauptkreise durch sphärische Koordinaten festgelegt wird, solche der ersten Art: diese Punkte auf der Kugelfläche sucht nun der Theoretiker zu ersetzen durch Bildpunkte der zweiten Art, die er sich in irgendeinem räumlichen Gebiete verteilt denkt. Das einfachste wäre, als solches Gebiet den Raum im Innern einer Kugel zu wählen, dessen Mittelpunkt man als den B i l d p u n k t unserer Erde (oder Sonne mit Erde) deuten könnte. Man könnte sich demgemäß sagen: gegeben sind uns eine Anzahl Punkte, z. B. N = 27 000 000. Man soll diese Punktmenge so in einem Kugelraume anordnen, daß jeder Punkt ein gleiches Volumen v zugeteilt bekommt. Demgemäß hätte man zur Bestimmung des Radius R dieser Kugel die Gleichung: $\frac{4}{3}R^3 \cdot \pi = N \cdot v$. Nehmen wir $v = \frac{1}{3}\pi$, so bekommen wir: $R^3 = \frac{1}{4}N$.

Nach dieser Annahme entfallen gerade vier Bildpunkte auf das Volumen $\frac{4}{3}\pi$ einer Kugel mit dem Radius $R_0 = 1$. Für den angegebenen N-Wert folgt R = 187. Man stelle sich vor, die Kugel mit dem Radius R sei jene, deren Schnitt mit der Zeichnungsebene der Kreis A B C D E in der Figur rechts oben auf vorliegender Tafel sei. Diese Kugel enthalte also in ihrem Innern 27 000 000 Punkte verteilt, die Bildpunkte zweiter Art. Eine gleiche Anzahl von Punkten, die Bildpunkte erster Art, denke man sich auf der Fläche der im Zentrum der Figur gezeichneten Kugel, deren Radius $R_0 = 1$ sei. [Doch ist diese Kugel im Verhältnis zum Kreise A B C D E, dessen Radius R = 187 sein soll, viel zu groß gezeichnet, was aber in der Zeichnung nicht zu umgehen war.]

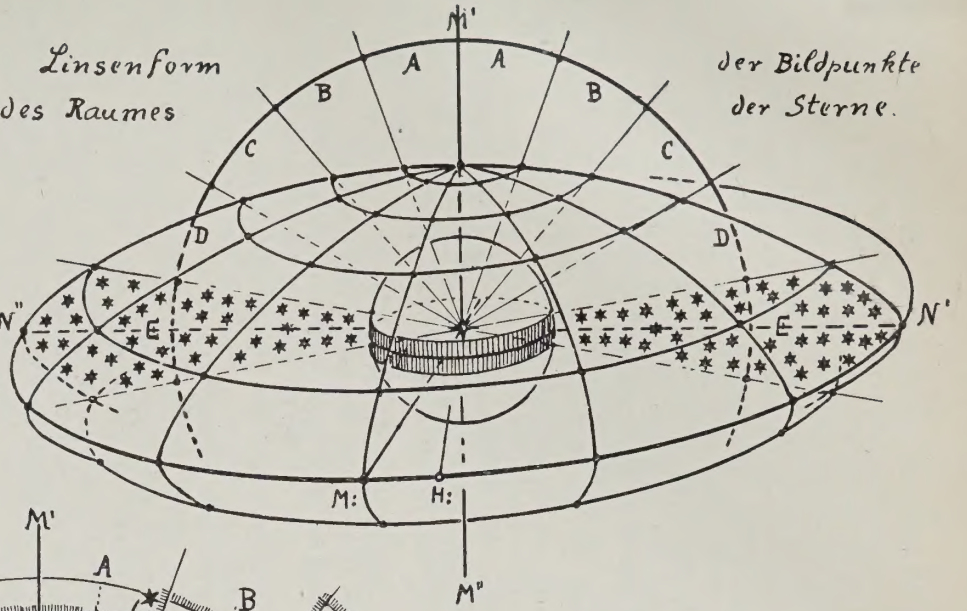
Nachdem wir so in erster Übersicht ein kugeliges Raumbild skizziert haben, gelangen wir sofort zu einer etwas lebendigeren Vorstellung der Theoretiker: man denke sich die Kugel A B C D E abgeplattet; aber die Zahl der Bildpunkte in ihrem Innern möge sich gleich bleiben, und jeder möge nach wie vor dasselbe Volumen v beanspruchen können. Wenn man also den Kugelraum in den Richtungen der Achse M′M″ sich abplatten läßt, so muß er sich dafür in den Richtungen der Äquatorebene EE ausweiten, und wir bekommen so den in der Vorderansicht gezeichneten linsenförmigen Rotationskörper: er enthält in seinem Innern die 27 000 000 Punkte in gleichmäßiger Verteilung. Die Frage ist bloß: Warum bevorzugt der Theoretiker diese Linsenform vor der Kugelform? Da stößt man auf Anschauungen, wie sie Kant in seiner «Naturgeschichte und Theorie des Himmels» (Königsberg 1784), Lambert in seinen «Kosmologischen Briefen» (Augsburg 1761) und auch W. Herschel in seinen «Abhandlungen» (1754—1818) in ähnlicher Art entwickelt hat. Diese Theoretiker gehen von der Körper-V o r s t e l l u n g der Sterne, d. h. ihrer Wesenskerne, aus, und sie erklären: Dasjenige, was wir als das neblichte Band der Milchstraße am Himmel erblicken, und die Anhäufung der Sterne nach der Zone der Milchstraße hin, sei nur perspektivischer „Schein"; denn diese — körperlich gedachten — Wesenskerne der Sterne seien „in Wirklichkeit" nach einer flachen Schicht, etwa in Form einer dünnen Linse, angeordnet, und unsere Erde sei in der Nähe der Mitte dieser linsenförmigen Welt. Blicke man dann in der Richtung der Äquatorebene dieser Linse, so sehe man viele Lichter hinter- und nebeneinander, die aber nun in der Perspektive (d.h. vom Mittelpunkt der Linse aus gesehen) den Schimmer des Bandes der Milchstraße ergeben sollen, deren Zone dem Umkreise in der Ebene des Linsenäquators entsprechen würde; blicke man aber in den Richtungen der Linsenachse (M′M″) oder in Richtungen, die mehr oder weniger von den Richtungen in der Ebene des Linsenäquators abweichen, so bekomme man den Anblick von sternärmeren Gegenden des Himmels.

Nun ist das, was diese Theoretiker aussagen, durchaus nur die Aussage von einem V o r s t e l l u n g s b i l d, das sie an die Erscheinungen herantragen; denn der Sternhimmel erscheint in seiner Unmittelbarkeit dem Auge wahrhaftig nicht in Form einer ausgebreiteten Schicht von irdisch-stofflichen Lichtträgern oder in Form einer Linse, sondern durchaus sphärisch. Und aus der Erscheinung der Sterne selbst kann man nicht das Recht ableiten, ihnen gegenüber in dem Sinne von Perspektive zu reden, wie man es den Gegenständen im irdischen Felde gegenüber tun darf: denn diesen irdischen Dingen gegenüber können wir mit unserem Leibe bald näher, bald entfernter sein, während den Sternen gegenüber, als Lichterscheinungen in unbestimmten Sphären, die Raumbestimmungen des «näher» und «entfernter» in keiner äußeren, lebenswirklichen Sinneserfahrung eine Begründung finden. Die Raumbestimmung den Sternen gegenüber hört in bezug auf die «dritte» Dimension, auf die Tiefen- oder Entfernungsdimension, einfach auf; nur ihre Winkelkoordinaten, ihre gegen-

XVI

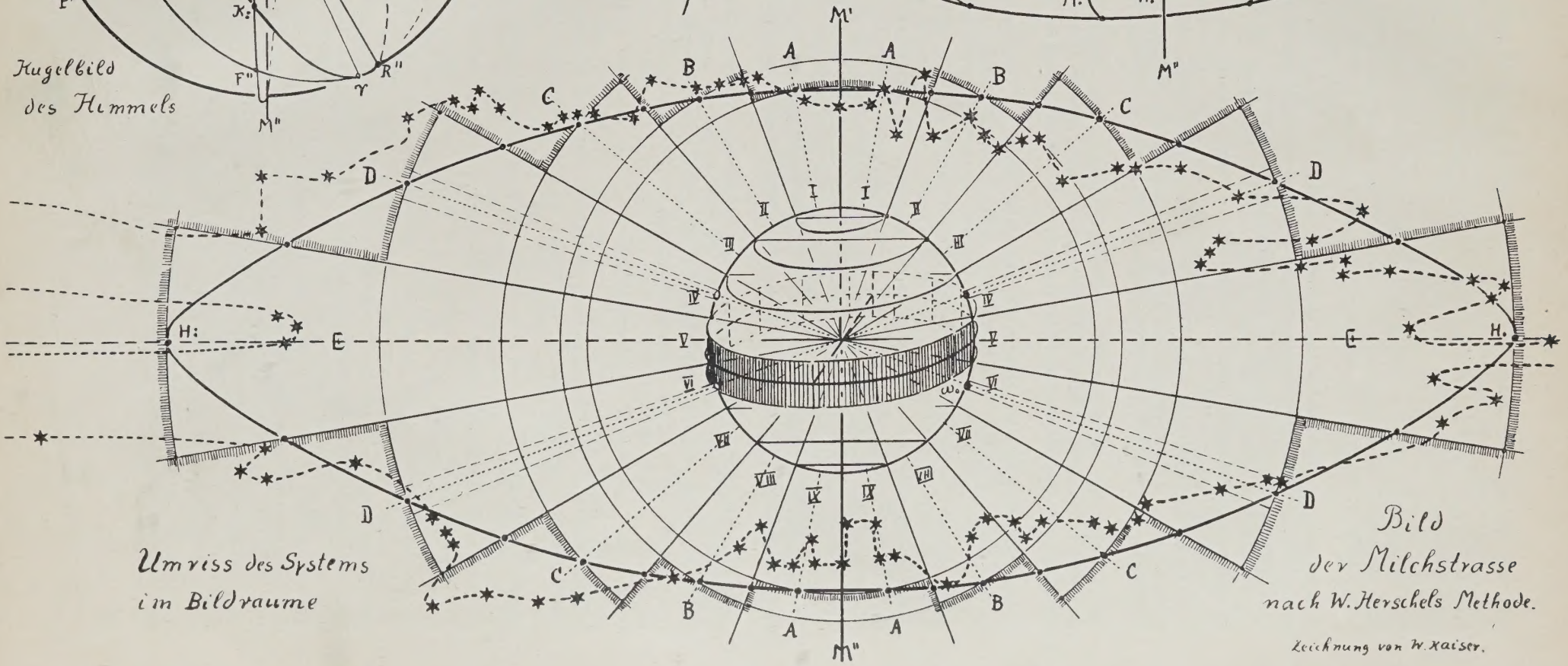


Kugelbild
des Himmels



Linsenform
des Raumes

der Bildpunkte
der Sterne.



Umriss des Systems
im Bildraume

Bild
der Milchstrasse
nach W. Herschels Methode.

Zeichnung von W. Kaiser.

seitige Lage an der Sphäre, kann man rein wahrnehmend bestimmen. In bezug auf die «Entfernung» läßt sich bloß das eine ausmachen, daß diese Erscheinungen, «Sterne», sich den Dimensionen der Erde gegenüber so verhalten, als ob diese Dimensionen in gewissem Sinne gar keine Rolle spielten bei der Wahrnehmung der Gestalt der Sternbilder und gegenseitigen Lage der Sterne an der Sphäre, auch wenn diese Sphäre sich in verschiedenen Lagen in bezug auf die verschiedenen Horizonte irdischer Orte zeigt: von allen diesen Orten aus gesehen ergeben sich im wesentlichen für die gegenseitigen sphärischen Abstände der Sterne dieselben Werte. [Abgesehen von Abweichungen, die in der verschiedenen Beschaffenheit der Lufthülle an verschiedenen Orten begründet sind und welche sich schon für jeden einzelnen Beobachtungsort bemerkbar machen, je nach der verschiedenen Höhe der Sterne oder des Sternbildes über dem Horizont.]

Dieses Verhältnis Erde—Sterne läßt sich im geometrischen Bilde nur so zur Darstellung bringen, daß wir die Bildkugel der Erde beinahe zu einem dimensionslosen Punkte zusammenschrumpfen lassen im Verhältnis zur Bildkugel des Himmels (mit dem Radius $r_0 = 1$), in deren Zentrum oder in dessen Nähe der Bildpunkt der Erde gedacht werden muß, während wir uns die Bildkugel des Himmels mit den Bildpunkten der Sterne besät denken. — Wer nun von der „Linsengestalt des Sternsystems" — oder einer anderen, differenzierter gedachten Gestalt — redet, dem müssen wir entgegenhalten, daß diese Aussage nichts mit der Sinneswirklichkeit der Erscheinungen zu tun haben kann, sondern sich nur beziehen kann auf ein in innerer geometrischer Anschauung mit Willkür selbstgestaltetes Bild, das unter anderen Gesichtspunkten durch ein anderes ersetzt werden könnte und deshalb zu nichts verpflichtet in dem Sinne, wie man einem wahrhaft Objektiven gegenüber dessen Existenz bejahen muß.

Wir wollen, um Klarheit zu schaffen, zeigen, wie wir die Gestalt dieses Bildes auf rein mathematischem Wege bekommen können, wobei wir uns bewußt bleiben, daß wir da nicht den Kosmos durch Raumesformen in einem verkleinerten Maßstabe nachbilden, sondern daß diese Formen einem dem eigenen Denken entnommenen Gesichtspunkte gemäß gewählt werden.

Denken wir uns die Kugel mit dem Radius $r_0 = 1$ in der Mitte des Bildraumes, so wie es die Hauptfigur dieser Tafel, auch jene rechts oben zeigt. [In beiden Figuren aber ist diese Kugel im Verhältnis zu den Dimensionen der äußeren Umrisse der Figuren viel kleiner zu denken, wie sich noch zeigen wird, was aber nicht gezeichnet werden konnte.] Auch auf der Kugel in Figur rechts seien die neun Zonen mit den Bildpunkten der Sterne unterschieden. [Gezeichnet ist bloß die mittlere schraffierte Zone V.] Aus der Tabelle sieht man, daß in diesen Zonen nach den Kugelpolen M′, M″ hin die Flächendichte der Bildpunkte — wir nannten sie solche von der ersten Art — abnimmt, d. h. sie ist in I und IX viel geringer als in V. — Nun seien diesen Zonen Räume von rotationsförmiger Gestalt zugeordnet, die von je zwei Kreiskegelmänteln begrenzt werden. Die gemeinsame Spitze aller dieser Kegel sei der Kugelmittelpunkt; M′ M″ sei ihre gemeinsame Achse, und ihre Öffnungen seien bestimmt durch jene Parallelkreise auf der Kugel, welche die erwähnten neun Zonen voneinander trennen. Im Schnitt mit der Ebene der Zeichnung ergeben diese Kegelmäntel jene vom Zentrum des Bildraumes ausstrahlenden Geraden, welche in der Hauptfigur und jener rechter Hand zu sehen sind. [Vgl. die Gestalt dieser Rotationsräume auf der Tafel XX.]

Wir haben im Sinne unserer Tabelle eine ausgleichende Symmetrie der Punktverteilung auf den zur Kugelzone V (Gebiet E) spiegelbildlich gelegenen Zonen geschaffen, und wir brauchen deshalb bloß die obere Kugelhälfte samt den zugehörigen Rotationsräumen ins Auge zu fassen, auch bloß die dem Pole M′ zugekehrte Hälfte der in ihrer Entstehung zu schildernden «Linsenform des Raumes der Bildpunkte der Sterne». Um diese Linsenform zu erhalten, müssen wir die Bildpunkte erster Art auf den Kugelzonen durch solche zweiter Art in den diesen Zonen zugeordneten Rotationsräumen ersetzen, und zwar in gleichmäßiger Verteilung. Im Gebiete jenes Raumes, welcher der Kugelzone V (Gebiet E) zugehört, sind in der Figur rechts oben solche Bildpunkte zweiter Art durch Sternchen angedeutet, ebenso in der Figur «Kugelbild des Himmels». Aber auf ähnliche Art denke man sich den Punktreichtum der übrigen Kugelzonen in die zugehörigen Rotationsräume hineingegossen, d. h. durch Bildpunkte der zweiten Art ersetzt. Da nun auf der Zone V die Flächendichte der Punkte (erster Art) am größten ist, so wird der zugehörige Rotationsraum bis zu einer relativ weit von der Bildmitte entfernten Grenzfläche mit Bildpunkten zweiter Art erfüllt werden. Auf den übrigen Zonen nimmt die Flächendichte der Punkte nach den Polen M′, M″ hin stufenweise ab; deshalb werden auch die zugehörigen Rotationsräume nur bis an solche Grenzflächen heran mit Bildpunkten zweiter Art erfüllt werden, die entsprechend weniger weit von der Mitte des Bildraumes abstehen: auf solche Art schließen sich alle diese Grenzflächen zur Umhüllung einer nach den Polen M′M″ hin abgeflachten Linsengestalt zusammen. Denken wir uns in erster Näherung die Grenzflächen der einzelnen Rotationsräume ersetzt durch Flächenstücke von konzentrischen Kugeln um die Bildmitte; im Schnitt mit der Ebene der Hauptfigur sind diese Kugelflächen durch die konzentrischen Kreise vertreten, deren schraffierte Teilbögen auf die Grenzflächen der von der Bildmitte ausstrahlenden Rotationsräume hinweisen. Diese Bögen, welche also Kugelzonen vertreten, haben alle denselben Öffnungswinkel von je 20^0, entsprechend der Breite der Zonen auf der zentralen Kugel mit dem Radius $r_0 = 1$. — Denken wir uns nun auf den einzelnen Zonen dieser Kugel je ein haubenartiges, von einem Kreise begrenztes Flächenstück mit der Winkelöffnung $2\varphi = 20^0$, also entsprechend einem räumlichen Winkel von der Größe $\omega = 313.3\square^0$; und diese Flächenstücke ω seien nun die Öffnungen von Kegeln mit der Spitze in der Mitte des Bildraumes und zugeteilt den einzelnen Kugelzonen, so wie es die Figur «Kegel-Räume» auf Tafel XIV zeigt. In einer gewissen Entfernung l von der Bildmitte können wir uns jeden solchen Kegel wieder durch eine Kugelhaube begrenzt denken, die sich im Schnitt mit der Ebene der vorliegenden Figur als eines der vorhin erwähnten schraffierten Kreisbogenstücke darstellt, während der Kegelraum selbst im Durchschnitt als der Kreissektor erscheint, der

Tabelle der Sternzählungen von W. und J. Herschel.

Zonen	W. Herschel Anzahl der Felder	W. Herschel Sterne pro Feld	J. Herschel Anzahl der Felder	J. Herschel Sterne pro Feld	Mittel aus W. + J. Sternzahlen pro Feld	Mittel aus W. + J. Sternzahlen pro □⁰
I	20	5.3	—	—	5.30	107
II	53	7.7	11	7.0	7.58	153
III	116	14.0	63	13.7	13.90	281
IV	105	30.0	208	26.5	27.67	559
V	334	139.2	391	66.7	100.10	2021
VI	212	38.9	505	30.9	33.27	672
VII	132	12.5	395	13.0	12.87	260
VIII	62	6.3	217	8.0	7.62	154
IX	25	4.2	70	6.0	5.53	112
Kugel-	a′	s′	a″	s″	s⁺	z⁺ = ν · s⁺

total: 1056 Felder

total: 1860 Felder

Flächengröße eines Feldes: $\omega_0 = \frac{1}{\nu}\square^0$

(Gesichtsfeld des Fernrohres) $\nu = 20.19$

Von Professor Seeliger (München) wurden bestimmt die Anzahlen a′, a″ jener Fernrohrgesichtsfelder bei den Sternzählungen von W. u. J. H., welche im Verhältnis zur Milchstraße so liegen, daß sie einer der Zonen I . . . IX auf der Bildkugel des Himmels zugeordnet sind. s′, s″ bedeuten die mittleren Anzahlen der gesehenen, von W. und J. Herschel gezählten Sterne, pro Feld von der Größe $\omega_0 = \frac{1}{20}\square^0$ in je einer der Zonen I . . . IX. Die Zahlen s⁺ ergeben sich nach der Formel: $s^+ = \frac{a' \cdot s' + a'' \cdot s''}{a' + a''}$

Spiegelbildliche Kugelzonen mit ausgeglichener Punktverteilung.

Zonen	Mittel aus W. + J. Anzahl d. Punkte pro Feld	Mittel aus W. + J. Anzahl d. Punkte pro □⁰	g Fläche d. Zonen in □⁰	z = g · Z Zahl der Punkte in den Zonen	N = ω · z Zahl der Punkte auf d. Fläche ω	l = k_φ · N^1/3 Länge der Kegel-Achse
A	5.48	111	1244	138000 684	ω · 111	103.8 · r₀
B	7.61	154	3582	532000 1628	ω · 154	115.8
C	13.13	265	5488	1454000 320	ω · 265	138.8
D	31.56	638	6731	4284000 378	ω · 638	185.9
E	100.10	2021	7164	14478000 444	ω · 2021	273.1 · r₀
D	31.56	638	6731	4284000	ω = 313,3 □⁰	185.9
C	13.13	265	5488	1454000	Fläche des Gesichtsfeldes eines Kegels mit d. Öffnung 2φ = 20⁰	138.8
B	7.61	154	3582	532000		115.8
A	5.48	111	1244	138000		r₀ = 1 = Radius der Bildkugel mit Zonen 103.8 r₀
Kugel-	s	z = ν · s	41253	27294000	φ = 10⁰	k_φ = 3.18

Feldgröße: $\omega_0 = \frac{1}{\nu}\square^0 \nu = 20.19$ | $\square_0$ Punkte Ganze Kugelfläche | $e = \operatorname{tg}\varphi$ | $k^3_\varphi = \frac{1}{e^2}$

Aus den Konnen a′, s′, a″, s″ ergeben sich folgende Werte für s:

I IX $\frac{20 \cdot 5{,}3 + 25 \cdot 4.2 + 70 \cdot 6.0}{20 + 25 + 70} = \frac{631}{115} = 5.48$ A

II VIII $\frac{53 \cdot 7.7 + 11 \cdot 7.0 + 62 \cdot 6.3 + 217 \cdot 8.0}{53 + 11 + 62 + 217} = \frac{2612}{343} = 7.61$ B

III VII $\frac{116 \cdot 4.0 + 63 \cdot 13.7 + 132 \cdot 12.5 + 395 \cdot 13.0}{116 + 63 + 132 + 395} = \frac{9272}{706} = 13.13$ C

IV VI $\frac{105 \cdot 30.0 + 208 \cdot 26.5 + 212 \cdot 38.9 + 505 \cdot 30.9}{105 + 208 + 212 + 505} = \frac{32513}{1030} = 31.56$ D

V $\frac{434 \cdot 139.2 + 391 \cdot 66.7}{434 + 391} = \frac{72572}{725} = 100.10$ E

s = mittlere Anzahl der Punkte pro Feld ω_0. $s = \frac{\Sigma a' s' + \Sigma a'' s''}{\Sigma a' + \Sigma a''}$

durch dieses Bogenstück abgeschlossen wird. Ist l der Radius des Kreises, zu dem dieses Bogenstück gehört, so stellt $\varrho = l \cdot \operatorname{tg}\varphi$ einer Strecke dar, die das Bogenstück tangiert und parallel zu dessen Sehne ist, und es ist $f = \pi \cdot \varrho^2$ die Maßzahl der Fläche eines Kreises auf der Tangentialebene an die erwähnte Kugelhaube (Kugelfläche mit dem Radius l), deren Maß $l^2 \cdot \omega$ wäre. Wir können an Stelle dieser Haube die Kreisfläche f als Begrenzungsgrundfläche des Kegels mit der Achsenlänge l nehmen; dieser l-Wert stellt uns zugleich dar den Abstand der Grenzkurve oder Grenzfläche des linsenförmigen Raumes von der Bildmitte in Richtung der Achse (in der Figur für die Gebiete A, B, C, D punktiert; im Gebiet E gestrichelt) des betrachteten Kegels, wenn wir folgende Festsetzung treffen: Es sollen im Raumgebiet V dieses Kegels so viele Bildpunkte zweiter Art in gleichmäßiger Verteilung angenommen werden, als auf der Gesichtsfeldöffnung $\omega = 313.3\square^0$ dieses Kegels Bildpunkte erster Art sich befinden; deren Anzahl ist $N = \omega \cdot z$, wenn z die Zahl der Bildpunkte erster Art pro $\square^0$ auf jener Kugelzone ist, zu der ω gehört. (Die N- und z-Werte sind in der Tabelle angegeben.) Es werde nun jedem Bildpunkte der zweiten Art ein Volumteil v zugesprochen; dann bekommen wir für die zu bestimmende Länge l des Kegels die Gleichungen: $V = N \cdot v$ und: $V = \frac{l \cdot f}{3} = \frac{1}{3} l \cdot \pi\varrho^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot l^3 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi \qquad \operatorname{tg}\varphi = e$

Es sei: $v = \frac{1}{3}\pi$, somit: $N = l^3 \cdot e^2$ $l = k_\varphi \cdot N^{1/3}$, wobei $k^3_\varphi = \frac{1}{e^2}$ ist. Für $\varphi = 10^0$ wird $k_\varphi = 3.18$. Die l-Werte für die einzelnen Zonen sind in der Tabelle enthalten. Die Annahme $v = \frac{1}{3}\pi$ entspricht der bereits früher gemachten und findet ihre anschauliche Begründung in der Figur «Anordnung der Bildpunkte in einem Kegel».

Aus den berechneten l-Werten ergibt sich, daß der linsenförmige Umriß in unserer Figur in den Richtungen der Achse des E-Gebietes einen Abstand von 273.1 figürlichen Einheitsstrecken $r_0 = 1$ hat, in den Richtungen der dazu senkrechten Achse aber nur 103.8. [Geben wir also der im Zentrum der Figur gezeichneten Bildkugel des Himmels den Radius $r_0 = 1$, so wäre diese Kugel in der Figur gegenüber der linsenförmigen Umrißlinie etwa 55mal zu groß gezeichnet.]

Ganz denselben Gedankengang, den wir eben geschildert haben in bezug auf die Bestimmung der Längen l von Kegeln mit dem Öffnungswinkel $2\varphi = 20^0$, führte W. Herschel rechnerisch für Kegel mit der viel kleineren Öffnung $2\varphi_0 = 15'4''$ aus; der Öffnung dieser Kegel entspricht auf der Kugelfläche ein Feld von der Größe $\omega_0 = \frac{1}{\nu}\square^0$, wo $\nu = 20.19$ ist. Der Wert ω_0 ist die Größe des Gesichtsfeldes jenes Teleskopes, welches W. Herschel bei seinen Sternzählungen benutzte; mit N sei die jeweilige Anzahl der in diesem Gesichtsfelde gesehenen Sterne bezeichnet. Für $\varphi = \varphi = 7'32''$ wird $k_{\varphi_0} = 59.27$. Die l-Werte ergeben sich nach der Formel $l = k_{\varphi_0} \cdot N^{1/3}$. W. Herschel macht sich nun eine Tabelle mit verschiedenen Werten des Argumentes N: N = 1, 2, 3, . . . 100, 110, 120, 130 . . . 600, 700, . . . 1000; und er berechnet die zugehörigen l-Werte. — Nun nimmt er aus der Fülle der mehr als 1000, in allen Zonen des Himmels gelegenen Feldern, deren Sternmengen er abzählte, alle jenen heraus, die in der Nähe eines größten Kreises an der Himmelssphäre liegen, der durch die Pole der Milchstraße geht. In unserer Figur «Bildkugel des Himmels» entspricht diesem Kreis derjenige, welcher durch H.M'H:M'' geht, und welcher den Bildkreis des Himmelsäquators in K., K: schneidet; nach Herschel ist $\curvearrowright K. = 124\frac{1}{2}^0$; $\curvearrowright K: = 304\frac{1}{2}^0$. Die Ebene dieses Kreises ist jene der Hauptfigur «Umriß des Systems im Bildraume», insofern wir die gesternte, gezackte, von W. Herschel gefundene Umrißlinie ins Auge fassen: Es bedeuten nämlich die Sternchen * dieser Umrißlinie die Endpunkte der Achsen der Herschelschen Kegel mit der Öffnung $2\varphi_0$ ($\omega_0\square^0$), deren Längen l er aus seiner Tabelle für die zu ω_0 gehörenden N-Werte entnehmen konnte, um sie dann in der Zeichnungsebene wie Vektoren von der Bildmitte aus nach Größe und Richtung (bestimmt durch die Lage des Feldes ω_0 auf der Kugel) abzutragen: ihre Endpunkte bestimmen die gezeichnete Grenzkurve. [Diese Herschelschen Kegel mit der Öffnung $2\varphi_0 = 15'4''$ sind in der Figur «Kegel-Räume» angedeutet; in der vorliegenden Figur im Durchschnitt in den vier Gebieten D D D D ===== bedeuten ihre Mantellinien; ..... bedeuten ihre Achse.

Anmerkung. Die in vorliegender Tabelle gemachten Angaben bezüglich der Sternzählungen von W. und J. H. Herschel habe ich entnommen der Abhandlung von Prof. Seeliger, München, 1898: (Verlag der k. bayer. Akademie der Wiss.):

«Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne».

Die Mittelzahlen, wie überhaupt alle Zahlen in der Tabelle rechter Hand habe ich selbst neu berechnet unter Zugrundelegung der von Seeliger ermittelten Verteilung der Abzählungsfelder beider Herschel; dabei ergeben sich gegenüber den von Seeliger mitgeteilten Rechnungsdaten unbedeutende Abweichungen.

Kaiser.

Erläuterungen zu Figur XVII:

«Photometrische Leuchtkräfte der Sterne.»

Um eine falsche Interpretation unserer Figur zu verhüten, müssen wir zunächst folgendes betonen: Vom Standpunkte einer hypothesenfreien Sinneserkenntnis aus haben nur irdische Lichtquellen eine mehr oder weniger dreidimensionale Gestalt (z. B. Gasflammen, Kerzenflammen usw.); die Sonne leuchtet aus einer zweidimensionalen Kreisfläche heraus in unsere Erdenwelt herein, und von den Fixsternen dürfen wir in einer verständlichen Redensart sagen, daß sie wie Punkte erscheinen. Auch im Fernrohr erscheinen die schwächeren Fixsterne dem Auge als durchmesserlose Punkte: Während man die Winkeldurchmesser der wohlabgegrenzten Planetenscheiben etwa mit Hilfe von Mikrometern (und Zeitmessung der Fadendurchgänge) oder Heliometern bestimmen kann, versagt gegenüber diesen Sternpunkten jede zeitliche Auffassung. Ihre Antritte an die Mikrometerfäden oder sonstigen Marken im Gesichtsfelde erfolgen momentan (deshalb die Genauigkeit der astronomischen Zeitbestimmungen mit Hilfe der Fixsterne); auch das Verschwinden und Wiedererscheinen eines Sternes am Mondrande geschieht in unmeßbar geringer Zeit. — Sehr helle Fixsterne erscheinen allerdings in einem guten Fernrohr als kleine, strahlenfreie Scheibchen, umgeben von zwei bis drei regelmäßigen Beugungsringen und einem violetten Schimmer (schwächere Sterne aber als einfache Punkte ohne Farben). Allein auch diesem Tatbestand gegenüber läßt sich sagen: Wenn nicht die Lichtkräfte von einem sozusagen geometrischen Punkte ausgehen würden, so könnte die Beugungserscheinung nicht in solcher Reinheit zustande kommen.

Wenn man aber in einem Fernrohr mittlerer Güte die Sterne als Scheibchen mit deutlichem Durchmesser sieht, so handelt es sich dennoch auch hier um eine durch das Fernrohr selbst bedingte Lichterscheinung, die nicht zu vergleichen ist mit den sich erhaltenden wohlabgegrenzten Planetenscheibchen etwa von Jupiter und Saturn *). Denn wendet man auf diese „Fixsterndurchmesser" verschiedene Vergrößerungen an, welche alle Details auf der Sonnenscheibe, dem Monde und den Planetenscheiben entsprechend vergrößert erscheinen lassen, so werden doch diese Sterne nicht mit vergrößert, sondern mit je stärkeren Mitteln man sie betrachtet, sogar desto deutlich kleiner.

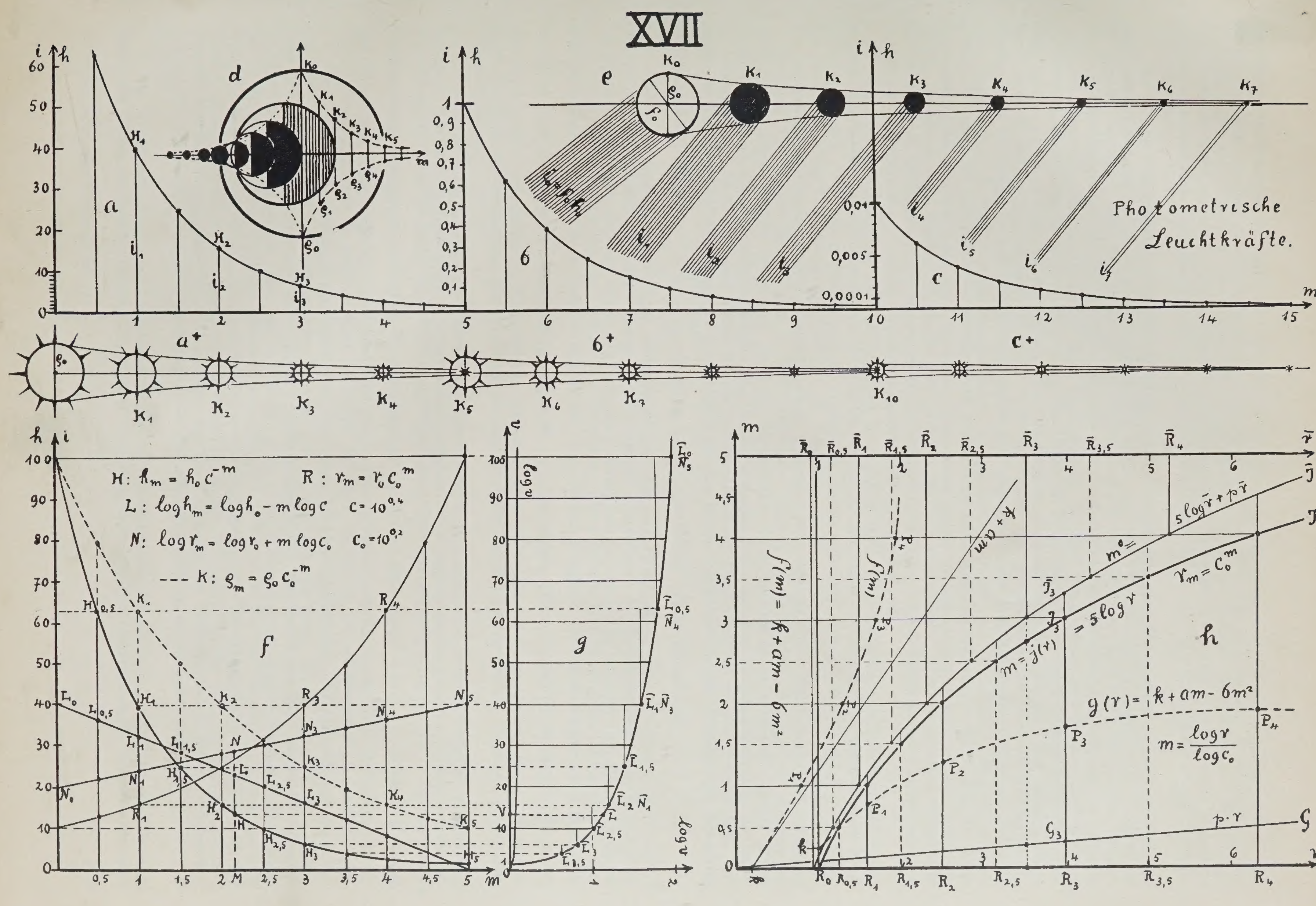
Schließlich die scheibchenförmigen Abbildungen der Fixsterne auf photographischen Platten beruhen auf Verschiedenem: denn die Scheibchengröße wächst um so mehr, je länger man belichtet, und auch sehr helle Sterne ergeben fast punktförmige Bilder, wenn nur die Belichtungszeit hinreichend kurz ist **).

Man denkt auch hierbei an Beugungseffekte, indem der erste Beugungsring das Bild auf der photographischen Platte vergrößert; auch weil kein geometrischer Brennpunkt vorhanden ist, sondern eine Brennfläche; schließlich Vorgänge in der photographischen Schicht selber usw. — Die angeführten Tatsachen zeigen: Wir haben es bei den Fixsternen wirklich mit «Lichterscheinungen» zu tun, deren «Kern» man gar nicht mit unseren sinnlichen Meßwerkzeugen erfassen kann, auch wenn sie noch so fein sind.

Zur richtigen Würdigung der folgenden Überlegungen muß also vorerst betont werden: Vom Standpunkte der reinen Sinneserkenntnis aus können wir bei den Fixsternen keineswegs wie bei den Planetenscheibchen von echten Winkeldurchmessern sprechen, die mit stärkeren Vergrößerungen auch wachsen würden, sondern wir haben es allerdings mit ausgedehnt kreisförmigen oder radialstrahligen Lichterscheinungen zu tun, die aber hinweisen auf ein punktartiges Zentrum, von dem die Lichtkräfte ausgehen. — Wir haben also Dinge in der Sinneswelt, die von der Punktform ausgehend sich offenbaren, aber mit verschiedener Intensität: das ist eine Erscheinungsform, die gerade an der Grenze zwischen Sinnlichem und Übersinnlichem liegt; denn der Punkt ist sinnlich nicht faßbar, meßbar, mit keinen Instrumenten; nur die Intensität, die dem Punkte eigen ist, ist faßbar. Man kann die verschiedenen Intensitäten mit freiem Auge in eine abnehmende Größenfolge ordnen und kommt so zu den visuellen Größenklassen der Sterne; auch wenn man mit Hilfe von Fernrohren der schwächeren Sterne ansichtig wird, kann man sie in eine solche Stufenfolge von visuellen Helligkeitsklassen einordnen. Mit Hilfe der Photometer kann man dann versuchen, ein genaueres Zahlenverhältnis für die Helligkeitswerte der einzelnen visuellen Größenklassen herzuleiten; denn man kann nicht einfach sagen, die Sterne der 2. Klasse seien zweimal, die der 3. Klasse dreimal schwächer als die der 1. Klasse; sondern es kommt da schon darauf an, daß man die Licht wirkungen im Extensiven studiert, die sich ergeben beim Durchgange durch Linsen, Blenden verschiedener Größe, Glaskeile verschiedener Dicke, bei der Beleuchtung von meßbaren Flächen verschiedener Größe usw. Auf solche Art kommt die Photometrie zu ihren Daten. Ohne auf ihre Apparate

*) Notiz nach Dr. M. W. Meyer «Das Weltgebäude», Leipzig und Berlin 1898. S. 42.

**) Notiz nach C. Hofmeister in Zeitschrift «Die Sterne», Nr. 2/3. Potsdam 1926.



XVII
Photometrische Leuchtkräfte.
H: $h_m = h_0 c^{-m}$
R: $r_m = r_0 C_0^m$
L: $\log h_m = \log h_0 - m \log c$ $c = 10^{0,4}$
N: $\log r_m = \log r_0 + m \log c_0$ $c_0 = 10^{0,2}$
--- K: $\varrho_m = \varrho_0 c_0^{-m}$
$f(m) = k + am - 6m^2$
$g(r) = k + am - 6m^2$
$m = \frac{\log r}{\log c_0}$
$r_m = C_0^m$
$= 5 \log r$
$5 \log \bar{r} + p\bar{r}$
$k + am$
$p \cdot r$

und Meßmethoden hier einzugehen — die man ja in der astronomischen Literatur zur Genüge beschrieben findet —, wollen wir hier an Hand unserer Zeichnung bloß eine geometrische Darstellung dieser Daten geben. Es handelt sich aber doch auch um eine klare Erfassung des S i n n e s , den solche Daten aussagen — denn dieser Sinn wird oft durch allerlei hinzugedachte Hypothesen getrübt dargestellt —, und da müssen wir gerade in Anlehnung an das oben Festgestellte, daß wir es hier mit I n t e n s i t ä t e n zu tun haben, ganz scharf folgendes hervorheben:

Es ist eine bloß bildhafte Vorstellung, wenn man die Altersjahre eines Menschen durch eine Anzahl von Zentimeter-Teilen auf dem Meterstabe vermerkt sich denkt, und also verschiedene Lebensalter als verschiedene Längen sich vorstellt; oder auch wenn man den Zeitverlauf sich vorstellt unter dem Bilde wachsender Winkelbogen, die der Zeiger einer Uhr beschreibt — denn die «Zeit» selbst ist keine mechanische Bewegung, sie bedeutet vielmehr Wachstum der organischen Wesen, Rhythmus im Wechsel von Sommer und Winter, herbeigeführt durch den himmlischen, unmechanischen Gang der Sonne im Tierkreisgürtel. — Aber ebenso ist es ein bloßes Bild, e i n e r e i n m a t h e m a t i s c h e Ü b e r t r a g u n g , wenn man das Intensive des Sternenlichtes durch etwas Extensives geometrisch darstellt — und wäre es auch nur im Gedankenfelde, wo man die bezüglichen Rechnungen schmiedet —, auf dem harten Amboß der irdischen Gehirngrundlage unseres irdischen Denkens. Also: wenn man z. B. vergleicht die verschiedenen Helligkeiten der Sterne mit den Leuchtkräften verschieden großer Scheiben (die aber pro Flächeneinheit die gleiche strahlende Kraft entwickeln) — so ist das ein bloßes Vorstellungsbild, weil wir eben, wenn wir keine Hypothesen machen wollen, zum vornherein nicht behaupten dürfen, die Sterne seien bloße stoffliche Kugeln (mit dem Anblick einer Scheibe) von verschiedener Größe und in verschiedener Entfernung. Sie können ja auch aus dem I n t e n s i v e n des Universums — nicht dem bloß vorgestellten Extensiven — auf die Erdenwelt hereinstrahlende Punkte sein!

Wenn wir nun immerhin an den Vergleich ihrer Leuchtkräfte mit strahlenden Scheibchen anknüpfen, so geschieht das bloß, um die quantitativen Verhältnisse der photometrisch ermittelten Helligkeiten besser übersehen zu können. Wir wollen zu dem Zwecke vorerst ein Datum mitteilen, das sich bezieht auf das Verhältnis der photometrischen Leuchtkraft der Sterne, z. B. des Sirius, zu jener unserer Sonne. Dieses Verhältnis wurde von verschiedenen Forschern verschieden angegeben. [Huyghens: 1 : 756 000 000 — Wollaston: 1 : 20 000 000 00 — Steinheil: 1 : 3 884 000 000 — Bond: 1 : 5 970 000 000 — Clark: 1 : 3 600 000 000.] Nehmen wir, den neueren Schätzungen mehr Gewicht verleihend, etwa das Verhältnis 1 : 5 000 000 000 an, so würde das heißen: Sirius glänzt ebenso hell, wie der fünftausendmillionste Teil der Sonnenscheibe; nehmen wir deren Radius zu $R = 960''$, so können wir uns d e n k e n, eine kleine Scheibe mit dem Radius ϱ ausgeschnitten aus der Sonnenfläche, und gerade so hell strahlend wie Sirius; es müßte dann für das Flächenverhältnis beider Scheiben die Beziehung bestehen: $5\,000\,000\,000 = \frac{\pi \cdot R^2}{\pi \cdot \varrho^2} = \frac{R^2}{\varrho^2}$. Somit $\varrho = \frac{R}{71\,000} = 0.0135''$ (Bogensekunden).

Wir dürfen nun aber nicht sagen, wie man das in Literatur oft tut, dieser eben berechnete Wert — oder ein anderer von ähnlicher Größenordnung — s e i nun der «scheinbare» Winkeldurchmesser des Sirius (wobei im Sinne einer solchen Aussage immer die Nebenvorstellung besteht, es handle sich um eine materielle Kugel — und wäre sie auch bloß aus Gas — in großer Entfernung, nicht um eine Erscheinung des Intensiven, aus dem Punkte heraussprechend) — es handelt sich ja um einen bloßen Vergleich. Übrigens könnte auch kein Auge ein Extensives unter einem Winkeldurchmesser von $\frac{1''}{100}$ als solches erkennen: das würde nämlich bedeuten ein Objekt von 1 mm Breite in 20 Kilometer Entfernung; bei tausendfacher Vergrößerung eines Fernrohres: 1 mm in 20 Meter Entfernung. Höchstens ein verschwommenes Leuchten eines solchen Objektes könnte man wahrnehmen.

Wir wollen jetzt den oben berührten Vergleich fortsetzen und sagen: Da Sirius heller ist als alle anderen Sterne, so wollen wir beispielsweise annehmen, die Helligkeit der Sterne der ersten visuellen Größenklasse könne uns repräsentiert werden durch ein in Gedanken vorgestelltes kleines kreisförmiges Scheibchen — auf der großen Sonnenscheibe abgegrenzt, mit einem Winkelradius von $0{,}0100'' = 100^s$, wobei $1^s = \frac{1''}{10\,000}$ wäre. Die Radien der Scheibchen, deren gedachte Leuchtkraft uns dann repräsentieren würde die Leuchtkraft der Sterne von der Größe 1 bzw. 2, 3, 4, 5, 6, müßten dann die Werte 100^s bzw. 63, 40, 25, 16, 10^s haben. [Vgl. das Folgende.]

Das eigentliche Geheimnis der Sterne sind ihre verschiedenen Leuchtkräfte. Sie mahnen den Menschen, die Welt nicht nur grobsinnlich aufzufassen und nur zu beachten, was man tasten, essen, trinken, atmen, schmecken kann, was wärmt oder kältet, sondern auch nachzudenken über das Wesen des Lichtes, das äußerlich nur die Augen trinken können. Nur mit dem G e d a n k e n l e b e n kommt man dem Wesen der Sternenlichter näher: denn unter ihrem Einflusse sprießen keine Pflanzen — solche Kräfte des Wachstums spendet nur die Sonne, werden keine spürbaren Witterungseinflüsse oder sonstige äußere Erdengeschehnisse veranlaßt; sie sind für das «praktische» Leben überhaupt eine entbehrliche Sache. — Unsere Figuren, die zwar bloß die äußeren, materialistischen Verhältnisse spiegeln, wenden sich aber doch an das Gedankenleben, möchten darstellen, was heutzutage die Sterne an Gedanken wirken — denn wären sie nicht da, so wäre das mathematische Denken nicht da.

Die vorliegende Figur sucht darzustellen die Zahlenverhältnisse der photometrisch ermittelten Leuchtkräfte der Sterne im Zusammenhang mit ihrer Gruppierung nach visuellen Größenklassen. Die verschiedenen

Leuchtkräfte für 16 aufeinanderfolgende Größenklassen [m = 0, 1, 2 . . . 15] seien versinnlicht durch die 16 Scheibchen abnehmender Größe der je fünfstufigen Reihen a^+, b^+, c^+.

Reihe a^+ soll darstellen die Leuchtkräfte der mit freiem Auge sichtbaren Sterne, umfassend etwa die sechs ersten Gruppenklassen, die wir hier aus unten ersichtlichen mathematischen Gründen mit 0, 1, 2, 3, 4, 5 bezeichnen, so daß also 0 die Klasse der sonst sog. Sterne erster Größe bezeichnet.

Um dann die Reihe b^+ (die bereits teleskopische Sterne umfaßt) darstellen zu können, war es zeichnerisch notwendig, das Scheibchen des Anfangsgliedes m = 5 dieser Reihe an Fläche etwa 50mal größer zu wählen als diesem Scheibchen zukäme als Endglied der Reihe a^+. Ebenso sind dann natürlich auch die folgenden Glieder der Reihe b^+, nämlich die Scheibchen für m = 6, 7, 8, 9, 10 an Fläche je 50mal zu groß gegenüber den entsprechenden Gliedern der Reihe a^+. Wie der eigentliche, nicht vergrößerte Fortgang zu denken wäre, ist in d angedeutet.

Wiederum mußte das Scheibchen m = 10, das als Endglied der Reihe b^+ vorkommt, an Fläche 50 mal größer genommen werden, um als dienliches Anfangsglied der Reihe c^+ gezeichnet werden zu können. Gegenüber dem Anfangsglied der Reihe a^+ ist dann also diese Scheibe m = 10 im ganzen $50 \cdot 50 = 2500$mal zu groß an Fläche gezeichnet, und ebenso die folgenden Scheibchen für m = 11, 12, 13, 14, 15 gegenüber den entsprechenden Gliedern der Reihe a^+.

Die Maßzahlen der Flächeninhalte dieser Scheibchen, die uns darstellen die verhältnismäßigen Leuchtkräfte der Sterne, sind nun auch dargestellt durch die Maßzahlen der Ordinaten der Kurven a b c. Als Abszissen dieser Kurven sind genommen die gleichmäßig fortschreitenden Stufen der (ausgeglichenen) visuellen Größenklassen. Diese «Ausgleichung» ist so zu verstehen: Von Ptolemäus stammt die überlieferte gewöhnliche Gruppierung der mit freiem Auge sichtbaren Sterne nach Größenklassen. Es zeigt sich nun, daß i m M i t t e l das Verhältnis der photometrisch ermittelten Leuchtkräfte der Angehörigen zweier aufeinanderfolgender Größenklassen etwa 1 : 2,5 sei. Man wählte dann für die ausgeglichene visuell-photometrische Skala das für die Rechnung bequemere Verhältnis $\frac{1}{2.512} = \frac{1}{c}$, wobei $c = 10^{0.4}$ ist, also $\log c = 0.4$. Diese Festsetzung besagt also: Die photometrische Leuchtkraft der Angehörigen einer Größenklasse soll $\frac{1}{c} = 0{,}398$mal kleiner sein als die entsprechende Leuchtkraft der vorhergehenden Klasse, und das soll gelten nicht nur für die Reihe a^+, sondern auch für die Stufen der Reihen b^+ c^+, welche die teleskopischen Sterne umfassen. — Bezeichnen wir also die Leuchtkraftmaßzahl der Sterne in der Klasse m = 0 mit i_0 oder h_0, so wäre die entsprechende Maßzahl für die Sterne in der Klasse m gegeben durch $i_m = \frac{i_0}{c^m}$ oder durch $h_m = \frac{h_0}{c^m} = h_0 c^{-m}$, so daß $\log h_m = \log h_0 - m \cdot 0{,}4$ wird. In der Figur wurde angenommen: $i_0 = h_0 = 100$. Es ergeben sich dann für die Ordinaten der Kurve a die folgenden Werte h_m, und für die Radien der Scheiben a^+ die Werte ϱ_m.

m = 0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$h_m = 100$	63.1	39.8	25.1	15.8	10	6.31	3.98	2.51	1.58	1
$\varrho_m = 100$	79.4	63.1	50.1	39.8	31.6	25.1	19.9	15.8	12.6	10
K_0		K_1		K_2		K_3		K_4		K_5

Nach dieser Tabelle ist also die Leuchtkraft von 100 Sternen der 5. Klasse gleich jener eines Sternes von der 0-Klasse. — Die Kurven für h_m, $\log h_m$ und ϱ_m sind in f dargestellt. Hierbei ist $\log h_0 = 2$ (fällt zusammen mit 40 der Ordinatenachse).

Bezüglich der ϱ_m ist folgendes zu sagen: Die Flächeninhalte f_m der Scheiben K_m (vgl. auch d) sollen proportional sein den Ordinatenwerten i_m, h_m, welche die photometrischen Leuchtkräfte darstellen. Es bezeichne h_0 den Zahlenwert der überall gleichen Helligkeit unserer Scheiben pro Flächeneinheit; dann können wir für das Maß der Leuchtkraft i_0 der größten Scheibe schreiben: $i_0 = f_0 \cdot h_0$, wo $f_0 = \pi \cdot \varrho_0^2$ ist, und analog hat man für das Maß der Leuchtkraft von K_m: $i_m = f_m \cdot h_0$, wo $f_m = \pi \cdot \varrho_m^2$ ist.

Nun soll gelten: $\frac{f_m}{f_0} = \frac{i_m}{i_0} = \frac{1}{c^m} = \frac{\varrho_m^2}{\varrho_0^2}$, somit: $\varrho_m = \frac{\varrho_0}{c_0^m} = \varrho_0 c_0^{-m}$ $\quad c_0 = c^{1/2} = 10^{0.2}$.

Für b^+ b haben wir dieselben Kurvengesetze wie in a^+a; nur daß jetzt die entsprechenden Ordinaten hundertmal kleinere Zahlenwerte haben als die Ordinaten a, nämlich beginnend mit $h_5 = 1$ und endend mit $h_{10} = 0{,}01$. [Es ist aber in der Figur die Ordinate h_5 gegenüber h_5 in a 50mal vergrößert dargestellt.] Die Radien ϱ_m in b^+ müßten 10mal kleiner sein als die entsprechenden Radien der Scheiben in a, sind aber in der Figur vergrößert (7mal). — c^+ c hat nun in bezug auf b^+ b dasselbe Verhältnis, wie eben es geschildert wurde von b^+ b in bezug auf a^+ a. Es ist also: $h_{10} = \frac{1}{100} h_5 = \frac{1}{10\,000} h_0$, und ebenso sind die folgenden Ordinaten von c je 10000mal kleiner als die entsprechenden Ordinaten von a. Nur sind sie $2500 = 50 \cdot 50$mal zu groß gezeichnet, weil h_{10} in c gegenüber dem h_{10} in b 50mal vergrößert gezeichnet wurde.

In g ist noch dargestellt [20mal vergrößerte Ordinaten] $\log v$, wo $v = h_m$. Die gestrichelten Linien zeigen die Übertragung dieser Kurve in das Koordinatensystem f dar, aber nicht nur für die L-Punkte (h_m), sondern auch für die N-Punkte (r_m). Hierbei ist: $r_m = r_0 c_0^m$ (Kurve R), also $\log r_m = \log r_0 + m \cdot 0.2$ (Gerade N). Die r_m-Werte (R-Abszissen) in Abhängigkeit von m sind auch in h dargestellt. Über die Bedeutung der r_m-Werte vgl. vor allem Text zu Figur «Sektor-Ausschnitt». Tafel XXII.

Zu Figur XVIII.

«Sternzonen der Sphäre. Typisch-schematischs Bild der Sternverteilung.»

Die Figur stellt dar das Bild des Sternenhimmels, orientiert in bezug auf den mittleren Kreis durch das Band, welches schematisch Abbild sein soll der Milchstraße [«Galaktische Zone»]. Die Zonen, die durch Parallelkreise zu dem eben erwähnten Kreise [dem «galaktischen Äquator»] auf der Kugel abgegrenzt werden, tragen dieselben Nummern und Buchstaben als Bezeichnungen, wie sie z. B. auf der Figur «Umriß des Systems der Milchstraße im Bildraume» (nach W. Herschel) zu finden sind, auch in andern unserer Figuren. Die Orientierung der Kugel und der auf ihr abgegrenzten Zonen in bezug auf ihre Lage zum Tierkreis ist zu ersehen aus der Figur ✱ auf der Tafel «Milchstraße; System der Ekliptik». (Tafel IV.)

Die Sternverteilung in Hinsicht auf diese Zonen zeigen beiliegende Tabellen: Man beachte, daß die ganze Kugeloberfläche die Größe $A + B + C + D + E + D + C + B + A = 4\pi$ hat; daß ferner $D + \frac{1}{2}E = \pi =$ 3,14 159, also $D + E + D = 2\pi$ ist. Dann läßt sich in bezug auf die helleren, noch mit freiem Auge sichtbaren Sterne der Satz formulieren: «In der Zone (D + E + D) zwischen den galaktischen Breitenkreisen $+30^0$ und -30^0, die die Hälfte des ganzen Himmels umfaßt, stehen 3154 Sterne, in den beiden Kalotten, in (A + B + C), je nur 1262 bzw. 1303, also im ganzen nur 2565 Sterne.» [Ergebnis nach Houzeau. Vgl. Kobold, Bau des Fixsternsystems. S. 153.] Es herrscht also schon in bezug auf diese helleren Sterne eine größere sphärische Sterndichte (Zahl pro Flächeneinheit) in der Milchstraßenzone als außerhalb derselben. Ganz deutlich tritt dieses Verhalten dann bei den schwächeren, teleskopischen Sternen zutage. Vgl. das Folgende. Aus der Tabelle geht auch die nahe Symmetrie der Sternverteilung in bezug auf die Zone E = V hervor, indem sich entsprechen: I—IX II—VIII III—VII IV—VI.

Die teleskopischen Sterne zeigen ein ähnliches Verhalten. In der Tabelle sind enthalten die Anzahlen der Stern-Bildpunkte auf der Kugel pro $\square^0$, wie sich sie ergeben nach den beiden Bonner Verzeichnissen (Durchmusterung des nördlichen und südlichen Himmels; Argelander-Krüger-Schönfeld; Angaben nach Professor Seeliger), umfassend alle Sterne bis etwa zur visuellen Klasse $\bar{m} = 9$. Die Symmetrie der Verteilung in bezug auf die Zone der Milchstraße und das rasche Anwachsen der Sterndichte (pro $\square^0$) mit Annäherung an diese Zone zeigen auch die Daten, die man erhalten kann aus den Abzählungen von W. und J. Herschel, welche alle Sterne umfaßten bis gegen $\bar{m} = 14$. [Angaben nach Seeliger.]

In einer Tabelle sind noch zusammengestellt die Sternzahlen pro $\square^0$ für verschiedene «galaktische Breiten»; für $\pm 5^0$, $\pm 20^0$, $\pm 40^0$, $\pm 60^0$, $\pm 80^0$, wie wir sie als charakteristisch ansehen können für die Zonen E, D, C, B, A. [Diese Angaben sind entnommen den Logarithmen der Sternzahlen nach van Rhijn. Astron. Nachr. Nr. 5091. 1921. Für die Größen $\bar{m} = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ habe ich nach Houzeau auch die Sternzahlen für die Flächen der ganzen einzelnen Zonen A, B, C, D, E oder I–IX usw. der Tabelle beigefügt. Kaiser.]

Das «Dichterstehen» aller Sorten (Größenklassen) von Sternen in der Gegend der Milchstraße wurde in unserer Kugelfigur symbolisch so angedeutet, daß in der Zone E von sechs Größenklassen alle gezeichnet wurden, in D nur noch fünf, in C nur noch vier Klassen usw., obschon auch hier die Bildpunkte von schwächeren Sternen nicht fehlen dürften, nur eben dünner gesät sind als in Zone E.

Bezüglich der Zahlen N_m sei folgendes gesagt: Bezeichnen wir mit A_h die Anzahl der Sterne, die zur Klasse h gehören (h = 0, 1, 2, 3 . . . m). Dann setzt man: $A_0 + A_1 + A_2 + \ldots A_h + \ldots + A_m = \sum_{h=0}^{m} A_h = N_m =$ Summe aller Sterne von den hellsten (h = 0) bis zu denen von der Größenklasse h = m, und zwar bezüglich eines bestimmten Areals auf der Bildkugel des Himmels, z. B. pro $\square^0$, unter Angabe der galaktischen Breite. (In der Tabelle für b = 5^0, 20^0, 40^0, 60^0, 80^0.) Diese Zahlen sind so gewonnen worden: Man teilt die Bildkugel des Himmels in Zonen ein durch Parallelkreise zum galaktischen Äquator, und zwar brauchen es nicht nur wie auf unserer Kugel 9 Zonen zu sein; sondern es können z. B. auch 11 + 1 + 11 = 23 Zonen sein: die mittlere von ihnen, die durch den galaktischen Äquator halbiert wird, habe als Grenzkreise etwa die Parallelkreise mit b = $\pm 2\frac{1}{2}^0$; jede der oberen und unteren Kugelhälfte hat dann noch 10 Zonen, für welche die Parallelkreise b = $\pm 5^0$, 10^0, 15^0, 20^0, 30^0, 40^0, 50^0, 60^0, 70^0, 80^0 die mittleren Kreise seien, und noch je eine elfte Zone, eine Kugelhaube, welche die Pole M′, M″ umschließt. — Man nehme nun je zwei solcher Zonen, die symmetrisch zum galaktischen Äquator liegen; man zähle in jeder von ihnen die auf sie entfallenden Bildpunkte von Sternen einer jeden Größenklasse ab; bilde jeweils für die Anzahlen einer bestimmten Größenklasse auf den beiden Zonen das Mittel [man schafft also hinsichtlich der Bildpunkteverteilung eine künstliche Symmetrie in bezug auf den galaktischen Äquator, die Professor Seeliger eine «typisch»-schematische nennt, «typisch» deshalb, weil man immerhin die galaktische Breite berücksichtigt]; schließlich beziehe man dieses Mittel auf die Fläche von $1\square^0$ und bekommt dann die oben benannten Zahlen A, und aus diesen wiederum durch einfache Summation die Zahlen N_m. Da diese, weil auf die kleine Fläche von $1\square^0$ bezogen, für kleine m auch kleiner als 1 werden, so kann man z. B. die Produkte $1000 \cdot N_m$ bilden, die dann sicher auch für kleinere m größer als 1 ausfallen. In einer unserer Tabellen sind nun angegeben die Zahlen: log $1000\,N_m$, wobei $1000\,N_m$ bezogen ist auf $1\square^0$ in den oben angegebenen galaktischen Breiten b = 0^0, $\pm 5^0$, $\pm 10^0$, $\pm 15^0$ . . . usw.

Man kann nun schreiben: $\log 1000\,N_m - \log 1000\,N_{m-1} = \log \frac{1000\,N_m}{1000\,N_{m-1}} = \log \frac{N_m}{N_{m-1}} = \log v_m = a_m$, wobei $v_m = \frac{N_m}{N_{m-1}} > 1$ ist. Die Zahlen N_m zeigen nun ein gesetzmäßiges Verhalten, das in den Verhältnis-

Einteilung der Bildkugel des Himmels nach Zonen. Sternverteilung.

Zone Z	I A	II B	III C	IV D	V E	VI D	VII C	VIII B	IX A
Zonen-Breite	90^0–70^0	70—50	50—30	30—10	10—$\overline{10}$	$\overline{10}$—$\overline{30}$	$\overline{30}$—$\overline{50}$	$\overline{50}$—$\overline{70}$	$\overline{70}$—$\overline{90}$
Zonenfläche ω in Quadratgraden $\square^0$	0.37894 1244	1.09107 3582	1.67158 5488	2.05052 6731	2.18215 7164	2.05052 6731	1.67158 5488	1.09107 3582	0.37894 1244
Verhältnis $\frac{Z}{E}$	0.173	0.500	0.776	0.940	1	0.940	0.776	0.500	0.173
Sterne pro $\square^0$: Mit freiem Auge sichtbare	141	438	683	974	1145	1035	706	444	153
Sterne pro $\square^0$: D. bis $m = 9$	3.06	3.24	3.80	5.34	7.36	5.94	3.99	3.56	3.51
Sterne pro $\square^0$: H. bis $m = 14$?	107	154	281	560	2021	672	261	154	111

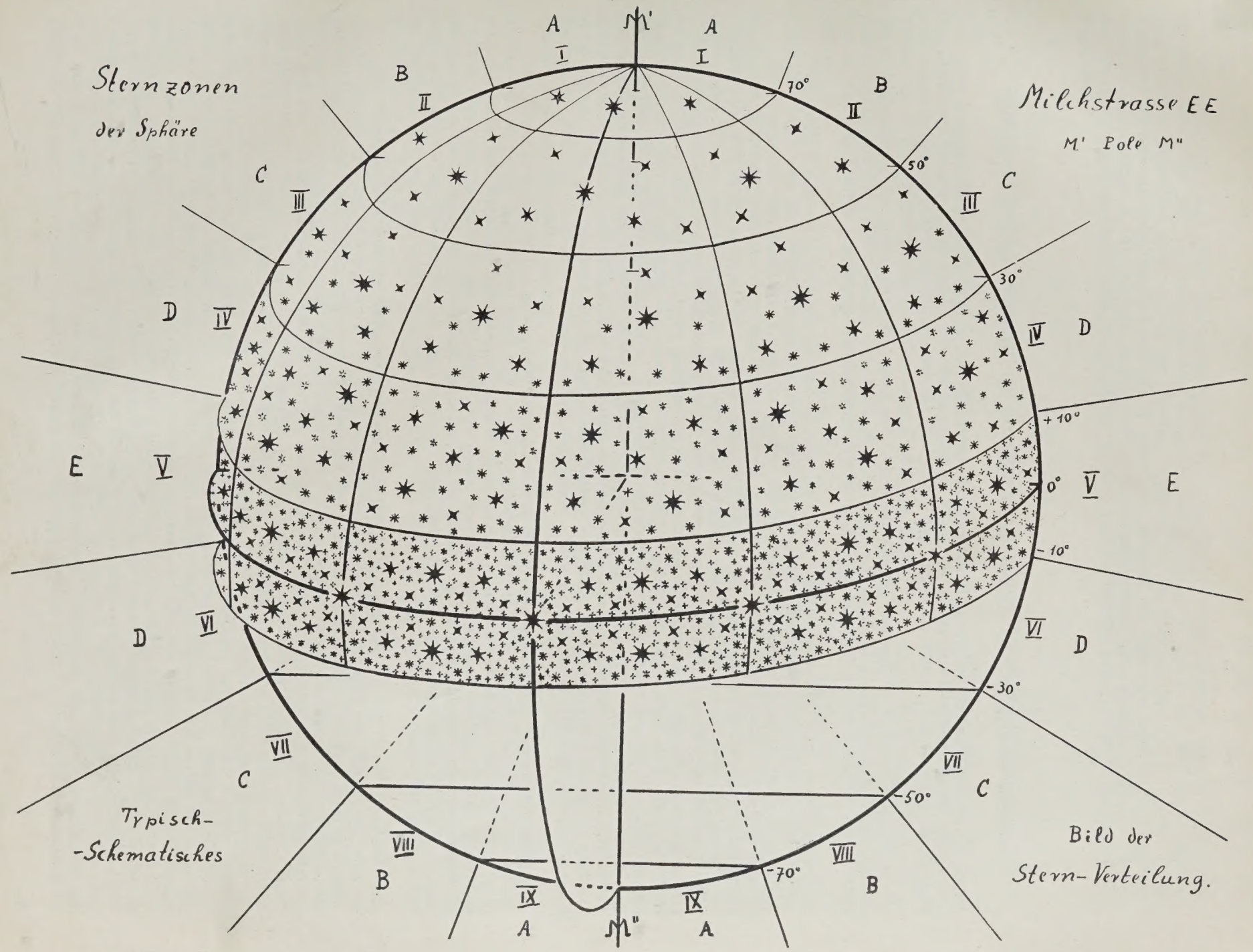
H = Sternzählung nach W. u. J. Herschel. D. = Bonner Durchmusterung.

Klasse	Verteilung der Bildpunkte der helleren Sterne in den einzelnen ganzen Zonen									
$\bar{m}$ visuelle	A		B		C		D		E	Total
	I	IX	II	VIII	III	VII	IV	VI	V V	
1	0	0	3	2	1	0	4	3	7	20
2	1	2	6	2	4	7	7	11	11	51
3	4	2	18	13	21	28	34	34	46	200
4	8	12	42	65	70	65	114	111	108	595
5	42	37	74	81	148	141	190	257	243	1213
6	86	100	295	281	439	465	625	619	730	3640

Nach Houzeau «Uranometrie»

visuell $\bar{m}$	photom. m	N_m = Zahlen der A_m = Zahlen der		Sterne per $\square^0$		von den hellsten von der Klasse		bis zu denen von d. m (Intervall		Größenklasse m m—½ bis m + ½)	
		80^0		60^0		40^0		20^0		5^0	
		N_m	A_m	N_m	A_m	N_m	A_m	N_m	A_m	N_m	A_m
3	2	0.0019		0.0022		0.0028		0.0038		0.0043	
4	2	0.0067	0.0048	0.0075	0.0053	0.0092	0.0064	0.0123	0.0085	0.0148	0.0105
5	4	0.0236	0.0169	0.0252	0.0177	0.0297	0.0205	0.0395	0.0272	0.0504	0.0356
6	5	0.0785	0.0549	0.0819	0.0566	0.0929	0.0632	0.1250	0.0875	0.1683	0.1179
7	6	0.2472	0.1687	0.2547	0.1729	0.2838	0.1909	0.390	0.265	0.5546	0.3863
8	7	0.7295	0.4823	0.7533	0.4986	0.8395	0.5550	1.188	0.798	1.791	1.236
9	8	2.004	1.275	2.099	1.346	2.377	1.538	3.507	2.32	5.636	3.845
10	9	5.070	3.066	5.445	3.346	6.339	3.962	9.954	6.45	17.06	11.42
11	10	11.67	6.600	13.06	7.610	15.85	9.51	26.67	16.72	48.75	31.69
12	11	24.49	12.82	28.64	15.58	37.07	21.22	66.83	40.16	130.3	81.55
13	12	47.10	22.61	57.81	29.17	80.54	43.47	156.7	89.87	325.8	195.5
14	13	83.60	36.50	108.40	50.59	163.70	83.16	345.9	189.2	765.6	439.8
15	14	139.00	55.40	191.40	83.00	314.80	151.10	726.1	380.2	1714	948.4
16	15	219.80	80.80	322.90	131.50	580.80	266.00	1479.0	752.9	3715	2001

XVIII


Sternzonen
der Sphäre
Milchstrasse EE
M' Pole M"
Typisch-
-Schematisches
Bild der
Stern-Verteilung.
A
I
M'
B
II
C
III
D
IV
E
V
VI
VII
VIII
IX
M"
70°
50°
30°
+10°
0°
-10°
-30°
-50°
-70°

zahlen v_m und deren log. a_m zum Ausdruck kommt. [Vgl. Text zu Tabelle *) und zu den Tafeln XXI und XXIII.]

*) Anmerkung. Diese Tabelle wurde von P. J. van Rhijn veröffentlicht in «Astron. Nachrichten; Nr. 5091. 1921». Bd. 213, und zwar mit der Überschrift: «Logarithmen der Zahlen von Sternen per Quadratgrad von den hellsten bis zu denen von der visuellen Größe m (für die Harvard-Skala)». In unserer Tabelle haben wir die hier gemeinte visuelle Größe mit $\overline{m}$ bezeichnet, während die Nummern unter m die Klassenzahl in jenem Sinne bedeuten, wie im Text zu Figur «Photometrische Leuchtkräfte» erläutert wurde. — Es zeigt sich, daß für m r 2 die Beträge $1000N_m > 1$ ausfallen. In der ganzen Tabelle haben wir die Zahlen log $1000N_m$ angegeben.

Zu Figur:

Bildpunkte der Sterne in Anordnung nach Helligkeitsklassen.

Der materialistische Blick sieht in den Fixsternen Stofflichkeiten in solchen Zustandsformen, die er von der sinnlichen Erdenwelt her kennt: wie die feuerflüssige Form, die Form erhitzter leuchtender Gase usw.; und dementsprechend stellt sich der materialistische Denker das Wesen der Sterne auch in irdischen Körperformen vor, z. B. in der Kugelform. — Man kann allen diesen bloßen Vorstellungen gegenüber — denn Sinneserfahrungen entsprechen sie nicht — sich zur Idee aufschwingen, daß es sich bei den Sternen um in der reinen Sichtbarkeit sich offenbarende Lichtkräfte handle, deren Strahlungsrichtungen hineingebannt sind in eine den Kosmos erfüllende übersinnliche Substanz, die man in alten Weisheitsschulen den «Äther» nannte.

Von dieser Warte aus betrachtet, erkennt man die Naivität, — besser: den Widersinn — aller jener Versuche, die durch eine bloß raumhaft-geometrische Charakteristik dem Wesen der Sterne beikommen wollen.

Wenn man mit dem siebenden Verstande beginnt, die Sterne zu sondieren in hellere und weniger helle, in rötliche, gelbliche, bläuliche, in solche mit und ohne gegenseitige Stellungsänderung, so übt man dieselbe Tätigkeit, die sich in der neueren Zeit auch auf anderen Gebieten der Naturwissenschaft ausgelebt hat: man ordnete die Pflanzen nach Gattungen, die Tiere nach Gruppen, die Mineralien nach Kristallsystemen, die chemischen Elemente nach dem Verbindungsgewicht usw. Denn da man das hinter den sinnlichen Erscheinungen webende, in ihnen bloß zur Offenbarung gelangende, übersinnliche Kräftespiel, die tragenden, lebenden, schaffenden Wesen nicht auf geistigen Wegen zu erschauen trachtete, blieb nichts anderes übrig als äußerliches Unterscheiden, Messen, Zählen, Gruppieren. Und es war ja tatsächlich so: In derselben Zeit des 18. Jahrhunderts, da die beschreibenden Naturwissenschaften besonders hervortraten, da begannen auch die Astronomen den Himmel mit jener Verstandestätigkeit zu betrachten, die sich vergleichen läßt mit dem Sieben von Sand durch verschiedene Gitter mit zunehmender Feinheit ihres Netzes: bei jedem Gitter oder Sieb bleibt ein gröberer Rückstand, während die kleineren Sandkörnchen durchgehen und erst zum Teil wieder vom nächstfolgenden feineren Sieb zurückbehalten werden.

Auf diese Art sondierend ist man bei der Unterscheidung der Sterne nach Helligkeitsklassen vorgegangen, und namentlich bei der Einordnung der Bildpunkte der Sterne einer jeden solchen Klasse in ein besonderes vom geometrischen Vorstellen erdachtes, abgeteiltes Raumgebiet; — nur wurde dabei, wie auch heute noch, vielfach übersehen, daß man es bei demjenigen, was dieses Sondieren als Resultate zeitigt, mit selbsterdachten Dingen zu tun hat — nicht mit Abbildern kosmischer Wirklichkeiten, und man sprach und spricht noch heute in ungerechtfertigter Begriffsverwischung von „Sternen" und ihrer „Anordnung im kosmischen Raume", wo man in Wahrheit nur sprechen dürfte von den vorgestellten Bildpunkten dieser Sterne in einem gedachten Raume.

Der vorhin charakterisierten Verstandestätigkeit entspringt nun so etwas, wie der von W. Herschel stammende Versuch der Gruppierung der Bildpunkte der Sterne nach „Ordnungen der Distanzen"; denn es handelt sich hierbei wahrhaftig nicht, wie W. Herschel einem glauben machen möchte, um die Wesenhaftigkeiten der Sterne selbst, die da nach «Distanzen» von der Erde gruppiert werden könnten; die lassen sich das nicht gefallen; sondern es handelt sich um die vom atomistischen Denken des neueren Menschen vorgestellten Bildpunkte dieser Sterne, die da gruppiert werden. — Nun betätigte sich dieses Denken in Lambert, Kant, Herschel u. a. zunächst so, daß es die Sterne anschaute wie vereinzelte kosmische Körperatome (bloß durch die gedachte Newtonsche Gravitation zu Systemen, Gruppen, Haufen verbunden), wie Stoff-Kugeln in verschiedener Entfernung von der Erde, von im wesentlichen derselben mittleren Leuchtkraft; und nur deshalb sollen die einzelnen Sterne verschieden hell erscheinen, weil die gedachten Kugeln in verschiedener Entfernung von der Erde seien. Demgemäß würden die schwächeren Sterne in einem Bilde durch Punkte darzustellen sein, welche weiter von der Bildmitte (= Bildpunkt der Erde) entfernt sind als jene Punkte, welche die Bildpunkte der helleren Sterne sind, — während alle diese Bildpunkte ungefähr dieselbe Größe haben sollen, gleiche «absolute» Leuchtkräfte versinnlichend. Eine solche Vorstellung ist angedeutet durch die gleichgroßen Bildsternchen in unseren Figuren: «Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen»; «Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung der Bildpunkte»; «Bild der Milchstraße; Umriß des Systems im Bildraume».

Alle diese Bilder wollen eigentlich die verschiedene individuelle Leuchtkraft der Sterne wegleugnen und alles nur von der vorgestellten raumhaften Verteilung abhängig machen. Das ist aber kein lebenswirklicher

Gedanke: den es gibt ja wirklich große und kleine Zellen, welche den Leib eines organischen Wesens aufbauen, nebensächliche, schwache und große Hauptgedanken, welche das menschliche Bewußtsein durchleuchten je nach ihrer Stärke. Ein Bild von der Sternenwelt sollte diese Unterschiede zwischen den verschiedenen Leuchtkräften der Sterne nicht wegwischen wollen; sondern man könnte die Bildpunkte dieser Sterne etwa so darstellen, wie es die vorliegende Figur zeigt: in der Nähe der Bildmitte wenige große Bildsternchen, entsprechend den helleren, an Zahl wenigen Sternen des Himmels; weiter entfernt von der Bildmitte in wachsender Anzahl kleinere Bildsternchen oder Punkte, entsprechend den schwächeren Sternen des Himmels. Nur fasse man das Bild als Bild auf, erzeugt durch selbsttätige, sondierende Verstandesarbeit, welche die Sterne nach Helligkeitsstufen gruppiert, und man sage nicht, „in Wirklichkeit" seien die schwächeren Sterne „weiter von der Erde entfernt als die helleren" (im Durchschnitt wenigstens) — das ist ja reine Vorstellungssache!

Unsere Figur «Anordnung der Bildpunkte der Sterne nach Helligkeitsklassen» möchte folgendes zur Darstellung bringen: Man denke sich ein System von konzentrischen Kugeln, die im Schnitt mit der Ebene der Figur die gezeichneten konzentrischen Kreise ergeben. Die gestrichelten sollen die Radien $r_m = mr_0$ ($m = 1, 2, 3 \ldots$) haben; die ausgezogenen dagegen die Radien $\bar{r}_n = n\bar{r}_0$, wo $n = 2m \pm 1\bar{r}_0 = \frac{1}{2}r_0$ ist. Demgemäß haben wir folgende beiden Reihen von Radien:

$1\bar{r}_0 \quad 3\bar{r}_0 \quad 5\bar{r}_0 \quad 7\bar{r}_0 \; — — — \quad (2m—1)\bar{r}_0 \quad (2m+1)\,\bar{r}_0 \; — — — \;$ [Kugelschalen]

$1r_0 \quad 2r_0 \quad 3r_0 \; — — — \quad mr_0 \; — — —$ [mittlere Distanzen]

Die Kugelflächen mit den Radien $(2m—1)\,\bar{r}_0 = mr_0 — \bar{r}_0$ und $(2m+1)\,\bar{r}_0 = mr_0 + \bar{r}_0$ schließen einen Kugelschalenraum ein; in diesem denken wir uns verteilt jene Anzahl A_m von Bildpunkten, welche hinweisen auf die entsprechende Anzahl von Sternen, welche zur photometrisch bestimmten Helligkeitsklasse m gehören. Diese A_m-Punkte sind also in einer mittleren Distanz $mr_0 = r_m$ von der Bildmitte, d. h. beiderseitig einer im Innern des Kugelschalenraumes enthaltenen Kugelfläche, mit dem Radius r_m. — In einer unten folgenden Tabelle werden die Anzahlen A_m der Sterne einer jeden H.-Klasse m mitgeteilt. Man könnte ja nun in einer Art graphischer Darstellung als Abszissen die Werte $m = r_m = m \cdot r_0$ [$r_0 = 1$] nehmen und als Ordinaten die zugehörigen A_m-Werte oder dazu proportionalen Werte. Statt dessen kann man auch so verfahren, wie vorhin geschildert und wie es die Figur andeutet: man kann die Anzahlen A_m durch geometrische Punkte versinnlichen und diese unterbringen im Gebiete eines Kugelschalenraumes oder Kreisringes, dessen Raumteile die mittlere Entfernung $m = r_m$ vom Zentrum haben. Was wir so bekommen ist also kein «Sternsystem», wie man sich seit W. Herschels Gedankengängen gewöhnt hat zu sagen, sondern es ist schlicht und einfach gesagt eine rein mathematische Gruppierung, ein geometrisches Spielen, ein Ordnen von Bildpunkten.

Im speziellen hat das Bild folgende innerliche Differenzierung: Man denke sich das System der konzentrischen Kugeln von einer Reihe von Doppelkegeln durchsetzt, die alle ihre Spitze in der Bildmitte haben. Das ist angedeutet in den Figuren «Kugelzonen, Rotationsräume» und «Sternzonen der Sphäre». Die dort gezeichneten Begrenzungslinien (Parallelkreise zum Kugeläquator) der Zonen A B C D E D C B A entsprechen den Schnittkreisen der erwähnten Doppelkegel mit jener Kugel, welche das sphärische Bild des Himmels darstellen soll. Im Schnitt mit der Ebene der Zeichnung erscheinen diese Doppelkegel als von der Bildmitte ausstrahlende Sektoren, welche den genannten Zonen — symmetrisch zu E — zugeordnet sind und auch in vorliegender Figur zu sehen sind. — Nun stelle man einfach die Kugelfigur «Sternzonen der Sphäre» in die Mitte der vorliegenden Figur herein, indem man sich den Radius dieser Sphäre etwa gleich dem Radius $\bar{r}_0$ des innersten kleinsten Kreises der vorliegenden Figur denkt. Und die Bildpunkte der auf der Sphäre mit A B C D E D C B A bezeichneten Zonen gieße man jetzt herein in die mit den entsprechenden Buchstaben bezeichneten Sektoren der vorliegenden Figur; diese Sektoren sollen aber eigentlich hindeuten auf ihnen zugeordnete rotationsförmige Raumteile, die begrenzt werden von den Mänteln der oben beschriebenen Doppel-Kreiskegel; und jedem solchen rotationsförmigen Raum, welcher zugeordnet ist einer der genannten neun Kugelzonen, sind nun die zweiten Bildpunkte der zu dieser Kugelzone gehörigen ersten Bildpunkte der Sterne verteilt zu denken, und zwar geordnet nach verschiedenen mittleren Abständen $r_m = mr_0$ von der Bildmitte, je nach der Helligkeitsklasse m, auf welche diese Punkte hindeuten sollen. Weil nun auf der Kugelzone E [vgl. Figur «Sternzonen der Sphäre»], welche das Band der Milchstraße abbildet, pro Flächeneinheit am meisten Bildpunkte sich befinden — im Vergleich zu den anderen Kugelzonen —, so sind auch im Sektor E und im zugehörigen Rotationsraume die Bildpunkte am dichtesten gedrängt — wie es vorliegende Figur andeutet; in den Zonen D, C, B, A, dagegen, sowie in den zugehörigen Sektoren und Räumen aber nimmt die Dichte der Bildpunkte stufenweise ab. (Flächen- und Raumdichte.)

Wir hielten es für notwendig, gerade an einem solch einfachen, überschaubaren Falle zu erläutern, wie die innere Differenzierung eines solch geometrischen Bildes zustande kommt, das gewisse, in Anlehnung an die Beobachtungen der Sternenwelt erweckte Gedanken zum Ausdruck bringen soll; denn in der Art, wie man in der heutigen astronomischen Literatur von «unserem Sternsystem», «unserem Milchstraßensystem», seiner inneren «Struktur» und «räumlichen Ausdehnung» spricht, ist es einfach erkenntnismäßig falsch und irreführend für jene, die nicht Fachleute sind — Philosophen, Theologen, Biologen, Künstler, Pädagogen — und bei der Astronomie Anleihen für ihr Weltanschauungsbild machen oder machen zu können glauben: Es handelt sich bei dem erwähnten Gerede der Astronomen gar nicht um Aussagen von kosmisch-realer Bedeutung, sondern bei näherem Zusehen entpuppt sich das «Sternsystem» als nichts anderes denn als selbstgemachtes mathematisches Bild!

Zu vorliegender Figur selbst ist noch folgendes zu sagen: Die oben bezüglich ihrer Bedeutung charakterisierten Kreise mit den Radien $1\bar{r}_0$, $3\bar{r}_0$, $5\bar{r}_0$ . . . sind in der unterhalb der Hauptfigur befindlichen, aber ihr zugeordneten Figur c angedeutet; ebenso jene Kreise mit den Radien $1r_0$, $2r_0$ $3r_0$ . . . mr_0 . . . [$r_0 = 1$], welche die «mittleren Distanzen» der Bildpunkte von der Bildmitte andeuten. Das relative Maß der Helligkeit jener Sterne, welche zur Klasse m gehören, sei in Figur c dargestellt durch die Größe f_m einer Kreisfläche, deren Mittelpunkt ein Bildstern (oder Punkt) in der Entfernung $r_m = mr_0$ von der Bildmitte ist. Bis zu m = 6 wurden jeweils die Hälften dieser Kreisflächen schwarz ausgefüllt, in Übereinstimmung mit den entsprechenden Flächen in Figur a, rechts oben. In Figur a möge die größte Kreisfläche 0 0 darstellen das relative Maß (z. B. $i_0 = 100$, als Maßzahl $f_0 = 100$ dieser Kreisfläche gedacht) der Helligkeit i_0 eines fingierten hellsten Sternes; aus der unten folgenden Tabelle der Leuchtkräfte der 20 hellsten Sterne ersieht man, daß α Centauri und α Lyrae mit $\frac{91}{100}\, i_0$ der fingierten Leuchtkraft i_0 nahestehen (Sirius und Canopus dagegen sind viel heller). wir zählen also die genannten Individuen, ebenso α Aurigae, α Bootis, β Orionis zur Klasse m = 0 [Intervall: —0,5 bis 0,5]. — Die Flächeninhalte f_m der Kreise 1, 2, 3, . . . m . . . sollen die abnehmenden Werte i_m der Leuchtkräfte der folgenden Helligkeitsklassen bezeichnen. Die Radien dieser Kreisflächen seien mit ϱ^1, ϱ_2 ϱ_3 . . . ϱ_m . . . bezeichnet; nimmt man als Abszissen die m-Werte, als Ordinaten die ϱ_m-Werte, so bilden die Endpunkte dieser Ordinaten die Kurve K_1, K_2 K_3 . . . Man stelle sich vor, es sei $\varrho_m = \frac{\varrho_0}{c_0{}^m}$, wo $c_0 = 10^{0.2} = 1.585$, also: $f_m = \pi\varrho^2{}_m$ $\frac{\pi\varrho_0{}^2}{c_0{}^{2m}} = \frac{f_0}{c^m}$ $c = 10^{0.4}$ m = 0, 1, 2, 3 . . . [vgl. Tabelle].

Hierbei ist ϱ_0 (K_0) der Radius der größten Kreisfläche 0 0 und f_0 ihr Inhalt. Im übrigen gilt alles dasjenige, was im Texte zur Figur «Photometrische Leuchtkräfte» der Sterne genauer dargelegt wurde.

Die vorliegende Figur c enthält nun ebenfalls die in Figur a konstruierten Kreisflächen; nur ist $\varrho_0 = r_0$ etwas kleiner gezeichnet als der Radius ϱ_0 in Figur a, und demgemäß sind auch die Radien ϱ_m der übrigen Kreisflächen etwas ($\frac{2}{3}$) kleiner als jene in Figur a. Indem nun in Figur c in die Distanzen $r_m = mr_0$ von der Bildmitte die Kreisflächen f_m versetzt werden, wo die Zahlen f_m die Werte der photometrisch bestimmten, verhältnismäßigen Größen der Leuchtkräfte der Sterne von der visuellen Klasse m bedeuten, soll zum Ausdruck gebracht werden, daß wir diese naturwissenschaftlich mit aller Sorgfalt gemessenen Werte als H i n w e i s e a u f w a h r e W i r k l i c h k e i t e n ansehen und nicht als bloße «Scheinwerte», die durch die sog. «absoluten» Leuchtkräfte zu ersetzen wären. D. h.: wir operieren den Sternen gegenüber nicht mit dem bloß vorstellungsmäßigen Merkmal «Entfernung» und einer bloß vorgestellten Abnahme der Lichtintensität mit dem Quadrat dieser gedachten Entfernungen, sondern wir vertreten eine volle L e b e n s w i r k l i c h k e i t, wenn wir sagen: Jene Sterne von der ersten visuellen Größenklasse repräsentieren uns wahrhaftig eine stärkere individuelle Leuchtkraft als jene von der zweiten, dritten usw. visuellen Klasse; und nicht etwa deswegen sind die Sterne der zweiten, dritten usw. Klasse weniger hellstrahlend als jene der ersten Klasse, weil sie, als kugelige Leuchtkörper gedacht, in bloß vorgestellten weiteren Entfernungen von der Erde sich befinden sollen als jene von der ersten Klasse, sondern weil e i n i n n e r e r Grund da ist, der ihre geringere Leuchtkraft bedingt. — Es ist durchaus eine b l o ß e V o r s t e l l u n g, wenn man von dem Wesen der Sterne als von leuchtenden allseitig-strahlenden Stoff-Kugeln spricht; denn s e h e n kann man ja k e i n e Kugeln, auch mit dem Fernrohr nicht, und als nicht wegzuleugnende Sinnestatsache ist diese gegeben, daß die Sterne für Menschenaugen n u r von der Erde aus sichtbar sind, daß sie also dieser Erde sozusagen ihr Antlitz zukehren.

Was einen bedeutenden Einfluß auf die Intensität des Sternenlichtes ausübt, das ist die irdische Atmosphäre. Man weiß, daß in etwa 100 Meter über Meer (z. B. Potsdam; Messungen nach dem Astrophysiker Müller) die Sterne im Zenit etwa 3,1 Größenklassen heller erscheinen als am Horizont; auf dem Säntis (2500 m über Meer) ist wegen der geringeren Höhe der Atmosphäre dieses Verhältnis zwischen Zenit und Horizont bloß 2,34 Größenklassen; und auf dem Säntis erscheinen im Zenit die Sterne um 0,1—0,2 Größenklassen heller als im Tiefland. — Was man das Maß der photometrischen Leuchtkräfte der Sterne nennt, sind bloße V e r h ä l t n i s z a h l e n; diese werden versinnlicht durch die Verhältnisse der Kreisflächen in unserer Figur a; die Figur b soll bloß andeuten, daß diese Verhältnisse denkbar andere wären, wenn man den Einfluß der irdischen Lufthülle wegnehmen könnte.

Im folgenden Abschnitt werden wir auf eine bemerkenswerte Beziehung zwischen der Sternzahl einer jeden Helligkeitsklasse und der totalen Leuchtkraft der Individuen dieser Klassen hinweisen. Den dortigen Berechnungen liegen zugrunde die in der folgenden Tabelle mitgeteilten Sternzahlen N und A. Es bedeuten: N_m = Summe aller Sterne, von den hellsten bis zu denen der Helligkeitsstufe m. A_m = Zahl jener Sterne, welche zur Helligkeitsstufe m gehören.

In Tabelle II sind die ganzzahligen Werte m enthalten mit den zugehörigen log N_m und den N_m-Werten selbst; in Tabelle I dagegen die Stufen m $\pm$ 0,5. Aus der Differenz zweier aufeinanderfolgender N-Werte in I lassen sich die Zahlen A_m für jede einzelne Klasse m, gerechnet im Intervall m—0,5 bis m+0,5, ableiten. [Die log N stammen von van Rhijn. Publ. Groningen. Nr. 27. In II sind ferner jene verbesserten Werte der log N und N-Werte — letztere von mir angeschrieben — mitgeteilt, welche van Rhijn später in den Astron. Nachrichten Nr. 5091, 1921, veröffentlicht hat. In den genannten Quellen sind bloß die Log. der Sternzahlen per $\square^0$ angegeben; um zu den in unseren Tabellen angegebenen Zahlen zu gelangen, mußte demnach zu den in den genannten Quellen angegebenen Log. stets noch log 41 253 = 4.152 addiert werden. Hierbei ist 41 253

die Zahl der □⁰ auf der ganzen Kugel. Durch dieses Vorgehen wurden die in den genannten Quellen zu findenden negativen Logarithmen vermieden. W. Kaiser.]

I **Sternzahlen und ihre Logarithmen.** II

$m \pm 0.5$	$\log N^{\pm}$	$N_{m\pm0.5}$	$A_m = N^+ - N^-$	m
0.5	0.799	6.29		
			15	1
1.5	1.330	21.38		
			51	2
2.5	1.860	72.44		
			171	3
3.5	2.386	243.2		
			564	4
4.5	2.907	807.2		
			1823	5
5.5	3.420	2630		
			5800	6
6.5	3.926	8430		
			17950	7
7.5	4.421	26360		
			53990	8
8.5	4.905	80350		
			158950	9
9.5	5.379	239300		
			390200	10
10.5	5.799	629500		
			1014900	11
11.5	6.212	1644400		
			2318400	12
12.5	6.598	3962800		
			5011500	13
13.5	6.953	8974300		
			10080300	14
14.5	7.280	19054600		
			20300400	15
15.5	7.595	39355000		

m	$\log N_m$	N_m	$\log N_m$	N_m
0	0.532	3		
1	1.065	12	1.065	Verbesserte
2	1.595	39	1.595	Werte
3	2.123	133	2.123	
4	2.648	445	2.648	
5	3.165	1462	3.165	
6	3.674	4720	3.673	4710
7	4.175	14960	4.172	14.860
8	4.664	46130	4.659	45600
9	5.143	139000	5.130	135000
10	5.579	379300	5.582	382000
11	6.010	1023300	6.008	1018000
12	6.412	2582300	6.406	2547000
13	6.776	5970300	6.776	
14	7.117	13092000	7.120	13180000
15	7.439	27479000	7.445	27860000
16	7.756	57.016000	7.756	

Beziehung zwischen der Sternzahl einer jeden Helligkeitsklasse und der totalen Leuchtkraft.

Zwischen der Anzahl der Sterne einer jeden Größenklasse und ihrer totalen Leuchtkraft besteht eine Beziehung. Dieses enthüllt sich, wenn wir die Helligkeitsklassen so abgrenzen, wie es in der Photometrie geschieht. [Vgl. Text zu Figur: «Photometrische Leuchtkräfte».] Danach hat man, wenn i_0 das willkürliche Maß der Leuchtkraft eines Sternes von der Klasse m = 0 ist, i_m die Maßzahl der Leuchtkraft eines Sternes von der Klasse m: $i_m = \frac{i_0}{C^m}$ $\quad i_0 = 100$ $\quad C = 10^{0.4}$. Man setze: m = 0 0.1 0.2 . . 2 2.1 . . . 3 . . . In der «Tafel der Leuchtkräfte» sind die i_m-Werte im Intervall von m = 0 bis m = 2.5 von jeder Zehntelklasse angegeben.

In der «Tafel der Leuchtkräfte und Sternzahlen» sind die i_m-Werte für die ganzen Zahlen m = 0 bis m = 18 angeführt. Aus den Zahlen i_m lassen sich ableiten die Angaben in der «Tafel äquivalenter Leuchtkräfte»: nämlich die Anzahl der Sterne einer jeden Helligkeitsklasse, deren totale Leuchtkraft gleich kommt jener Helligkeitsgröße $i_0 = 100$ eines fingierten hellsten Vergleichssternes. Einem solchen Sterne stehen ziemlich nahe α Centauri und α Lyrae, beide in der Klasse 0.1 und mit der Leuchtkraft $i_{0.1} = 91.2$.

In der «Tafel der 20 hellsten Sterne» sind Klasse und Leuchtkraft der sog. Sterne von der ersten visuellen Klasse angeführt. Für die zwei hellsten, Sirius und Canopus, ist die zugehörige Leuchtkraft in einem besonderen Schema berechnet: ihre Summe beträgt 666 relative Einheiten, wenn $i_0 = 100$ gesetzt wird. — Die 18 übrigen hellsten Sterne repräsentieren eine totale Leuchtkraft von $J_1 = 943$.

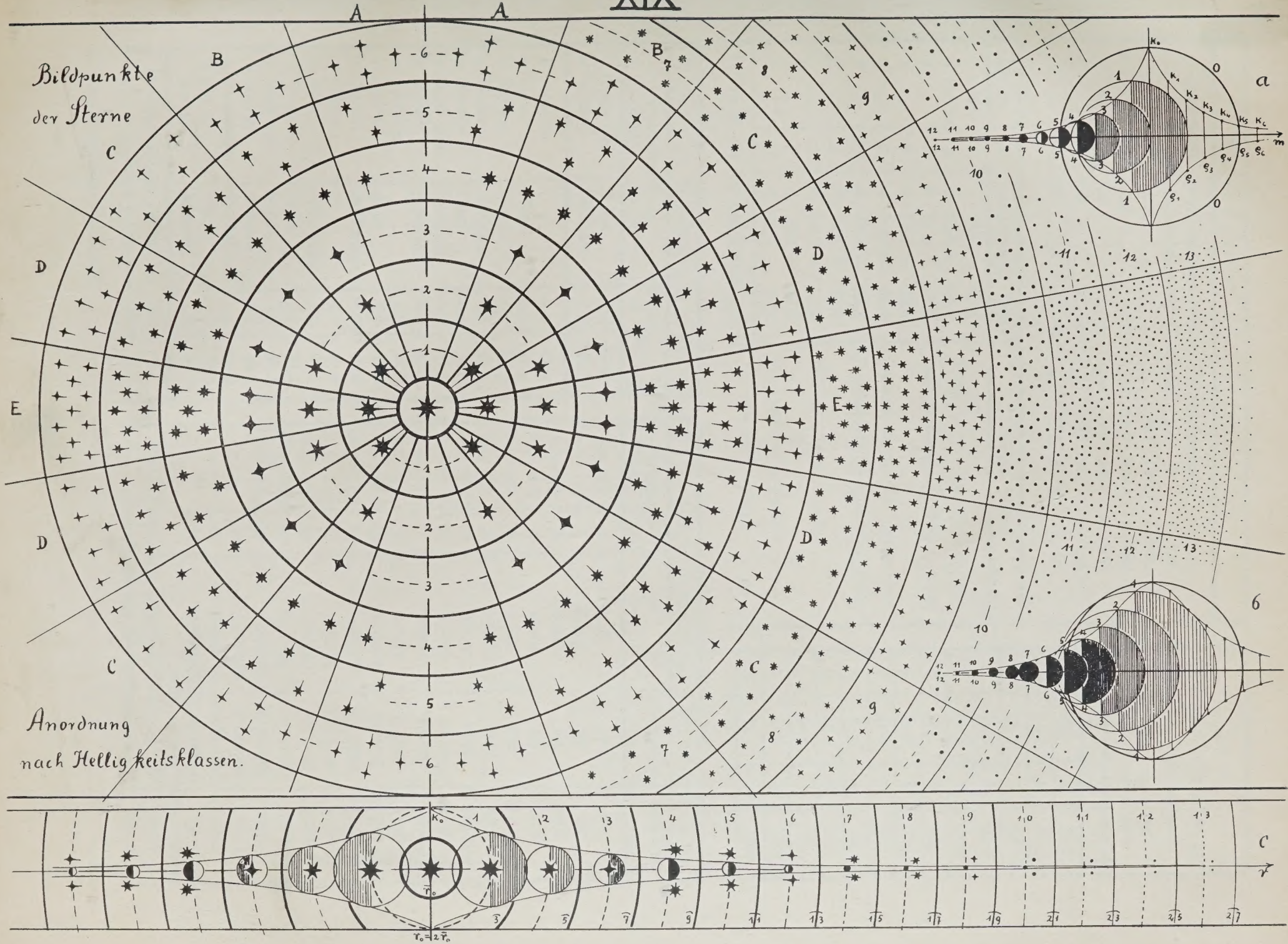
Ein weiteres Übersichtstäfelchen zeigt das Ergebnis, daß 52 Sterne, welche zur zweiten Helligkeitsklasse (von m = 1.5 bis 2.4) gehören, eine totale Leuchtkraft von rund 800 Einheiten repräsentieren.

Bilden wir nun aus den Werten der Sternzahlen A_m einer jeden Größenklasse m und den Zahlen i_m, welche die mittlere Leuchtkraft eines jeden Sternes der Klasse m angeben, das Produkt $A_m \cdot i_m = J_m$, so repräsentiert uns diese Größe die totale Leuchtkraft aller Individuen dieser Klasse. In der «Tabelle der Leuchtkräfte und Sternzahlen» sind die Zahlen für die O-Klasse, für die erste und zweite Klasse nicht durch Produktbildung erhalten, sondern durch jene vorhin geschilderten Einzelberechnungen.

Nun zeigt sich folgendes: Es wird nahezu $J_9 = J_{10} = J_{11} = 4000$; zu diesen aber zeigt sich eine gewisse Symmetrie der Leuchtkraftgrößen, gemäß welcher nahezu $J_{12} = J_8$ $J_{13} = J_7$ $J_{14} = J_6$ $J_{15} = J_5$ wird. Bis m = 15 sind die Zahlen A_m, wenn man den Angaben der neueren astronomischen Literatur glauben darf, ziemlich sichergestellt. Nehmen wir an, das eben erwähnte Symmetrieprinzip, das sich also an empirischen Daten bestätigt, bestehe auch für die höheren Größenklassen,

also:	$J_{16} = J_4$ (1500)	$J_{17} = J_3$ (1100)	$J_{18} = J_2$ (800)
Dann würde sich ergeben:	$A_{16} = 37\,500\,000$	$A_{17} = 69\,000\,000$	$A_{18} = 127\,000\,000$
weil eben gelten soll:	$A_{16} \cdot i_{16} = 1500$	$A_{17} \cdot i_{17} = 1100$	$A_{18} \cdot i_{18} = 800$
und weil wir folgende i-Werte haben:	$i_{16} = 0\,000\,040$	$i_{17} = 0\,000\,016$	$i_{18} = 0\,000\,006\,3$.

XIX


Bildpunkte der Sterne
Anordnung nach Helligkeitsklassen.
A
A
B
B
C
C
D
D
E
E
a
6
c
m
r

Tafel äquivalenter Leuchtkräfte

Leuchtkraft eines fingierten hellsten Vergleichssternes $i_0 = 100$

„ von 2.5 Sternen der 1. Klasse: $2.5 \cdot 40 = 100$

„ „ 6.3 „ „ 2. „ $6.3 \cdot 15.8 = 100$

„ „ 15.8 „ „ 3. „ $15.8 \cdot 6.3 = 100$

„ „ 40 „ „ 4. „ $40 \cdot 2.5 = 100$

„ „ 100 „ „ 5. „ $100 \cdot 1.0 = 100$

„ „ 251 „ „ 6. „ $251 \cdot 0.398 = 100$

Anzahl	m	Leuchtkräfte total	Hellste Sterne
1 Stern	1.5	25.1 = 25.1	
3 Sterne	1.6	$3 \cdot 22.9 = 68.7$	**Sirius**: $m = -1.6$ $\lvert m\rvert 0.4 = 0.64$
4 „	7	$4 \cdot 20.9 = 83.6$	Leuchtkraft $i_m = i_0 10^{0.64} = i_0 \cdot 4.365$
4 „	8	$4 \cdot 19.1 = 76.4$	
4 „	9	$4 \cdot 17.4 = 69.6$	**Canopus**: $m = -0.9$ $\lvert m\rvert 0.4 = 0.36$
6 „	2.0	$6 \cdot 15.8 = 94.8$	Leuchtkraft $i_m = i_0 10^{0.36} = i_0 \cdot 2.291$
6 „	1	$6 \cdot 14.5 = 87.0$	
13 „	2	$13 \cdot 13.2 = 171.6$	Für $m < 0$ ist $i_m = i_0 c^{\lvert m\rvert}$
4 „	3	$4 \cdot 12.0 = 48.0$	
7 „	2.4	$7 \cdot 11.0 = 77.0$	$i_0 = 100$ $c^{\lvert m\rvert} = 10^{0.4\lvert m\rvert}$
52 Sterne mit der Leuchtkraft 801.8			$c = 10^{0.4} = 2.512$

Tafel der Leuchtkräfte i_m

m = Helligkeitsklasse

$i_m = \frac{i_0}{c^m}$ $\quad i_0 = 100$ $\quad c = 10^{0.4}$

m	i_m	m	i_m
0	100	1.3	30.2
0.1	91.2	4	27.5
2	83.2	5	25.1
3	75.9	6	22.9
4	69.2	7	20.9
5	63.1	8	19.1
6	57.5	9	17.4
7	52.5	2.0	15.8
8	47.9	1	14.5
9	43.6	2	13.2
1,.0	39.8	3	12.0
1	36.3	4	11.0
2	33.1	2.5	10.0

Tafel der 20 hellsten Sterne

Leuchtkräfte i_m $i_0 = 100$ $c = 10^{0.4}$		Klasse m	$i_m = \frac{i_0}{c^m}$
α Canis maj.	Sirius	−1.6	436.5
α Carinae	Canopus	−0.9	229.1
α Centauri		0.1	91.2
α Lyrae	Wega	0.1	91.2
α Aurigae	Capella	0.2	83.2
α Bootis	Arcturus	0.2	83.2
β Orionis	Rigel	0.3	76.9
α Canis min.	Procyon	0.5	63.1
α Eridani	Achernar	0.6	57.5
β Centauri		0.9	43.6
α Aquilae	Atair	0,9	43.6
α Orionis	Beteigeuze	(0.9)	43.6
α Crucis		1.0	39.8
α Tauri	Aldebaran	1.1	36.3
α Virginis	Spica	1.2	33.1
β Geminor.	Pollux	1.2	33.1
α Scorbii	Antares	1.2	33.1
α Piscis austr.	Formalhaut	1.3	30.2
α Cygni	Deneb	1.3	30.2
α Leonis	Regulus	1.3	30.2
Leuchtkraft von 18 Sternen: 943.1			
Sirius + Canopus: 665.6			

Tafel der Leuchtkräfte und Sternzahlen

Helligkeits-Klasse	m	$i_m = \frac{i_0}{c^m} = \frac{100}{10^{0.4m}}$	Sternzahlen A_m	Leuchtkraft $J_m = A_m \cdot i_m$
bis 0.5	0	$i_0 = 100.00$	5+2	666
0.5—1.5	1	$i_1 = 39.811$	12	943
1.5—2.5	2	15.849	52	800
2.5—3.5	3	6.310	171	1080
3.5—4.5	4	2.512	564	1420
4.5—5.5	5	$i_5 = 1.0000$	1820	1820
5.5—6.5	6	0.3981	5800	2310
6.5—7.5	7	0.1585	18000	2850
7.5—8.5	8	0.0631	54000	3400
8.5—9.5	9	$i_9 = 0.0251$	159000	4000
9.5—10.5	10	$i_{10} = 0.01000$	390000	3900
10.5—11.5	11	$i_{11} = 0.00398$	1015000	4040
11.5—12.5	12	0.00158	2318000	3670
12.5—13.5	13	0.00063	5012000	3160
13.5—14.5	14	0.00025	10080000	2530
14.5—15.5	15	$i_{15} = 0.000100$	20300000	2030
	16	0.000040	37500000	1500?
	17	0.000016	69000000	1100?
	18	0.0000063	127000000	800?
Totale Sternzahl u. Leuchtkraft:			273 000 000	42000
„ Leuchtkraft von 100 Siriussternen =				43650

Über die Verteilung der Bildpunkte der Sterne in den Kugelschalen.

Wir haben oben bereits gesagt, daß die Radien jener die Kugelschalen begrenzenden konzentrischen Kugelflächen die Werte haben: $\bar{r}_n = n \cdot \bar{r}_0$, wo $n = 2m-1$, die „mittleren Distanzen" aber die Werte: $r_m = mr_0$ $m = 1, 2, 3 \ldots r_0 = 2\bar{r}_0$. Hierbei stellt r_m den Radius einer Kugelfläche dar, welche in jenem Kugelschalenraume liegt, der begrenzt wird von zwei Kugelflächen mit den Radien $\bar{r}_n = (2m-1)\,\bar{r}_0 = r_m - \bar{r}_0$ und $\bar{r}_{n+2} = (2m+1)\,\bar{r}_0 = r_m + \bar{r}_0$.

Nun sind $V_0 = \frac{4}{3}\pi\bar{r}_0^3$ und $V_n = \frac{4}{3}\pi\bar{r}_n^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \cdot n^3 = n^3 \cdot V_0$ die Volumen der Kugeln mit den Radien $\bar{r}_0$ bzw. $\bar{r}_n$. Für $n = 1, 3, 5 \ldots$ bekommen wir für die Volumwerte die Zahlen $1\,V_0$, $27\,V_0$, $125\,V_0 \ldots$ Die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kugelflächen gelegenen Kugelschalenräume haben also die Volumenwerte $26\,V_0$. $98\,V_0 \ldots$ [vgl. Tabelle]. Nehmen wir an, es seien im Innern dieser Kugelschalen geometrische Punkte verteilt, wobei jeder einen Volumteil V_0 beanspruchen darf: dann würden also die Zahlen $A^0{}_1 = 26$, $A^0{}_2 = 98 \ldots$ direkt die Anzahlen der Punkte angeben, die zu bestimmten mittleren Distanzen $1 \cdot r_0$ $2 \cdot r_0 \ldots$ gehören.

Nun sondere man die Sterne des Himmels nach ihrer verschiedenen Helligkeit und teile sie den entsprechenden visuellen Größenklassen zu. Es seien $A_1 = 17$ (18) $A_2 = 57$ (60) . . . die zu den aufeinanderfolgenden Klassen gehörigen Anzahlen von Sternen. Die Bildpunkte dieser Sterne — d. h. solche Anzahlen von rein geometrischen Punkten, welche entsprechen den Anzahlen der Sterne einer jeden Größenklasse — denke man sich nun in jenen Kugelschalenräumen gleichmäßig verteilt, für welche wir vorhin die theoretischen Punktezahlen $A^0{}_1$, $A^0{}_2 \ldots$ berechnet haben. Wir können dann den Quotienten $\frac{A}{A^0}$ die verhältnismäßige räumliche Dichte der Bildpunkte nennen, die für jede Kugelschale einen anderen Wert hat. In der folgenden Tabelle sind die Sternzahlen A nach Bodes Katalog angegeben, den auch W. Herschel zu Rate zog; aus der Spalte, welche die Dichtezahlen enthält, kann man ersehen, daß sie bis etwa für das Argument $3\,r_0$ kleiner als 1 sind, nachher aber rapid wachsen; das heißt also: für die einzelnen Punkte der Mengen A_1, A_2, A_3 steht mehr Volumanteil zur Verfügung als V_0, ein Ergebnis, welches gilt für Raumgebiete, welche zu den mittleren Distanzen $1\,r_0$, $2\,r_0$, $3\,r_0$ gehören; für jeden einzelnen Punkt der Mengen A_4, A_5, $A_6 \ldots$ aber, welche zu Raumgebieten mit den mittleren Distanzen $4\,r_0$, $5\,r_0$, $6\,r_0 \ldots$ gehören, aber steht weniger Volumanteil zur Verfügung als V_0: die Punkte der Mengen A sind hier dichter gedrängt als die zuerst angenommene Verteilung der Punkte der Mengen A^0 zulassen würde. — Aus der Art und Weise aber, wie wir diese geometrischen Vorstellungen hier entwickelt haben, sieht man ohne weiteres, daß es sich um ein bloßes Operieren mit vorgestellten geometrischen Punkten, den Bildpunkten der Fixsterne, handelt — es könnten ja im logischen Prozesse Bildpunkte von Sandkörnern sein; darauf kommt es nicht an, wovon der geometrische Punkt Bildpunkt ist, ob von einem Stein, einem Stern oder von einem bloßen Gedanken; denn auch die wechselnden Gedanken kann man zählen.

Indem nun W. Herschel (zu Anfang einer gewissen gedanklichen Entwicklung) sich ähnliche geometrische Vorstellungen macht wie es die eben geschilderten sind, ist er im Glauben befangen, er operiere im geometrischen Bilde sozusagen mit einem in verkleinertem Maßstabe dargestellten Raumes-Kosmos, und da, wo wir von „Bildpunkten" sprachen, setzt er überall das Wort „Stern", diese Sterne eben als Stofflichkeiten in Kugelform vorstellend; ferner bedeuten ihm die Zahlen r_m, die wir oben die „Ordnungen der Distanzen" — d. h. Abstände von der Bildmitte — nannten, die gedachten Entfernungen der vorgestellten Sternkugeln von unserer Erde oder unserer als Kugel gedachten Sonne: denn er dachte sich die Bildpunkte der Erde und Sonne als einander relativ benachbart und mit der Bildmitte beinahe zusammenfallend, d. h. ihren Abstand voneinander als sehr gering im Vergleich zum Abstande r_0 der Bildpunkte der hellsten Sterne von der Bildmitte. — Und weiter macht er in bezug auf die im Gedankenfelde geschauten «Leuchtekugeln» die Annahme, daß sie von durchschnittlich gleicher Größe seien, oder doch durchschnittlich gleich große erhellende Kräfte spenden könnten; er meint, die Erscheinung der verschiedenen Helligkeit der Sterne am Himmel rühre im wesentlichen davon her, daß solche Leuchtekugeln in verschiedenen Entfernungen von unserer Erde seien, und ihr divergierend gedachtes Licht eben dadurch verschieden geschwächt werde. Seiner Anschauung gemäß müßten also die Bildpunkte der Sterne in den verschiedenen Kugelschalen — im Gegensatz zu unserer Figur — ungefähr dieselbe Größe haben. Insbesondere wäre es dem Herschel sehr lieb gewesen, wenn ein jeder Bildpunkt einen gleichen Volumanteil V^0 bekommen hätte, d. h. in seiner Anschauung: jeder Stern einen gleichen „Wirkungsraum", und zwar von der Größe des „Wirkungsraumes" unserer Sonne — die er als Stern unter Sternen geistig anschaut, und deren Bildpunkt er in die Bildmitte versetzt: wir haben gesehen, daß eine Kugelfläche um die Bildmitte mit dem Radius $\bar{r}_0 = \frac{1}{2}\,r_0$ ein Volumen V_0 abgrenzt, das man gerade einem Punkte zugestehen kann; die Tabelle zeigt aber, daß zwar für Entfernungen, welche kleiner als $3\,r_0$ von der Bildmitte sind, zwar der Volumanteil der einzelnen Bildpunkte etwas größer als V_0 ausfällt, daß aber für alle Entfernungen, welche größer als $3\,r_0$ sind, der Raumanteil der einzelnen Bildpunkte der Sterne rasch abnimmt und bei $7\,r_0$ z. B. bloß etwa noch $\frac{1}{15}\,V_0$ beträgt.

[Zur Tabelle: In der Kolonne mit den Sternzahlen A sind diese in erster Reihe nach Bodes Katalog angeführt, so wie sie W. Herschel in einer Abhandlung von 1817 wiedergibt; in deutscher Sprache in dem Buche «Über den Bau des Himmels» Dresden und Leipzig 1826. In der zweiten Reihe sind die Zahlen A nach Houzeau angegeben; dieselben Zahlen, die wir auch im Text und Tabelle zu Figur «Sternzonen der Sphäre» angeführt haben. Es beziehen sich dort diese Zahlen auf Mengen von Bildpunkten, die auf 9 Zonen der Sphäre, welche Abbild des Himmels sein soll, verteilt sind; dieselben Punktmengen sind hier in 6 Kugelschalenräumen

— in der Figur in 6 konzentrischen Kreisringfeldern — und $6 \cdot 9 = 54$ Sektorteilen, d. h. ringförmigen Rotationsräumen verteilt, wie es oben näher erläutert wurde. — Die dritte Reihe gibt die A-Werte geordnet nach photometrischen Klassen.]

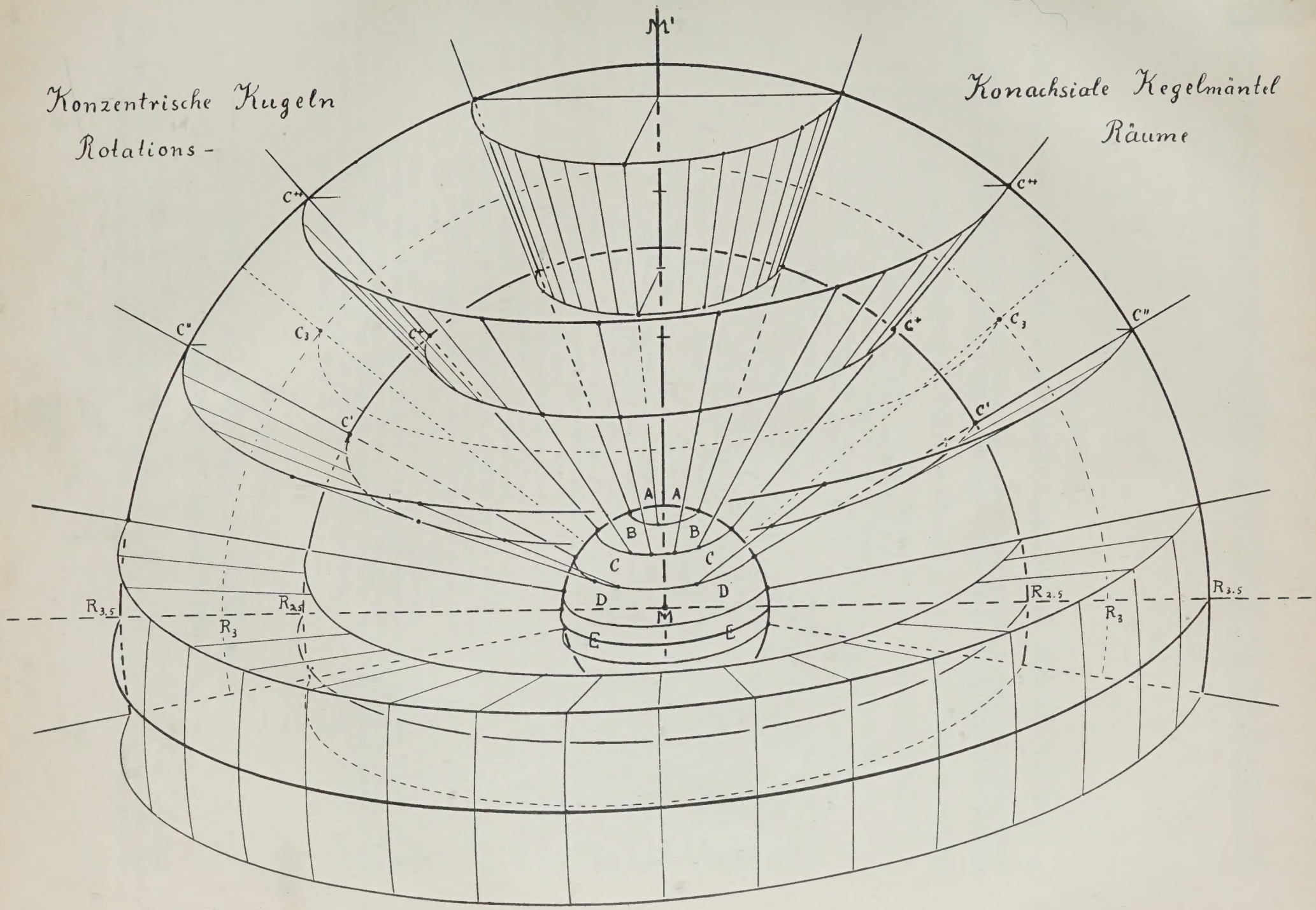
Kugelradien $r_n = n\bar{r}_0$	Kugelinhalte $V_n = n^3 \cdot V_0$	Kugelschalen	Ordnung d. Entfernung	Klasse m	Punktmengen in den Kugelschalen theor. A^0	nach Katalog: A			$\frac{A}{A^0}$
							Sirius und Canopus		
$1 \cdot \bar{r}_0$	$V_0 = \frac{4}{3}\pi\bar{r}_0^3$	$26\ V_0$	$1\ r_0$	1	$26 = A^0_1$	17	18	$18 = A_1$	0.69
3	$27\ V_0$	98	2	2	98	57	51	52	
5	125	218	3	3	218	206	200	171	
$7 \cdot \bar{r}_0$	$349\ V_0$	$386 \cdot V_0$	$4\ r_0$	4	$386 = A^0_4$	454	595	$564 = A_4$	1.54
9	729	602	5	5	602	1161	1213	1820	
11	1331	866	6	6	860	6103	3640	5800	
$13\ \bar{r}_0$	$2197\ V_0$	$1178\ V_0$	$7\ r_0$	7	$1178 = A^0_7$	Nach Bode	Nach Houzeau	$18000 = A_7$	15.3
15	3375	1538	8	8	1538			54000	
17	4913	1946	9	9	1946			159000	
19	6859								

Indem nun W. Herschel die aus der Beobachtung abgeleiteten Sternzahlen A, wie sie Bodes Katalog angab, verglich mit jenen Zahlen A^0, die sich aus einer theoretisch-geometrischen Überlegung heraus ergaben, verwundert er sich wegen dem für die höheren Größenklassen eintretenden rascher Größerwerden der A-Werte im Vergleich zu den A^0-Werten. Und indem er glaubt, jenes oben beschriebene geometrische Bild, in welches er die A-Werte als Punktmengen einführt, entspreche einer Art kosmischer Wirklichkeit in verkleinertem Maßstabe, sagt er, die Bildpunkte mit dem Wesenskern der Sterne verwechselnd: „Das Ergebnis dieser Vergleichung ist demnach, daß, wenn die Ordnung der Größe (gemeint ist die visuelle Klasse) die Distanz der Sterne andeuten sollte, zuerst eine allmähliche, dann eine sehr plötzliche Verdichtung sich zeigte." Und indem er das Bild als Abdruck einer physischen Wirklichkeit hält, sucht er nach einer physischen Erklärung für dieses Resultat. Er sagt (in einer Fußnote): „Vielleicht berühren sich in größerer Entfernung mehrere Systeme; die Sterne sind in der Ferne von geringerer Materialität, und was in unserer Nähe eine Bildung geworden, ist dort in mehrere auseinandergeflossen; wir könnten also wirklich der Mittelpunkt eines Systems sein, das, je weiter vom Mittelpunkt, desto gedrängter. Dies System wäre das einzige im Universum, denn alle beobachteten — außer denjenigen, die wirklich eine Lücke in der Mitte haben, sind zusammengedrängter daselbst." [Herschel denkt hierbei an die von ihm beobachteten Sternhaufen und Nebelflecke.] Herschel hätte es nicht nötig gehabt, sich eine physische Erklärung für dasjenige zurechtzulegen, was sich im geometrischen Bilde aus dem Verhältnis der Punktmengen A und A^0 folgern läßt, wenn er klar erkannt hätte: Alle solchen Bilder versinnlichen nicht eine objektiv-existierende Raumeswelt, sondern entstammen unserem ordnenden Denken, das die Beobachtungsdaten und ihre Größenbeziehungen durch eine Art figürlich-geometrische Übersicht darzustellen versucht. Dabei müssen je nach dem Zweck der Darstellung notwendig verschiedene Bildcharaktere herauskommen. Man denke zur Illustration an das zuerst von W. Herschel erdachte, von mir in der Figur «Bild der Milchstraße; Umriß des Systems im Bildraume» verwendete Anordnungsprinzip für die Bildpunkte der Sterne [gleiches Volumen für jeden Bildpunkt; vgl. auch die Figur: «Anordnung der ✱-Bildpunkte in einem Kegel»]. Man sehe sich die Darstellungen auf den Tafeln XV und XVI an.

Indem hierbei auf die bloße Zahl der Sterne Rücksicht genommen wird, wie sie sich ergibt für verschiedene Zonen zu beiden Seiten der Milchstraßenzone, kann man diese für die einzelnen Zonen sich ergebenden Sternzahlen durch Punktmengen darstellen — insgesamt sind es etwa 27 Millionen Punkte —, die sich in gleichmäßiger Verteilung in einem geometrischen Rotationskörper unterbringen lassen: dessen Äquatorhalbmesser hat etwa eine Länge von 270 figürlichen Einheitsstrecken, der Polarhalbmesser rund 100 solcher Einheiten. [Herschel nannte diese Einheitsstrecke, welche den durchschnittlichen Abstand zweier benachbarter Bildpunkte darstellt, eine «Sternweite»; hier handelt es sich darum, auf den wahren, bloß figürlichen Charakter dessen hinzuweisen, was mit dieser irreleitend-mißverständlichen Ausdrucksweise, die auch überall in der neueren astronomischen Literatur zu finden ist, eigentlich gemeint ist; für den vorliegenden Fall ist also die angenommene Einheitsstrecke nichts anderes als der Abstand zweier benachbarter Punkte, deren räumliche Verteilung z. B. unsere Figur «Anordnung der Bildpunkte in einem Kegel» illustriert.] — Nehmen wir an, die von W. und J. Herschel bei ihren Sternzählungen berücksichtigten Sterne seien etwa im Intervalle von der 1. bis zur 14. 5. visuellen Größenklasse enthalten (gerechnet nach der Skala der Photometrie, welche auch den Angaben unserer Tabellen zugrunde liegt). Dann lassen sich die aus diesen Zählungen, durch verallgemeinernde Schätzungen für den ganzen Himmel, sich ergebenden 27 Millionen Punkte auch in dem vorhin geschilderten System von konzentrischen Kugelschalen unterbringen: die äußerste dieser Schalen wird nach außen hin durch eine Kugelfläche begrenzt, die einen Radius von 14.5 figürlichen Längeneinheiten r_0 hat [$14.5\ r_0 = 29\ \bar{r}_0$].

Man sieht, wie dieses neue Bild ganz andere Dimensionen hat als das vorhin erwähnte des Rotationskörpers. In diesem neuen Bilde sind aber nicht wie im letzteren die Sterne durch bloße Zahlenpunkte in gleichmäßigen Abständen gebucht; sondern es ist auf den individuellen Charakter, auf die visuelle Größe Rücksicht genommen; die Bildpunkte der Sterne einer jeden Größenklasse sind einer besonderen Kugelschale zugeteilt; und dadurch ergibt sich eine innere Differenzierung des Bildes, die im Begriffe der «räumlichen Dichte» der Bildpunkte zum Ausdruck kommt. — Man kann diese Differenzierung auch noch in folgender Hinsicht vornehmen: Wir könnten in Betracht ziehen dasjenige, was die Figur «Sternzonen der Sphäre» darstellt: die gesetzmäßige Verteilung der Bildpunkte der Sterne auf der Oberfläche jener Kugel, welche ein Abbild der Himmelssphäre sein soll. Den Punktreichtum einer jeden Zone I . . . IX (A B C D E D C B A) auf dieser Kugel können wir dann in die Räume von ihnen zugeordneten Rotationskörpern hineingießen, die im Durchschnitt mit der Zeichnungsebene als von der Bildmitte ausstrahlende Doppel-Sektoren erscheinen, so wie es auch vorliegende Figur darstellt. Indem wir nun das System der konzentrischen Kugeln hinzunehmen, wird jeder Kugelschalenraum in neun Teile zerlegt, und für alle solchen Teile, welche dem g l e i c h e n S e k t o r angehören, ergibt sich eine zunehmende Dichte der Bildpunkte mit wachsendem Abstande von der Bildmitte [vgl. Figur].

XX


Konzentrische Kugeln
Rotations-
Konachsiale Kegelmäntel
Räume
M'
C''
C''
C''
C''
C'
C'
C'
C₃
C₃
A
A
B
B
C
C
D
D
M
E
E
R3,5
R3
R2,5
R2,5
R3
R3,5

Zu Figur XX:

«Konzentrische Kugeln. Konachsiale Kegelmäntel. Rotationsräume.»

Die in der vorliegenden Figur perspektivisch angedeuteten konzentrischen Kugeln, konachsialen Kegelmäntel und Rotationsräume wurden stets nur im Schnitt mit der Ebene der Zeichnung dargestellt in folgenden Figurentafeln:

1. XIV. «Kugelzonen; Rotationsräume.» (Vgl. auch «Sternzonen der Sphäre. Typisch-schematisches Bild der Sternverteilung.»)
2. XVI. «Umriß des Systems im Bildraume; Bild der Milchstraße nach W. Herschels Methode.»
3. XIX. «Bildpunkte der Sterne; Anordnung nach Helligkeitsklassen.»
4. XXI. «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen; Vorstellung gleicher Leuchtkräfte.»
5. XXIII. «Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen.»
6. XXII. «Sektorausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung der Bildpunkte der Sterne.»

Was im Texte zu den genannten Tafeln angedeutet wurde, soll hier besser geometrisch versinnlicht werden. — Die kleine Kugel in der Mitte der Figur habe den Radius $r_0 = 1$; auf ihrer Oberfläche grenze man einzelne Zonen E, D, C, B, A ab, und zwar durch Parallelkreise zu einem Kugeläquator mit den Abständen -10^0, $+10^0$, $+30^0$, $+50^0$, $+70^0$. A ist eine Polarkalotte, abgegrenzt durch den Kreis mit der Deklination $+70^0$. E ist eine mittlere Kugelzone zwischen -10^0 und $+10^0$ und wird vom Äquator halbiert; man denke sich spiegelbildlich zu E die andern Zonen auch auf der unteren Kugelhälfte [nicht gezeichnet]. — Nun ziehe man vom Kugelmittelpunkt M aus durch jeden Punkt der genannten Parallelkreise eine gerade Linie: sämtliche Linien, die zu demselben Kreise gehören, bilden den Mantel eines Kegels mit der Spitze im M und der Achse MM'. Je zwei solcher konachsialer Kegelmäntel schließen einen rotationsförmigen Raum ein, welcher zugeordnet ist einer der Zonen E, D, C, B, A. Sind auf diesen Zonen Bildpunkte erster Art von Sternen enthalten, so kann man, zum Zwecke der Konstruktion noch weitere Bilder, die Punkte einer jeden Zone in den zugehörigen Rotationsraum hereingießen oder ausleeren, d. h. durch Bildpunkte zweiter Art ersetzen, wie das näher im Texte zu den genannten Figuren erläutert ist. — Nun kombiniere man die konachsialen Kegel mit einem System konzentrischer Kugelflächen. Diese dienen in den obengenannten Figuren 1, 2 dazu, um die den Zonen E, D, C, B, A zugeordneten Rotationsräume in verschiedenen Abständen von der Bildmitte wiederum durch zonenförmige Teile auf diesen größeren Kugelflächen abzuschließen; sie sind im Schnitt mit der Zeichnungsebene von 2 dargestellt als die schraffierten Kreisbogenstücke. — Bei der in 3 genannten Figur haben die konzentrischen Kugelflächen Radien $\bar{r}_n$, welche nach einer arithmetischen Reihe wachsen: $\bar{r}_n = n\bar{r}_0$, wo $\bar{r}_0 = \frac{1}{2}r_0$ $n = 2m+1$, $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ ist. Nimmt man 15 solcher Kugelflächen, so teilen sie die den neun Zonen A B C D E D C B A zugeordneten Rotationsräume in $9 \cdot 15 = 135$ rotationsförmige Raumteile zwischen Kegel- und Kugelflächen. — In den Figuren 4, 5, 6 haben wir zweierlei konzentrische Kugelflächen R_m und $R_{m\pm0.5}$, deren Radien $r_m = {c_0}^m$ bzw. $r_{m\pm0.5} = {c_0}^{m\pm0.5}$ sind ($c_0 = 10^{0.2}$). In der vorliegenden Figur sind nur die Kugeln $R_{2.5}$, R_3, $R_{3.5}$ angedeutet, und zwar R_3 im Gegensatz zu den genannten Figuren gestrichelt, die beiden andern ausgezogen. Ein zum Rotationsraum der Zone C gehöriger mittlerer konachsialer Kegelmantel ergibt als Schnitt mit R_3 den Kreis C_3C_3 (gestrichelt); dieser Kreis ist die mittlere Linie in einem rotationsförmigen Raumteile, der im Schnitt mit der Ebene der Zeichnung die beiden Flächenstücke $C'C''C^{++}C^{+}$ ergibt; in diesem Raumteile sind untergebracht die Bildpunkte zweiter Art von Sternen der Helligkeitsklasse $m = 3$, deren Bildpunkte erster Art auf Zone C liegen. (Vgl. Näheres im Text zu 4.)

Zu Figur XXI:

Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen. Vorstellung gleicher Leuchtkräfte.

Zunächst sei hingewiesen auf das Phänomenale, das bildlich interpretiert in der Figur zur Darstellung gebracht werden soll: das ist der gesamte Sternreichtum des Himmels, gesondert nach Helligkeitsklassen und nach gewissen Zonen im Verhältnis zur Lage des Bandes der Milchstraße. Das Abbild des Sternenhimmels ist

dargestellt durch die Kugelfigur rechts oben. Auf ihr sind zu sehen die neun durch Parallelkreise begrenzten Zonen A B C D E D C B A, wie auch auf anderen unserer Figuren; E sei das Abbild des Milchstraßenbandes, dessen mittlerer Kreis der Äquator der Kugelfigur ist; M', M'' sind die zugehörigen Pole.

Wir denken uns die Bildpunkte der Sterne auf der Kugel durch Ausgleichsrechnungen derart verteilt, daß auf je zwei zur Mittelzone E symmetrisch gelegene Zonen D, C, B, A jeweils gleichviel Bildpunkte entfallen. [Bloß die oberen, nach M' hin gelegenen Zonen wurden in der Figur mit Bildsternchen ausgefüllt, da in bezug auf E alles spiegelbildlich auf die untere Hälfte der Kugel übertragen gedacht werden kann.] — Diese Kugelfigur mit den e r s t e n Bildpunkten der Sterne auf ihren Zonen denke man sich in die Mitte der Hauptfigur hereinversetzt, und zwar so weit verkleinert, daß ihr Radius r_0 gleich werde dem Radius des innersten Kreises der Hauptfigur [bezeichnet durch die Abszisse $OR_0 = 1$ auf der unten gesondert gezeichneten r-Achse]. — Nun geht der weitere bilderzeugende Prozeß in einer Weise vor sich, daß die M o t i v i e r u n g solchen Tuns nur verständlich wird durch den Hinweis auf einen G e d a n k e n , der den neuzeitlichen Astronomen auf einer gewissen Stufe der Begriffsbildung liebgeworden war: Sie dachten sich nämlich als den Wesenskern der Sterne eine Art Stoff — in feuerflüssigem oder gasförmig erhitztem Zustande — in Kugelform und lichtaussendend; und diese gedachten Kugeln werden in einem gedachten Raume zerstreut v o r g e s t e l l t , und mit ungefähr gleicher mittlerer «absoluter» Leuchtkraft begabt; die verschieden erscheinende Helligkeit der Sterne sei bloß Folge der verschiedenen Entfernung dieser gedachten Leuchtkugeln von unserer Erde; auch sei die mittlere gleiche Leuchtkraft dieser Kugeln — die in der Figur durch die gleiche Größe der Bildsternchen angedeutet ist — gleich jener unserer Sonne, deren Bildpunkt wir in der Mitte der Hauptfigur angedeutet haben. — Nun braucht man eigentlich nur mit gesunden Sinnen nach der Sonne und den Sternen zu blicken und sich durch keine falsche Erkenntnistheorie verleiten lassen, der Sinneswahrnehmungswirklichkeit den Wirklichkeitscharakter abzustreiten, d. h. sie als bloße «Schein-Wirklichkeit» zu bezeichnen, um die skizzierte Anschauung klar als bloßes Vorstellungsprodukt zu erkennen: die Kugelform, die Anordnung in Räumen, die gleichen Leuchtkräfte — alles das sind eben nur Vorstellungen. Wir wollen hier das geometrische Bild skizzieren, in dem diese Vorstellungen sich aussprechen; denn dadurch ist die Möglichkeit gegeben, den ganzen zugehörigen Gedankenprozeß als solchen zu durchschauen und sich durch gewisse Begriffe der neueren astronomischen Literatur, wie «Sterndichte» usw., nicht beirren zu lassen.

Rein mathematisch betrachtet kommt nämlich das Bild auf folgende Art zustande: Vom Zentrum der Hauptfigur, das auch der Mittelpunkt der vorhin beschriebenen Kugel mit dem Radius r_0 ist, ziehe man durch jeden Bildpunkt auf der Kugelfläche eine Gerade und nehme auf jeder dieser Geraden im Raume außerhalb der Kugel einen z w e i t e n Bildpunkt an, welcher also zugeordnet ist durch diese Gerade dem e r s t e n Bildpunkte eines Sternes auf der Kugel. Dieser erste Bildpunkt weise hin auf einen Stern, der zur m-ten Helligkeitsklasse gehört, und dessen photometrisch ermittelte Leuchtkraft die Maßzahl i_m habe — eine Zahl, die dem ersten Bildpunkte auf der Kugel zugeordnet wird; die Entfernung r_m des zweiten Bildpunktes von der Bildmitte wird nun um so g r ö ß e r gewählt, je k l e i n e r die Helligkeit i_m des Sternes ist, auf den der zweite Bildpunkt hindeuten soll. Die Bildmitte selbst — von der aus die Strecken r_m gemessen werden — oder ein Punkt ganz in ihrer Nähe wird hierbei als der Bildpunkt unserer Erde gedacht.

Dem zweiten Bildpunkte wird nun eine Zahl i_0 zugeordnet, die das Maß seiner vorgestellten «absoluten» Leuchtkraft sei (in willkürlichen Einheiten; diese Zahl i_0 wird j e d e m zweiten Bildpunkte zugedacht). Die Entfernung r_m des zweiten Bildpunktes von der Bildmitte wird nun bestimmt aus der Gleichung: $i_m = \frac{i_0}{r^2_m}$ $r_m = \left(\frac{i_0}{i_m}\right)^{\frac{1}{2}}$. Nun besteht für die Maßzahlen i_m der Helligkeiten der Sterne der einzelnen photometrischen Klassen $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ die Beziehung: $i_m = \frac{i_0}{c^m}$, wo i_0 in willkürlichem Maß die Helligkeit der hellsten Sterne bedeute und wo $c = 10^{0.4} = 2.512$ ist. [Vgl. Text zu Figur: «Photometrische Leuchtkräfte».]

Somit folgt: $r^2_m = c^m$ $r_m = c_0{}^m$ $r_{m\pm 1/2} = c_0{}^{m\pm 1/2} = c_{00}{}^{2m\pm 1}$ $c_0 = 10^{0.2}$ $c_{00} = 10^{0.1}$

In der «Tabelle mit Daten für ein schematisches Bild des Sternsystems» sind angegeben für die Klassen $m = 0$ bis $m = 15$ in Spalte II die r_m-Werte, in III die i_m-Werte, in IV die Werte $r_{m\pm 1/2}$. Diese letzteren, und die r_m-Werte haben für vorliegende Figur folgende Bedeutung: Man denke sich um die Bildmitte konzentrische Kugelflächen gelegt mit den Radien: r_0 r_1 r_2 r_3 r_4 . . . . r_m

und auch mit den Radien: $r_{-0.5}$ $r_{+0.5}$ $r_{1.5}$ $r_{2.5}$ $r_{3.5}$ . . . $r_{m\pm 0.5}$.

In der Figur steht R statt r.

Wir bezeichnen die Werte r_m als jene von der Bildmitte des Systems an gerechneten «mittleren» E n t f e r n u n g e n d e r B i l d p u n k t e jener Sterne, welche zur Helligkeitsklasse m gehören; die Radien $r_{m-0.5}$ und $r_{m+0.5}$ sind jene der beiden Kugelflächen, welche einen Kugelschalenraum einhüllen, in dem die sämtlichen Bildpunkte der Klasse m enthalten sind. — Die Hauptfigur stellt einen ebenen Schnitt durch dieses System von konzentrischen Kugeln dar, mit den Schnittkreisen R_m (Radien r_m ————) und den Kreisen $R_{m\pm 0.5}$ ($r_{m\pm 0.5}$ – – – – –). Gemäß dem Gesagten haben also die B i l d p u n k t e d e r S t e r n e diese Verteilung:

Im Kugelschalenraum zwischen $R_{-0.5}$ und $R_{+0.5}$ alle Bildpunkte von Sternen der Klasse $m = 0$

„ „ „ $R_{0.5}$ „ $R_{1.5}$ „ „ „ „ „ „ $m = 1$

„ „ „ $R_{1.5}$ „ $R_{2.5}$ „ „ „ „ „ „ $m = 2$

„ „ „ $R_{2.5}$ „ $R_{3.5}$ „ „ „ „ „ „ $m = 3$ usw.

Jede einzelne Helligkeitsklasse m, auf welche die Bildpunkte hindeuten, die sich je in einem Kugelschalenraum befinden, dessen mittlere Entfernung r_m von der Bildmitte ist, ist im unteren Teil der Figur durch Sternchen verschiedener Größe für die einzelnen R_m-Abszissen symbolisch dargestellt.

Der zentrale Teil der Hauptfigur ist nochmals in Figur b links oben etwas vergrößert gezeichnet. Es ist: $R^- = R_{-0.5}$, $R^+ = R_{+0.5}$, ebenso in Figur c rechts unten. Man nehme an, die schraffierte Fläche in Figur b vertrete den ganzen Kugelschalenraum zwischen den Kugelflächen R^- und R^+, deren Schnittkreise mit drei Koordinatenebenen in Figur c teils perspektivisch gezeichnet sind. Im Innern dieses Kugelschalenraumes — nämlich auf der Kugelfläche R_0 mit dem Radius $r_0 = 1$ — sind 12 Bildpunkte gezeichnet in regelmäßiger räumlicher Anordnung, während in Figur b diese zwölf Punkte in die schraffierte Fläche (Kreisring) hereinprojiziert wurden; diese zwölf Punkte seien angehörig der Klasse $m = 0$.

Wir müssen jetzt hervorheben, worin der Unterschied der vorliegenden Figur gegenüber der Figur «Bildpunkte der Sterne in Anordnung nach Helligkeitsklassen» besteht. In der letzteren Figur geschieht diese Anordnung in einer wie die ganzen Zahlen zunehmenden, einfachen Reihenfolge, indem $r_m = mr_0$ für $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ die mittleren Distanzen der Bildpunkte, die zu den einzelnen Klassen m gehören, von der Bildmitte angeben. Insbesondere ergibt sich da für $m = 0$ als zugehöriger Bildpunkt die Bildmitte selbst, die wir in jener Figur umgrenzt haben mit einem Kreise, dessen Radius $\bar{r}_0 = \frac{1}{2}r_0$ gewählt wurde. Zur Klasse $m = 0$, deren Bildpunkte innerhalb dieses Kreises (Kugel) angenommen wurden, haben wir nur wenige Sterne gezählt, nämlich außer Sirius und Canopus, deren m-Werte negativ sind, nur noch die fünf Sterne, deren m-Werte kleiner als 0.5 sind: α Centauri, α Lyrae, α Aurigae, α Bootis, β Orionis. [Vgl. Tafel der 20 hellsten Sterne.] Die Bildpunkte der Klasse $m = 1$, zu der im Intervalle 0.5 bis 1.5 nach der Tafel der Leuchtkräfte 13 Individuen gehören, haben wir in der genannten Figur zugeordnet der mittleren Distanz $r_1 = 1 \cdot r_0$ von der Bildmitte; setzen wir $r_0 = 1$, so wird $r_1 = 1$. —

In der vorliegenden Figur aber haben wir als Abbildungsgleichung $r_m = c_0{}^m$ und bekommen also für $m = 0$ als Abstand der zur Klasse $m = 0$ gerechneten Bildpunkte von der Bildmitte: $r_0 = 1$. Wir wollen nun die Bildpunkte der vorhin erwähnten dreizehn Sterne in der mittleren Distanz 1 von der Bildmitte belassen; dagegen wollen wir sie als zur n u l l t e n K l a s s e (in bezug auf die vorliegende Figur) zählen, indem wir den Index der Klassenbezeichnung um eine Einheit kleiner wählen; ebenso bei den anderen Klassen. Wir können die neue Klassenbezeichnung die «mathematische» nennen. Auf solche Art bekommen wir die «Tabelle mit Daten für ein schematisches System der Stern-Bildpunkte» [folgt unten]. In der Spalte VI, «Sternzahlen», sind unter A_m wiederum jene Zahlen mitgeteilt, die auch in der Tafel der «Leuchtkräfte und Sternzahlen» enthalten sind; nur sind, wie gesagt, die m-Werte um eine Einheit verschoben. In letztgenannter Tafel kamen dem Werte $i_0 = 100$ nahe die Sterne α Centauri und α Lyrae, weil für sie $m = 0.1$ war, also $i_{0.1} = 91.2$, während α Crucis für $m = 1$ den Wert $i_1 = 39.8$ zugeordnet bekam. — In der neuen Tabelle aber wird jetzt α Crucis zur Klasse $m = 0$ gezählt und ihm der Wert $i_0 = 100$ zugesprochen. Ebenso bekommen in der neuen Tabelle auch die anderen Sterne für die Werte ihrer Leuchtkräfte Zahlen zugeordnet, die um $\frac{100}{39.8} = c = 10^{0.4} = 2.512$ mal größer sind als die entsprechenden Zahlen in der Tafel der Leuchtkräfte. Zählen wir fernerhin jener Tafel noch Procyon mit $m = 0.5$ zu den ganz hellsten Sternen, so bleiben statt der vorhin genannten dreizehn Individuen noch zwölf, die jetzt in der neuen Tabelle zur nullten Klasse [mathematisch] gezählt werden. Die Bildpunkte dieser Zwölf können wir uns so angeordnet denken, wie es die oben besprochene Figur c zeigt. Diese Bildpunkte sind also in dem Raume zwischen den Kugelflächen $R_{-0.5}$ und $R_{+0.5}$. Die Bildpunkte der übrigbleibenden, noch helleren acht Sterne muß man dann unterbringen in dem Raume innerhalb der Kugelfläche $R_{-0.5}$, deren Radius $r_{-0.5} = \frac{r_0}{c_0{}^{0.5}} = \frac{r_0}{10^{0.1}} = 0.7943$ ist. [$r_0 = 1$, $c_0 = 10^{0.2}$]. In Figur b sind, abgesehen von der Bildmitte, solche Bildpunkte angedeutet [statt acht].

Ausdehnung und Grenzen des Systems im Bildraume.

Die räumlichen Ausdehnungen des Bildes werden durch die r_m-Werte repräsentiert [Spalte II und IV der Tabelle]. Die äußere Grenze jenes Kugelschalenraumes, in dem die Bildpunkte der Klasse m untergebracht sind, wird dargestellt durch eine Kugelfläche mit dem Radius $r_{m+1/2}$. Nehmen wir an, es wäre für die schwächsten der noch von W. und J. Herschel gezählten Sterne $m = 14$ [mathematisch] gewesen; in der gewöhnlichen Klassenbezeichnung, wie wir sie im Anschluß an die Figur «Bildpunkte der Sterne in Anordnung nach Helligkeitsklassen» und der ihr beigegebenen «Tabelle der Sternzahlen und ihrer Logarithmen» verwendet haben, hätten wir als entsprechenden m-Wert die Zahl 15 zu wählen. Die zugehörige Sternzahl N_m, d. h. die Summe aller von den hellsten bis zu denen von der Klasse m ist in jener Tabelle als etwa 27½ Millionen angegeben. In der «Tabelle der Sternzählungen» von W. und J. Herschel haben wir schätzungsweise als Gesamtzahl aller Sterne, von den hellsten bis zu den schwächsten, die noch im Herschelschen Teleskop sichtbar waren, etwa 27 300 000 erhalten.

Diese Zahl läßt sich nun durch eine nach Klassen eingeteilte Punktmenge abbilden und unterbringen in einem solchen sphärisch gestalteten Bilde, dessen äußere begrenzende Kugelfläche einen Radius von $r_{14+1/2} = r_{29/2} = 794.33r_0$ [$r_0 = 1$] hat. Vgl. Tabelle. Bereits W. Herschel ist zu einer ähnlichen Zahlenangabe gelangt. Er findet nämlich zunächst als das Verhältnis der «Lichtmengen» des Sirius und der Capella zu jener eines Sternes der 6. visuellen Größe (d-Zwillinge), der gerade noch mit freiem Auge sichtbar ist, die Werte 225 : 1

bzw. 100 : 1. Und er nimmt nun an, daß ein Stern, dessen Leuchtkraft i_0 zwischen jener des Sirius und der Capella liegt, zu einem Sterne 6. Größe mit der Leuchtkraft i_6 etwa in dem Verhältnisse $i_0 : i_6 = 144 : 1$ stehe. Und indem er nun die Gleichung $i_6 = \frac{i_0}{r^2}$ hinzudenkt, bekommt er $r_6{}^2 = 144$, also $r_6 = 12$. Das Hinzudenken dieser Gleichung aber bedeutet für ihn, daß er der Sinneswirklichkeit als solcher den Wirklichkeitscharakter abstreiten möchte; d. h. wie er selbst sagt, er könne nicht voraussetzen, „daß die Sterne 5., 6., 7. Größe stufenweise an Gestalt und Helligkeit kleiner sind als die der 1. 2., 3". Er möchte also nicht anerkennen, daß die verschiedene Helligkeit der Sterne für sie ein charakteristisches, individuelles Merkmal ist, das in ihrem inneren Wesen begründet ist, sondern er möchte diese verschiedenen Helligkeiten — nach Analogie des Erscheinens irdischer, gleich starker Lichtquellen (mit der Leuchtkraft i_0) in verschiedenen Entfernungen r vom Standorte eines Beobachters — erklären als bloße Folge der verschiedenen Entfernungen jener Leuchtkugeln mit ungefähr derselben Kraft i_0, als welche er sich die Wesenskerne der Sterne vorstellt. Demgemäß nennt er die gefundene Zahl 12 in bezug auf die Sterne die „raumdurchdringende Kraft" unseres Auges oder die „Ausdehnung des natürlichen Sehens". — Nun sieht aber kein Auge, auch kein bewaffnetes, die Sterne als Kugeln, und man kann auch nicht „sehen", daß die Sterne von der 6. visuellen Größe etwa 12 mal weiter von unserer Erde entfernt wären als die ganz hellsten Sterne. Deshalb beziehen sich Herschels Worte: „Die unmittelbar sich ergebende Folgerung ist, daß alle sichtbaren Sterne wahrscheinlich innerhalb einer Sphäre von der 12. Ordnung der Distanzen enthalten sind", auf ein bloß geometrisches Gedankenbild mit vorgestellten Bildpunkten von Sternen. Dasselbe ist zu sagen in bezug auf seine Schlußfolgerungen hinsichtlich der teleskopischen Sterne. — Er findet nämlich als Verhältnis der wirksamen Öffnung seides Teleskopes (das er zu den meisten Sternzählungen gebrauchte) zur Öffnung der Pupille seines Auges die Zahl 61.18. Und er nennt diese Zahl die „raumdurchdringende Kraft" des Fernrohres im Verhältnis zu jener des Auges; d. h. wenn das Auge einen irdischen Gegenstand in der Entfernung 1 (oder 12) deutlich sieht, so könnte man ihn in die Entfernung 61.18 (oder 12 · 61.18) vom Standorte des Beobachters wegrücken, und man würde ihn dann durch das Teleskop ebenso deutlich sehen wie vorher mit bloßem Auge. Indem sich nun Herschel die Sterne als leuchtende Kugeln von ungefähr gleicher Größe vorstellt, gibt er sich folgender Einbildung hin: Er denkt, wenn ich durchs Teleskop Sterne sehe, die so schwach erscheinen wie jene schwächsten noch mit bloßem Auge sichtbaren, so liegt hier ein Entfernungsverhältnis wie 61.18 zu 1 vor. Wenn er demgemäß in seinem Vorstellungsfelde die Bildpunkte der letzteren in die mittlere Entfernung 12 von der Bildmitte verlegt, so muß er die Bildpunkte der schwächsten durch das Teleskop gesehenen Sterne in die mittlere Entfernung von mindestens 12 · 61.18 = 734 bildlichen Einheitsstrecken von der Bildmitte verlegen; noch andere Überlegungen veranlassen ihn dazu, die Zahl 734 durch die noch größere 900 zu ersetzen.

Man beachte noch folgendes: Der oben angegebene Wert $r_{14+1/2}$ folgt aus der Formel:

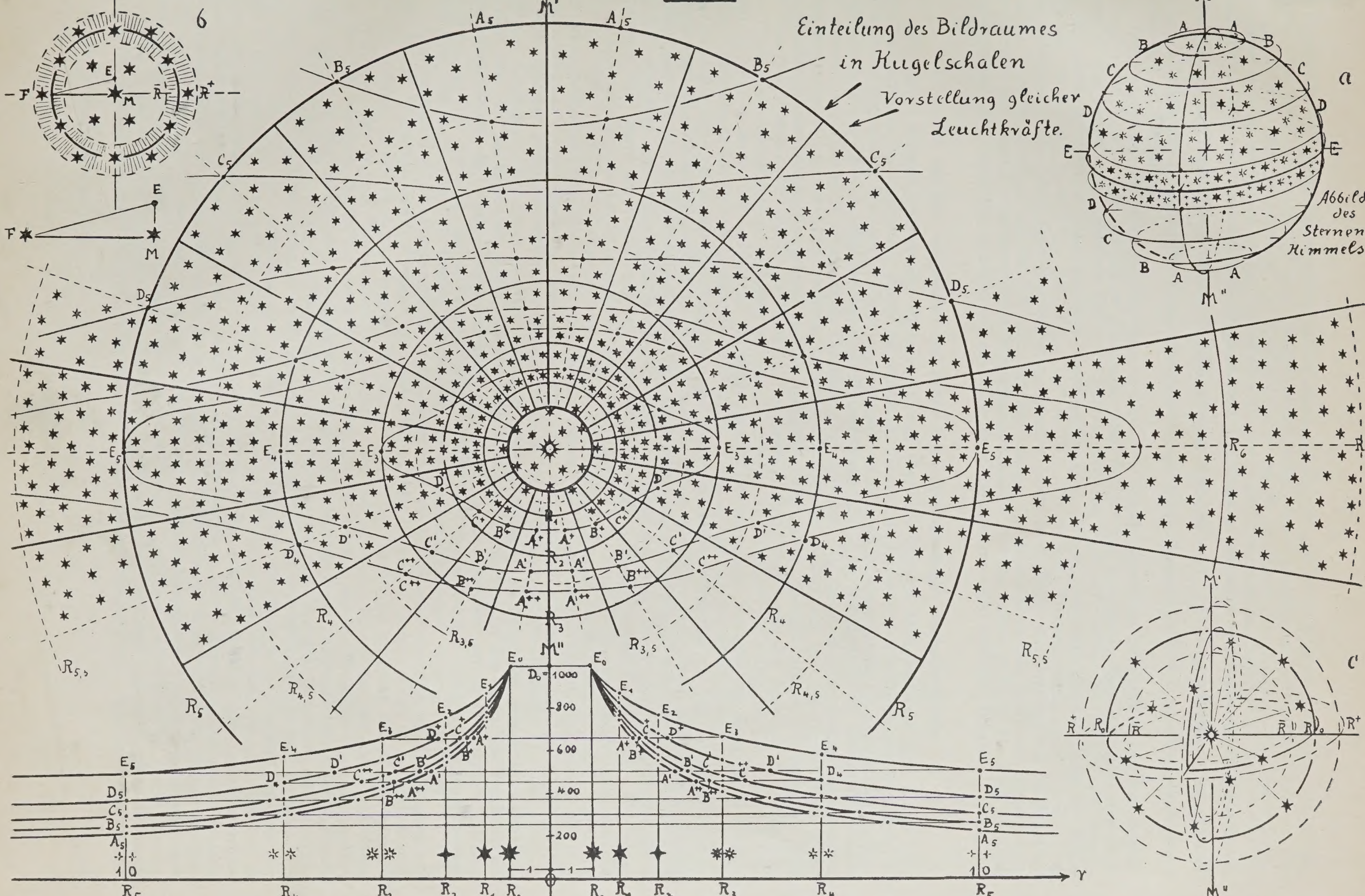
$$r_{14+1/2} = \left(\frac{i_0}{i_{14+1/2}}\right)^{\frac{1}{2}} = c_0{}^{14+1/2} = c_{00}{}^{29} = 10^{2.9} = 794.33.$$

W. Herschels Verfahren, um zu einer diesem Werte entsprechenden zu gelangen, ist ein indirektes. Er setzt zunächst näherungsweise $\left(\frac{i_0}{i_6}\right)^{\frac{1}{2}} = 12$ und gebraucht dann noch die weitere Beziehung: $\left(\frac{i_6}{i_m}\right) = 61.18 = \frac{A}{a}$, weil $\frac{i_6}{i_m} = \frac{\pi A^2}{\pi a^2}$ gesetzt werden kann. Hier bedeutet: i_m die Leuchtkraft der schwächsten mit dem Teleskop sichtbaren Sterne, i_6 jene der schwächsten mit dem bloßen Auge sichtbaren; A der Radius der wirksamen [Absorption ist bereits berücksichtigt, die durch die Linsen und Spiegel erfolgt!] Öffnung des Teleskopes, πA^2 deren Fläche; a der Radius der Pupille des Auges, πa^2 deren Fläche. Die Größen πA^2 und πa^2 können proportional den eindringenden Lichtmengen gesetzt werden. Nun folgt $\frac{i_0}{i_6} \cdot \frac{i_6}{i_m} = \frac{i_0}{i_m}$, also: $\left(\frac{i_0}{i_m}\right)^{\frac{1}{2}} = 12 \cdot 61.18 = 734$.

Alle diese Betrachtungen lehren uns: Es handelt sich bei der Bestimmung der sogenannten «Ausdehnung des Systems» — wobei man ja aber nur in bezug auf das selbstgemachte geometrische Bild von Längenmaßen reden kann, nicht dem realen Himmel gegenüber — um die Bestimmung eines Verhältnisses von Leuchtkräften; die Werte der Quadratwurzel — die r-Werte — werden dann im Bilde als die Längen von Strecken gedeutet.

Man hat aber kein Recht, den Gegenständen gegenüber, die aus dem Himmelsgrunde hervorleuchten, zu sagen, man sehe mit dem Fernrohr „weiter" in diesen Himmelsgrund hinein als mit bloßem Auge; man kann auch nicht sagen, dieses bloße Auge „sehe" die helleren Sterne „näher" als die schwächeren, sondern es sind einfach Unterschiede im Intensiven, nicht im Extensiven. Und wenn wir das Fernrohr auf den Himmelsgrund richten, so können wir bloß das sagen, was wir auch den Dingen im Gesichtsfelde eines Mikroskopes gegenüber sagen: Man sieht mehr Details als mit bloßem Auge; es gelangt insbesondere bei Verwendung des Fernrohres mehr Licht ins Auge, als wenn dieses allein nach dem Himmel blickt, und dadurch können dann durch das lichtsammelnde Fernrohr auch die schwachen Sterne noch einzeln wahrgenommen werden. Wir können sagen: mit dem Fernrohr tut man nichts anderes, als den Himmelsgrund mikroskopisch untersuchen. Hier, also beim Himmel, haben die Begriffe «entfernter», «näher» keine phänomenale Bedeutung. Das „Fern"-Rohr ist das zur Betrachtung des lichten Himmelsgrundes geeignet gebaute Mikroskop. Die Verhältnisse von Lichtintensitäten als Maßzahlen der Längen von Strecken deuten, das hat nur in einem geometrischen Bilde seine Anschauungsunterlage, nicht aber im realen Kosmos, sofern er durch sinnliche Wahrnehmungen erforscht werden kann. — Wenn also

XXI


Einteilung des Bildraumes
in Kugelschalen
Vorstellung gleicher
Leuchtkräfte.
Abbild
des
Sternen-
Himmels.
a
b
c'

W. Herschel davon spricht (die nachfolgenden Astronomen des 19. und 20. Jahrhunderts tun es in ihrer Art ebenso), daß unser „Sternsystem" oder „Milchstraßensystem" eine „Ausdehnung" von gewiß mehr als 734 oder gar mehr als 900 „Sternweiten" im Radius habe, so ist die Art dieser Formulierung des Tatsächlichen, was damit gemeint sein kann, keine wahrheitsgemäße: denn dieses Tatsächliche, worauf sich die Aussage bezieht, ist nicht wahrnehmbar im physisch-realen Kosmos vorhanden, sondern ist ein selbstgemachtes geometrisches Bild, dessen Konstruktion die Abbildungsgleichung $r_m = r_0 \left(\frac{i_0}{i_m}\right)^{\frac{1}{2}} = r_0\, c^m$ zugrunde liegt; hierbei ist $r_0 = 1$ die im Bilde gewählte Einheitsstrecke, welche angibt den Abstand der Bildpunkte der hellsten Sterne von der Bildmitte.

Zur vorliegenden Figur ist noch folgendes zu sagen: Sie hat als Grenzkreis den Kreis R_5 mit dem Radius $r_5 = c_0{}^5 = 10^{5 \cdot 0.2} = 10$; nur der Sektor E ist nach rechts hin bis $R_{6.5}$ verlängert. Man fasse die vorliegende Figur als den vergrößerten mittleren Teil jener ähnlich gebauten Figur auf, welche den Namen «Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen» trägt; sie zeigt insbesondere die Struktur des Bildes zwischen den Kreisen R_5 und R_{10}, wobei $r_{10} = c_0{}^{10} = 10^2 = 100$ bildliche Einheitsstrecken $r_0 = 1$ mißt. Von dieser Strecke als dem Abbild einer «Sternweite» zu sprechen, hat keine objektiv-erscheinungsgemäße Bedeutung; sondern dieses Wort bringt bloß die Gesinnung des materialistischen Betrachters zum Ausdruck, der sein Vorstellungsbild als Abdruck einer kosmischen Wirklichkeit hinstellen möchte, indem er die Sterne nicht als reine Lichterscheinungen hinnimmt, sondern sich einbildet, ihre Wesenskerne seien stoffliche Kugeln in einem gedachten Raume.

Über das sog. «Lichtjahr» und seiner Bedeutung als bloßer Rechnungsgröße.

Wir haben gesehen, daß die der Bildkonstruktion zugrunde liegende Einheitsstrecke $r_0 = 1$ eine rein vorstellungsmäßige Bedeutung hat. Indem die rechnende Astronomie der letzten zwei Jahrhunderte namentlich bis in unsere Tage herein aber solche Vorstellungselemente in ihren Gedankengebäuden als Abbilder kosmischer Realitäten behandelt, kommt sie notgedrungen zu Formulierungen, die, vom Standpunkte der Lebenswirklichkeit aus beurteilt, sich als nackte geometrische Phantasien herausstellen. Sie stehen in wissenschaftlichen und vor allem in den populären Astronomiebüchern, die stets noch weiter ausmalen, was jene ersteren als bloße Rechnungsresultate herausbekommen haben, und sie sind ganz dazu angetan, materialistische Vorstellungen über den Bau des Kosmos in die Köpfe und Herzen der Menschen einzupflanzen und die Wahrheit zu verdunkeln.

Alle diese Gedankengänge beginnen mit der vorstellungsmäßigen Degradation unserer mächtigen Sonne zu einem bloßen Fixstern, als einem unter Millionen anderen von gleichem Rang: Aber wirklich nur im Vorstellungsfelde kann ein solcher Gedanke sich ausleben, indem man den geometrischen Bildpunkt der Sonne unter die Menge der Bildpunkte der übrigen Fixsterne hineinmischt. Die Lebenswirklichkeit selbst spottet dieser gedanklichen Willkür: die Allerhalterin Sonne mit ihren wärme-, licht- und lebenspendenden Kräften läßt sich von ihrer überragenden Realität durch keine eitlen Einbildungen etwas wegnehmen; Himmel und Erde sind ihrer mächtigen Einflußsphäre einverleibt. — Was dagegen das Wesen eines Sternes in Wahrheit gegenüber dem Wesen der Sonne bedeutet, läßt sich etwa durch folgendes Sinnbild erläutern: Wie wenig substanziell, nichtig und schwach ist unsere Vorstellung von einem Dinge gegenüber dem realen Dinge selbst! Sonst könnte man ja, wenn man im kalten Winter friert, statt den Ofen zu heizen, sich in der Einbildung erwärmen; man könnte mit eingebildeten Speisen den realen Hunger stillen; man könnte mit rein mathematischen Vorstellungen eine Brücke über einen Fluß bauen, seinen schweren Körper in der Einbildung zu einem leichten geistigen Gewebe verwandeln, und nun über die Geist-Brücke stolzieren. In diesem Sinne möchten wir sagen: Jeder Stern, den der Astronom in der Einbildung zur Rangstufe unserer Sonne erhebt, ist bloß eine Art mit sinnlichen Augen anschaubares Vorstellungsbild der Sonne im Vergleich zur realen Sonne selbst. Es ist ein Größenwahn des Sternes, wenn er sich als Wesen von der Bedeutung der Sonne aufspielen möchte. Dadurch, daß es Sterne gibt im Verhältnis zur Sonne, kann dem betrachtenden Menschen eines ganz klar werden: was die Vorstellung eines Dinges ist im Verhältnis zum realen Dinge selbst!

Nun verläuft der Gedankenprozeß der Astronomen, den wir hier skizzieren wollen, im wesentlichen auf folgende Art: Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß wir den Bildpunkt unserer Sonne in die Bildmitte M verlegen können. Damit ist in allen unseren Figuren symbolisch zur Darstellung gebracht, was wir die Priorität der Sonne vor allen andern Fixsternen nennen können. Der Astronom aber nimmt nun gedanklich der Sonne ihre Priorität dadurch, daß er sich ihren Bildstern nicht größer vorstellt als die Bildzeichen der andern Fixsterne; das ist in der Nebenfigur b dargestellt, wo M die Bildmitte ist, F ein Bildpunkt der hellsten Sterne in der Entfernung $MF = r_0$ von M. Ferner denkt sich der Astronom den Bildpunkt E unserer Erde in allernächster Nähe der Bildmitte, d. h. er denkt sich den Abstand $ME = e$ sehr klein im Vergleich zu $MF = r_0$; und indem er das Bild als Darstellung einer kosmischen Wirklichkeit deutet, sagt er: Wir Bewohner auf der Erde in E (was aber in bezug auf die weit entfernten Sterne gleichbedeutend ist, wie wenn unser Standort in M wäre), haben zwar den Eindruck, als ob wir uns in der Mitte der Sternenwelt befänden; allein das ist nur perspektivischer Schein; ähnlich wie es nur Schein ist, wenn ein Mensch in einem dichten Nebel, in dem er nach allen Seiten gleich weit sieht, sich sozusagen in der Mitte des Geländes oder in der Mitte der ganzen nebligen Masse zu befinden glaubt, während er vielleicht darinnen eine ganz exzentrische Stellung hat; so braucht auch unsere Sonne, mit der Erde in ihrer Nähe, nicht in der Mitte des allseitig sich ausdehnenden Sternenkosmos zu stehen. — Für einen solchen Denker wird also durch die Bildmitte M nichts real Hervorragendes symbolisch dargestellt, sondern nur der Bildpunkt eines zufälligen Standortes des Beobachters. Sein Bestreben richtet

sich nun vor allem darauf, das Verhältnis der kleinen Strecke ME = e zur großen MF = r_0 herauszubekommen. Eine naheliegende Überlegung ist folgende: Man kennt angenähert das Verhältnis der Leuchtkraft $J_\odot$ unserer Sonne zu jener des Sirius (i), indem man etwa $J_\odot = 5\,000\,000\,000\,i$ setzt. Daraus läßt sich das Verhältnis von $J_\odot$ zur Leuchtkraft i_1 eines Sternes der ersten Größe bestimmen. Nach unserer Tafel der 20 hellsten Sterne ist für α Crucis gerade m = 1; der zugehörige i_1-Wert ist in relativen Einheiten $i_1 = 39.8$, während Sirius, in denselben Einheiten gemessen, eine Leuchtkraft vom Betrage i = 436.5 hat. Somit ist genähert $i = 11\ i_1$; und somit auch $J_\odot = 55\,000\,000\,000\ i_1 = N \cdot i_1$.

Nun werden in vorliegender Figur die Sterne erster Größe durch Bildpunkte versinnlicht, welche die mittlere Entfernung r_0 von der Bildmitte M haben. Es sei F der Bildpunkt eines solchen Fixsternes. Der Rechner denkt sich jetzt: In bezug auf den Punkt E (Abbild der Erde) ist die Größe $J_\odot$ der Strecke ME = e zugeordnet (diese Strecke soll für das Folgende als relative Einheitsstrecke gewählt werden, mit welcher die größere r_0 auszumessen ist); und er macht ferner im Bilde den Punkt F dem Punkte M gleichwertig, indem er auch dem F einen Zahlenwert von der Größe $J_\odot$ zuspricht; aber in bezug auf E ist nun F—$J_\odot$ dem Abstande EF = MF = r_0 zugeordnet. — Indem der Rechner seine Figur, die er als Abbild einer kosmisch-räumlichen Wirklichkeit hält, nach Analogie irdischer Erfahrungen umdeutet, läßt sich sein bezüglicher Gedankenprozeß so aussprechen: Eine irdische Lichtquelle, deren „absolute" Leuchtkraft das Maß $J_\odot$ — gemessen in willkürlichen Einheiten — habe, befinde sich in der Entfernung r_0 vom Standorte eines Beobachters E und erscheine, von hier aus betrachtet, bloß in der schwachen, photometrisch bestimmbaren Helligkeit i_1 — weil im irdischen Felde die Lichtintensität mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle rasch abnimmt. Man hat also: $\frac{J_\odot}{r_0^2} = i_1 = \frac{J_\odot}{N}$

Bei Benutzung des oben angegebenen N-Wertes folgt für das Bild aus $r_0^2 = N = 55\,000\,000\,000$, also $r_0 = 235\,000$. Und zwar ist r_0 nun ausgedrückt in den e-Einheiten, weil für e = 1 $\frac{J_\odot}{e^2} = J_\odot$ gesetzt werden kann; d. h. in bezug auf eine irdische Lichtquelle gesprochen: was man ihre «absolute» Leuchtkraft nennen kann, ist ihre Beleuchtungsstärke, mit der sie z. B. eine Fläche erhellt in einer willkürlich gewählten Einheitsentfernung e = 1 von ihr.

Durch geometrische Betrachtungen, die sich auf jenen Teil des Bildraumes beziehen, in dem der Astronom die Bildpunkte der Sonne, Erde und Planeten vorgestellte Bewegungen ausführen läßt, gelangt er dazu, der Strecke ME = e, welche den Abstand des Bildpunktes (M) der Sonne von jenem (E) der Erde bezeichnet, die Zahl «$8^1/_5$ Lichtminuten» zuzuordnen. Damit will der Astronom sagen: «Das Licht gebraucht $8 + {}^1/_5$ Minuten, um von der Sonne nach der Erde zu gelangen.» Allein diese Aussage weist n i c h t auf etwas mit Sinnesaugen u n m i t t e l b a r Wahrnehmbares hin, sondern stützt sich auf V o r s t e l l u n g s e l e m e n t e des Rechners. Denn auch dieser gescheite Rechner kann nicht sein gewöhnliches, die Sinneswahrnehmungen erlebendes Bewußtsein in zwei Teile zerspalten, mit dem einen auf der Sonne, mit dem andern auf der Erde weilen, mit dem ersteren den Abgang eines Lichtsignals auf der Sonne, mit dem anderen Teil die verspätete Ankunft auf der Erde wahrnehmen. So etwas gelingt bloß durch kombinierte Augen- und Ohrbeobachtungen gegenüber den Tatsachen des Schalles: Man s i e h t jemanden in der Ferne mit einem Hammer schlagen, und man h ö r t das Aufschlagen später; aber man weiß i m G e i s t e , daß derjenige, der schlägt, das Gesichtsbild und die Gehörsempfindung miteinander hat. — Demgegenüber ist dasjenige, was man Lichtgeschwindigkeit nennt, für das gewöhnliche wissenschaftliche Bewußtsein eine reine Rechnungsgröße, der nichts sinnenhaft unmittelbar Erlebbares zugrunde liegt: Man „sieht" wahrhaftig das Licht nicht mit einer gewissen Geschwindigkeit fliegen! Man kann mit dem gewöhnlichen Bewußtsein nur räumliche und zeitliche Beobachtungsdaten in einem geometrischen Bilde zusammenstellen und in diesem Bilde durch Vektorpfeile die I d e e der Lichtgeschwindigkeit versinnlichen und mit den Maßzahlen dieser Pfeile rechnen.

Was man z. B. beim Fizeauschen Fernrohr mit Zahnrad unmittelbar-sinnlich erleben kann, das sind Erhellungen und Verdunkelungen im Gesichtsfelde des Fernrohres, je nach der Umlaufsgeschwindigkeit des Zahnrades. Alles andere ist Rechnung, geometrisch-phoronomisches Vorstellen, welches kombiniert die Anzahl der Zähne, die Tourenzahl, das Maß der Entfernung des zweiten Fernrohres vom ersten. — Man kann eben bloß i m G e i s t e wissen, w a n n innerhalb einer bestimmten Naturordnung oder Versuchsanordnung ein Lichtsignal sich geltend macht. Man kann z. B. wissen oder zu wissen glauben, daß die Verfinsterungen des ersten Jupitermondes in regelmäßigen Zeitabschnitten aufeinander folgen sollten, wenn man diese Verfinsterungen durch den Schatten des Jupiter als empfindliches Lichtwesen auf dem Jupitermonde selbst wahrnehmen könnte. Von der Erde aus gesehen aber zeigen sich nun Abweichungen der Momente der w a h r n e h m b a r e n Eintritte des Mondes in den Schatten des Jupiter von jenen theoretischen Zeitmomenten, welche auf dem Zeitenmaßstabe in gleichen Abständen sich folgen. Man kann mit Hilfe von nach dem Umlauf des Sternenhimmels regulierten Uhren die betreffenden Zeitdifferenzen ermitteln, und man kann die so erhaltenen Zahlenwerte zuordnen der Maßzahl der Strecke P—E im Bildraume. (P = Bildpunkt des Jupiter.) Die auf solche Art gefundene Zahl von 492 Sek. oder $8^1/_5$ Min., welche man zugeteilt bekommt für eine Strecke e = ME, drückt also eine gewisse, geistig erschaute Realität innerhalb des Sonnensystems aus; man kann das im Bildraume so darstellen, daß man eine solche neue Maßeinheit u einführt, für welche gerade $e = (8+{}^1/_5)\ u$ ist; dabei entspricht u einer «Lichtminute». Entsprechend bekommen wir im B i l d r a u m e für die oben ermittelte Strecke $r_0 = 235\,000 \cdot e$ eine Zahl von $235\,000\ (8+{}^1/_5) = 1\,927\,000$ «Lichtminuten». Beachten wir, daß ein Jahr eine Zahl von $(365 + {}^1/_4) \cdot 24 \cdot 60 = 525\,960$ Minuten hat. Es würde also die Strecke r_0 eine Zahl von $1\,927\,000 : 525\,960 = 3.66$ «Lichtjahren» zugeteilt bekommen. Nun aber sind wir ja mitten im geometrischen Phantasiefelde drinnen,

weil wir ja die Zahl 235 000 aus dem rein willkürlichen Vorstellungsprozeß der Degradierung der Sonne zu einem bloßen Fixstern herausbekommen haben; es gibt ferner bei den Fixsternen keine beobachtbaren Erscheinungen in dem Sinne, wie sie oben bezüglich des 1. Jupitermondes besprochen wurden; während also die dort gefundene Zahl von $8^1/_5$ Minuten mit gewissen periodisch wiederkehrenden Naturereignissen zusammenhängt und also auf eine bestimmte, geistig geschaute Realität hinweist, ist das bezüglich der eben als bloße Zahl gefundenen 1 927 000 Minuten keineswegs der Fall. Dasjenige also, was bloß vorgestelltes geometrisches Datum ist, darf man wahrheitsgemäß nicht so formulieren, wie man es gewöhnlich tut: „Der nächste Fixstern ist mehr als drei Lichtjahre von unserer Erde entfernt." Die Strecke r_0 hat ja bloß die Bedeutung einer Einheitsstrecke im Bildraume; die «Lichtjahrstrecke», die 3,66 mal in r_0 enthalten ist, bedeutet nur eine andere bildliche Einheitsstrecke. — Wir haben gefunden, daß das ganze System im Bildraume, welches die Bildpunkte aller Sterne bis $m = 15$ umfaßt, durch eine Kugelfläche begrenzt wird, deren Radius $794\, r_0$ (rund $800\, r_0$) mißt. Somit hätte dieses System einen Radius von etwa $800 \cdot 3.66 = 2933$ «Lichtjahren». Das ist aber ein Spiel mit Zahlen, mit Rechnungsgrößen im bloßen Bildraume, denen keine geistig erschaute Realität entspricht, und es ist nur vorgestellt, was man als Realität behauptet: „Das Licht der schwächeren Sterne gebraucht Jahrhunderte, um auf unsere Erde zu gelangen mit Lichtgeschwindigkeit" (300 000 km/sek.).

Innere Struktur des Systems im Bildraume. Begriff der Dichte der Bildpunkte.

Es sei A_m die aus Beobachtungen ermittelte Anzahl der Sterne am ganzen Himmel, die zur Helligkeitsklasse m gehören. [Vgl. Tabelle Spalte VI rechts.] Wir haben gesehen, daß wir die A_m-Bildpunkte der Sterne dieser Klasse in einem Kugelschalenraume unterbringen können, dessen begrenzende Kugelflächen die Radien $r_{m-1/2}$ und $r_{m+1/2}$ haben, dessen Volumen K_m somit gleich ist der Differenz der Kugelvolumen: $V_{m+1/2} - V_{m-1/2} = K_m$. Hierbei ist: $V_{m\pm1/2} = V_0 r^3_{m\pm1/2}$. $r_0 = 1$ $V_0 = \frac{4}{3}\pi \cdot r_0^3$.

Die Kugelradien sind in Spalte IV der Tabelle angegeben; die Kugelinhalte $V_{m\pm1/2}$ sind aus V ersichtlich. V_0 bedeutet das Volumen einer Kugel mit dem Radius $r_0 = 1$.

Nehmen wir jetzt zunächst ganz schematisch an, die A_m-Punkte seien gleichmäßig in dem Raume K_m verteilt; dann könnte also jeder einen gewissen Volumteil $\Delta V_m = \frac{K_m}{A_m}$ für sich beanspruchen. Man könnte mit Hilfe der in der Tabelle angegebenen Daten finden, daß mit wachsendem m — also auch mit wachsendem r_m — die Größe ΔV_m zunimmt: d. h. je weiter die Kugelschalenräume von der Bildmitte entfernt sind, ein um so größeres Volumen ΔV_m steht jedem Bildpunkte in diesen Räumen zur Verfügung. Wir könnten auch sagen: Die räumliche Dichte der Bildpunkte, d. h. ihre Anzahl $D_m = \frac{1}{\Delta V_m}$ pro Volumeinheit, nimmt mit wachsender Entfernung r_m von der Bildmitte ab. Wir können dieses Resultat auf folgende indirekte Weise herleiten:

Wir berechnen zunächst eine theoretische Punktezahl A^0_m unter der Annahme, daß in jedem Kugelschalenraume K_m, der die angegebene Punktmenge enthalten soll, die räumliche Dichte dieselbe, und somit im ganzen Bildraume konstant sei. Hernach kann man die Zahlen A_m und A^0_m miteinander vergleichen.

Bei der Berechnung der Zahlen A^0_m gehen wir also von der Annahme aus, daß einem jeden Bildpunkte in jedem Kugelschalenraume K_m ein gleicher Volumteil ΔV_0 zur Verfügung stehe. Dann ist: $A^0_m = \frac{K_m}{\Delta V_0} = \frac{V_{m\pm1/2} - V_{m-1/2}}{\Delta V_0}$.

Die so erhaltenen Zahlen A^0_m sind in Spalte VI der Tabelle angegeben; in VII sind die Verhältnisse $A_m : A^0_m$ berechnet, d. h. die relativen Dichten, und man sieht, wie diese mit wachsendem m und r_m rasch abnehmen. — Wir müssen noch erläutern, welche Annahme wir bei der Wahl der Größe ΔV_0 machten. Wir gehen dabei von der in Figur c skizzierten Anschauung aus, daß im Raume zwischen den Kugelflächen R^- und R^+ mit den Radien $r_{-1/2}$ und $r_{+1/2}$ gerade zwölf Bildpunkte verteilt seien. Das Volumen K_0 dieses Raumes hat den Wert: $K_0 = V_{+1/2} - V_{-1/2} = V_0 (r^3_{+1/2} - r^3_{-1/2}) = V_0 (1.99526 - 0.50119) = 12\, \Delta V_0 = 1.49407 \cdot V_0$.

Nun ist nach Tabelle: $r_{-1/2} = c_{00}^{-1} = \frac{1}{c_{00}}$ $r_{+1/2} = c_{00}^1$ $r_{m\pm1/2} = c_{00}^{2m\pm1}$. Somit:

$$K_0 = V_0 \left(c_{00}^3 - \frac{1}{c_{00}^3}\right) = \frac{V_0}{c_{00}^3} = (c_{00}^6 - 1)$$

$$K_m = V_0 \left(c_{00}^{6m+3} - c_{00}^{6m-3}\right) = \frac{V_0}{c_{00}^3} (c_{00}^6 - 1)\, c_{00}^{6m}$$

$$V_{m\pm1/2} = V_0\, r^3_{m\pm1/2} = V_0\, c_{00}^{3(2m\pm1)} = V_0\, c_{00}^{6m\pm3},$$

$$\text{also: } A^0_m = \frac{K^m}{\Delta V_0} = \frac{12\, K^m}{K_0} = 12\, c_{00}^{6m} = 12\, c_{00}^{3m} = 12\, r^3_m.$$

Nun ist: $c_0 = 10^{0.2}$ somit $r^3_m = c_0^{3m} = 10^{0.6m}$. Und wir bekommen speziell

für $m = 5 + n$ $n = 1, 2, 3 \ldots$: $r^3_m = 10^3 \cdot 10^{0.6 \cdot n} = 1000\, r^3_n$ $A^0_m = 1000\, A^0_n$

$m = 10 + n$ $n = 1, 2, 3 \ldots$: $r^3_m = 10^6 \cdot 10^{0.6 \cdot n} = 1\,000\,000\, r^3_n$ $A^0_m = 1\,000\,000\, A^0_n$.

Wir brauchen also nur die Werte r^3_m für $m = n = 1, 2, 3, 4, 5$ zu berechnen, um sofort die entsprechenden r_m-Werte im Intervall von $m = 6$ bis $m = 10$ durch Multiplikation mit 1000 zu erhalten, im Intervalle $m = 11$ bis $m = 15$ aber durch Multiplikation mit 1 000 000; ebenso ist es für die A^0_m-Werte, die jene in Spalte VI

der Tabelle enthaltene dreistufige Reihe von Zahlen bilden. — Ebenso folgt, weil $c_{00} = 10^{0.1}$ ist,

für $m = 5 + n$: $V_{m\pm½} = V_0\, c_0^{6m\pm1} = 10^3 \cdot V_0 \cdot k_n = 1000\, V_{n\pm½}$

und ebenso für $m = 10 + n$: $V_{m\pm½} = . \quad = 10^6 \cdot V_0 \cdot k_n = 1\,000\,000\, V_{n\pm½}$. $k_n = c_{00}^{6n\pm3}$

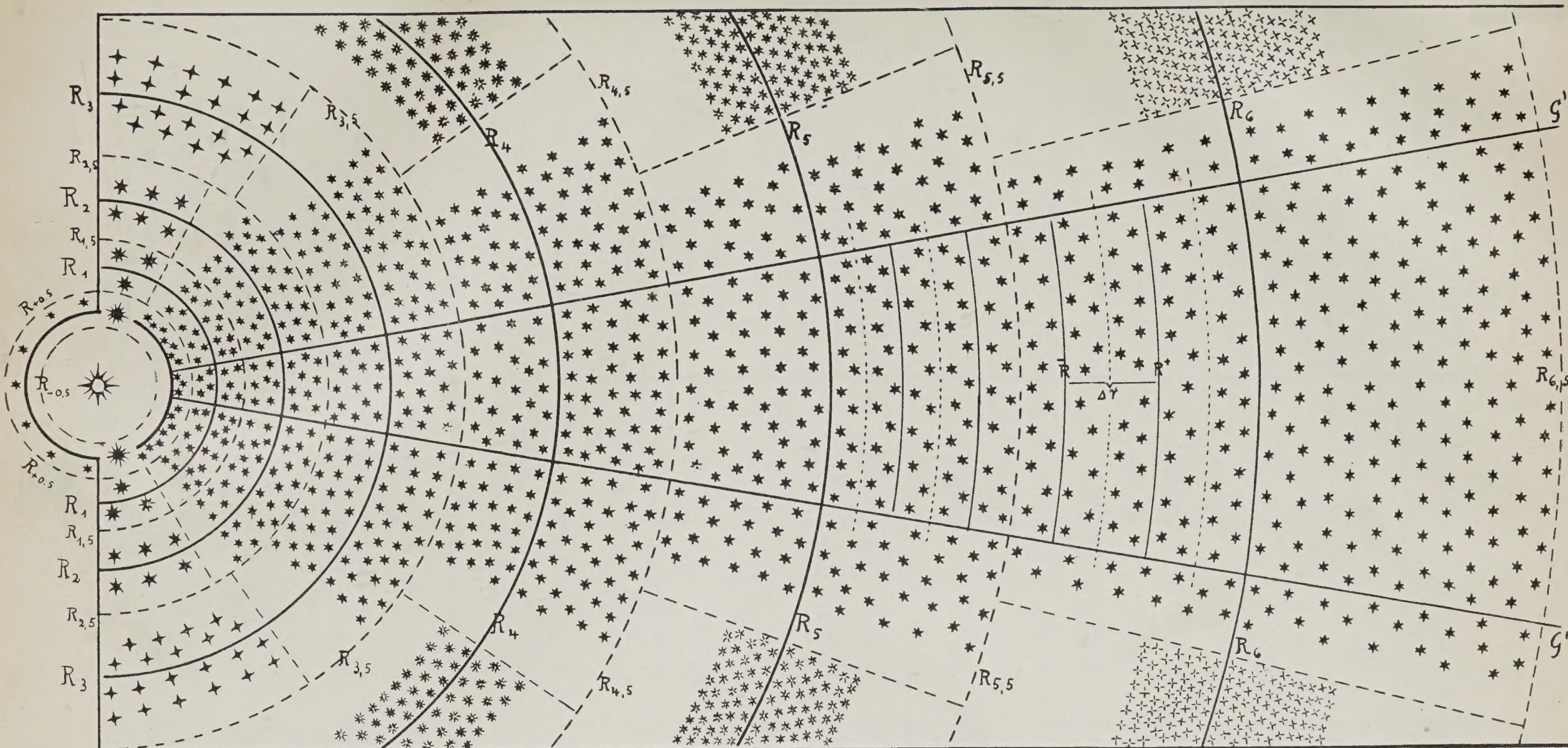
Das sind die Zahlen, die in V der Tabelle enthalten sind.

Wir haben also als Eigenschaft des skizzierten schematischen Bildes gefunden, daß in ihm die räumliche Dichte der Punkte in den einzelnen Kugelschalen mit wachsender Entfernung von der Bildmitte a b n i m m t. [In der Figur: «Anordnung der Bildpunkte der Sterne nach Helligkeitsklassen» ist es gerade umgekehrt!] Das ist in der Figur so zur Darstellung gebracht, daß die Zahl der Bildsternchen pro Flächeneinheit mit wachsender Entfernung von der Bildmitte geringer wird. Doch ist noch eine weitere feinere Verschiedenheit dadurch angedeutet, daß diese Abnahme nicht nach allen Richtungen von der Bildmitte aus in demselben Verhältnis geschieht: z. B. ist in der Richtung der Achse M′M″ diese Abnahme eine viel stärkere als in der dazu senkrechten Richtung . . . E_3 E_4 E_5 . . . [Zone E: Bild der Milchstraßengegend.] Jene Überlegungen also, die wir oben in bezug auf die konzentrischen g a n z e n Kugelschalen skizziert haben, könnten wir auch wiederholen für die aneinandergrenzenden T e i l r ä u m e dieser Kugelschalen, welche einem und demselben Sektor angehören, der, von der Bildmitte ausstrahlend, alle diese Kugelschalen durchquert. Diese Sektoren sind zweiteilig, indem die linke Hälfte der Figur spiegelbildlich zur Rechten ist; man fasse diese Doppel-Sektoren auf als ebene Schnitte von Rotationsräumen — mit der Achse M′M″ — die so zustande kommen: Man denke sich die Kugelfigur a (Abbild des Sternhimmels mit den neun Zonen A B C D E D C B A) in die Mitte der Hauptfigur hereingestellt. Man fasse die Parallelkreise, welche die einzelnen Zonen auf dieser Kugel begrenzen, auf als die Schnittlinien von Doppel-Kegeln mit dieser Kugelfläche: diese Kegel sollen alle ihre Spitze in der Bildmitte haben und die gemeinsame Achse M′M″. Die Schnittlinien der Kegelmäntel mit der Ebene der Hauptfigur sind durch Radialstrahlen angedeutet [beginnend beim Kreis R_0]. Zwischen je zweien dieser Kegel kann man sich noch einen mittleren denken, dessen Schnittlinien mit der Ebene der Figur die Strahlen – – – – – sind. Diese Strahlen haben in der Mitte der Sektoren gelegene Schnittpunkte mit den Kreisen R_m, welche z. B. für m = 5, entsprechend den Kugelzonen, denen die Sektoren zugeordnet sind, mit A_5 B_5 C_5 D_5 E_5 bezeichnet sind. — Je zwei der genannten Kegelmäntel, die als Schnittlinien mit der Ebene der Figur die Radialstrahlen — — — — haben, schließen nun einen Rotationsraum ein, der aber in Teilräume zerfällt, die den aufeinanderfolgenden konzentrischen Kugelschalen angehören. Betrachten wir z. B. jenen Rotationsraum, der im Durchschnitt mit der Figur sich darstellt als der E-Sektor: dieser hat Anteil an den aufeinanderfolgenden konzentrischen Kreisringen, deren Begrenzungskreise – – – – – bezeichnet sind mit z. B. | $R_{2.5}$ $R_{3.5}$, | $R_{3.5}$ $R_{4.5}$, | $R_{4.5}$ $R_{5.5}$ | usw., die Buchstaben E_3, E_4, E_5 bezeichnen mittlere Stellen in diesen Kreisringgebieten, d. h. Schnittpunkte eines den Sektor E durchziehenden achsialen Strahles – – – – – mit den Kreisen R_3, R_4, R_5. — Die rotationsförmigen Teilräume selbst, die den einzelnen Kugelschalen angehören, haben ringförmige Gestalt. Jener Teilraum, der zum Ausstrahlungsgebiet der Kugelzone Z (A B C D E D C B A) gehört und zugleich zur Kugelschale K_m, sei $Z_m K_m$ genannt. In ihn hinein werden jene Bildpunkte verlegt, die zur Zone Z auf der Bildkugel des Himmels gehören und die speziell d i e Sterne abbilden, welche zur Helligkeitsklasse m gehören.

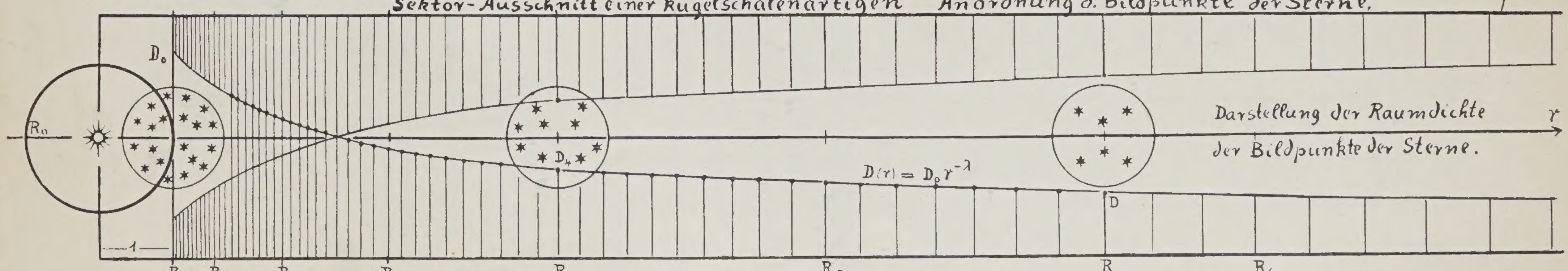
Nehmen wir 15 solcher Klassen, so haben wir 15 Kugelschalen K_m und $9 \cdot 15 = 135$ ringförmige Rotationsräume (entsprechend den neun Zonen A B C D E D C B A auf der Kugelfläche in Figur a), in denen nun die Bildpunkte der Sterne je nach ihrer Zugehörigkeit zu einer der Zonen und Helligkeitsklassen eingeordnet werden.

Nehmen wir z. B. die Kugelschale K_5; wir brauchen bloß die obere Hälfte der Figur zu betrachten, weil die untere Hälfte in bezug auf die Mittellinie – – – – – durch den E-Sektor spiegelbildlich zur oberen ist. Diese Schale K_5 zerfällt nun in ringförmige Rotationsräume E_5K_5 D_5K_5 C_5K_5 B_5K_5 A_5K_5; eine Art mittlere Linie in diesen Räumen wird jeweils gegeben durch jenen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Ebene der Figur ist, dessen Mittelpunkt auf der Achse M′M″ liegt, und dessen Schnittpunkte mit der Ebene der Figur die zur Achse M′M″ symmetrisch gelegenen Punktepaare E_5E_5, D_5D_5, C_5C_5, B_5B_5, A_5A_5 sind. In jedem der ringförmigen Teilräume gibt es nun pro Volumeinheit eine bestimmte Anzahl von Bildpunkten (von Ring zu Ring verschieden), und diese Dichte der Bildpunkte kann versinnlicht werden durch die Anzahl der Sternchen pro Flächeneinheit, die sich in der Umgebung je eines der genannten Punkte • E_5, D_5, C_5, B_5, A_5 befinden; und diese Anzahlen oder ihnen proportionale Werte können wir uns denken als die Maßzahlen von Ordinaten, die zu jenen fünf Kurven gehören, die im unteren Teile der Figur zu sehen sind; diese Ordinaten gehören im angenommenen Falle zur Abszisse R_5, und ihre Endpunkte werden entsprechend den Punkten • gleichnamig bezeichnet. — Was wir jetzt für R_5 erläutert haben, gilt in entsprechender Weise für die anderen Abszissen R_m und die zugehörigen Ordinaten mit den Endpunkten A_m, B_m, C_m, D_m, E_m: die Maßzahlen dieser Ordinaten geben die Dichtewerte D (Zahl der Bildpunkte pro Volumeinheit) in der Umgebung der mit den gleichen Buchstaben bezeichneten Stellen der Hauptfigur an. Für jeden Sektor ergibt sich so eine gewisse Dichtefunktion D(r), wobei r die Entfernung des betrachteten Sektorteiles von der Bildmitte, gemessen auf dem Radialstrahl – – – –, ist. Den gezeichneten fünf Kurven, die zu den fünf Sektoren der Hauptfigur gehören, haben wir in freier Wahl folgende Funktionsform zugrunde gelegt: $D(r) = D_0 r^{-\lambda} = 1000\, r^{-\lambda}$. Für $r = r_m = c_0^m = 10^{0.2 \cdot m}$ und für die Werte m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, sowie für verschiedene Werte der Konstanten λ, entsprechend den einzelnen Zonen, sind die D(r)-Werte in nebenstehender Tabelle enthalten: sie geben an die Maßzahlen der Ordinaten, die zu den in der Figur mit R_m bezeichneten Abszissen gehören. — Ziehen wir in der Figur nun parallele Linien zur Abszissenachse R, welche die zur Ordinatenachse symmetrisch gelegenen Punkte der fünf Kurven miteinander

XXII



Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung d. Bildpunkte der Sterne.



I Klasse m [math.]	II Mittl. Entfernung $r_m = r_0 \cdot c_0^m = c_0^m$ $c_0 = 10^{0.2}$		III Leuchtkräfte $i_m = \frac{i_0}{c^m} = i_0 \mu^m$ $c = 10^{0.4}$ $\mu = \frac{1}{c}$		IV Kugelradien $r_{m\pm 1/2} = c_{00}^{2m\pm 1}$ $c_{00} = c_0^{1/2} = 10^{0.1}$		V Kugelinhalte $r^3{}_{m\pm 1/2} \cdot V_0$ $= V_{m\pm 1/2}$	VI Anzahl der Punkte $A^0{}_m$ $\frac{V_{m+1/2} - V_{m-1/2}}{\Delta V_0}$	 A_m Sternzahl der Klasse m	VII Dichte $\frac{A_m}{A^0{}_m}$
				$\mu^0 = 1$	$r_{-0.5} = 0.7943$	c_{00}^{-1}	0.50119 V_0		2 + 6	
0	$r_0 = 1$	c_0^0	$i_0 = 100$					12	12	1
					$r_{+0.5} = 1.2589$	c_{00}^{1}	1.99526 V_0			
1	$r_1 = 1.585$	c_0^1	$i_1 = 39.811$	μ^1				48	52	
					$r_{1.5} = 1.9953$		7.94328			
2	$r_2 = 2.512$		$i_2 = 15.849$					190	171	0.900
					$r_{2.5} = 3.1623$		31.6228			
3	$r_3 = 3.981$		$i_3 = 6.310$					757	564	
					$r_{3.5} = 5.0119$		125.892			
4	$r_4 = 6310$		$i_4 = 2.512$					3014	1823	
					$r_{4.5} = 7.9433$	c_{00}^{9}	501.187 V_0			
5	$r_5 = 10.000$	c_0^5	$i_5 = 1.000$	μ^5				12000	5800	0.483
					$r_{5.5} = 12.589$	c_{00}^{11}	1995.26 V_0			
6	$r_6 = 15.849$		$i_6 = 0.398$					47770	17950	
					$r_{6.5} = 19.953$		7943.28			
7	$r_7 = 25.119$		$i_7 = 0.158$					190190	53990	
					$r_{7.5} = 31.623$		31622.8			
8	$r_8 = 39.811$		$i_8 = 0.063$					757.150	158.950	0.210
					$r_{8.5} = 50.119$		125892			
9	$r_9 = 63{,}096$		$i_9 = 0.025$					3014270	390200	
					$r_{9.5} = 79.433$	c_{00}^{19}	501187 V_0			
10	$r_{10} = 100.00$	c_0^{10}	$i_{10} = 0.01000$	μ^{10}				12000000	1014900	0.084
					$r_{10.5} = 125.89$	c_{00}^{21}	1995260 V_0			
11	$r_{11} = 158.49$		$i_{11} = 0.00398$					47772800	2318400	
					$r_{11.5} = 199.53$		7943280			
12	$r_{12} = 251.19$		$i_{12} = 0.00158$					190186800	5011500	0.026
					$r_{12.5} = 316.23$		31622800			
13	$r_{13} = 398.11$		$i_{13} = 0.00063$					757148400	10080300	
					$r_{13.5} = 501.19$		125892000			
14	$r_{14} = 630.96$		$i_{14} = 0.00025$					3014268000	20300400	0.006
					$r_{14.5} = 794.33$	c_{00}^{29}	501187000 V_0			
15	$r_{15} = 1000$	c_0^{15}	$i_{15} = 0.00010$	μ^{15}				12000000000		
					$r_{15.5} = 1258.9$	c_{00}^{31}	1995260000 V_0			

Tabelle mit Daten für ein schematisches System der Stern-Bildpunkte.

In I sind die Nummern der in der Photometrie gebräuchlichen Helligkeitsklassen der Sterne angegeben.

In II bedeuten die Worte r_m die mittleren Entfernungen der Bildpunkte, die zur Klasse m gehören, von der Bildmitte.

In III sind die relativen Maßzahlen i_m der Leuchtkräfte der Sterne enthalten, für die verschiedene Klassen m.

In IV bedeuten die Werte $r_{m-1/2}$, $r_{m+1/2}$ die Radien jener Kugelflächen, welche einschließen einen Kugelschalenraum mit dem Volumen $K_m = V_{m+1/2} - V_{m-1/2} = V_0 (r^3{}_{m+1/2} - r^3{}_{m-1/2})$; in K_m sind enthalten die in VI angegebenen Punktmengen $A^0{}_m$ bzw. A_m; A_m = Zahl der Bildpunkte der Sterne in der Klasse m.

In V sind die Volumen der Kugeln mit den Radien $r_{m\pm 1/2}$ enthalten; es ist $V_0 = \frac{3}{4}\pi r_0^3$ das Volumen der Kugel mit den Radien $r_0 = 1$.

In VI bedeutet $A^0{}_m$ eine solche Anzahl von Punkten, die in der Kugelschale K_m Platz hat, wenn man jedem Punkt gleichen Raumanteil ΔV_0 zugesteht, so daß $A^0{}_m = K_m : \Delta V_0$ wird. Hierbei ist ΔV_0 so gewählt, daß in der Kugelschale $K_0 = V_{+0.5} - V_{-0.5} = 1.99526\ V_0 - 0.50119\ V_0 = 1.49407\ V_0 = 12\ \Delta V_0$ gerade 12 Punkte enthalten sind.

In VII zeigen die Werte $\frac{A_m}{A^0{}_m}$ die mit wachsendem m rasche Abnahme der Punktmengen A_m im Vergleich zu den Mengen $A^0{}_m$.

verbinden; in der Figur sind sechs solcher Linien gezogen, welche durch $B_5, C_5, D_5, E_5, D_4, E_3$ gehen; jede dieser Linien schneidet die fünf Kurven in Punkte mit gleichen Ordinaten: die diesen Punkten entsprechenden Stellen in der Hauptfigur sind jene, in deren Umgebung wir gleiche räumliche Dichte der Bildpunkte haben. So schneidet z. B. die Linie E_5E_5 die anderen vier Kurven in den Punkten D′ C′ B′ A′; nimmt man die Abszissen dieser Punkte und trägt sie in der Hauptfigur von der Bildmitte aus auf den Radialstrahlen – – – – – – auf, so gelangt man zu den entsprechenden Punkten E_5 D′ C′ B′ A′; verbindet man diese, so erhält man eine «Kurve gleicher Dichte»; es sind deren in der Hauptfigur sechs zu sehen, entsprechend den sechs parallelen Linien zur r-Achse im unteren Teile der Figur. — Läßt man ferner die Ebene der Hauptfigur um die Achse M′M″ rotieren, so daß die einzelnen Sektoren die oben gekennzeichneten Rotationsräume erzeugen, so beschreiben die Kurven gleicher Dichte in diesen Räumen entsprechende «Flächen gleicher Dichte».

Zone	Klasse m		0	1	2	3	4	5
	Abszissen		R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
	$r_m = c_0{}^m = 10^{0.2\,m}$		1	1.58	2.51	3.98	6.31	10
E	$\lambda = 0.300$	Werte d. Funktion $D(r) = 1000\ r^{-\lambda}$	1000	871	759	661	575	501
D	$\lambda = 0.425$		1000	822	676	556	457	376
C	$\lambda = 0.525$		1000	785	617	484	380	299
B	$\lambda = 0.600$		1000	759	575	437	331	251
A	$\lambda = 0.650$		1000	741	550	407	302	224

Indem wir den ganzen Bildraum in fünfzehn Kugelschalen und jede von diesen wieder in neun ringförmige Teilräume zerlegen, könnten wir die Dichte der Bildpunkte in jedem dieser $9 \cdot 15 = 135$ Teilräume empirisch ermitteln: wir brauchten zunächst nur die Volumen dieser Ringe zu berechnen; ferner muß man beachten, daß je 15 dieser Ringe, die zum gleichen Doppel-Sektor in der Figur gehören, ein Gebiet zwischen zwei Kegelmänteln ausfüllen, das zum Ausstrahlungsraum einer der neun Zonen in der Kugelfigur a gehört: man müßte nun ermitteln die Anzahlen a_m der Bildpunkte einer jeden Helligkeitsklasse (bis $m = 15$), die auf diese Zone entfallen. Ist nun k_m das Volumen des Ringes, welcher der Kugelschale K_m angehört und zugleich dem Ausstrahlungsgebiet der betrachteten Kugelzone, so werden ja nun die a_m-Bildpunkte von der Zone weg in den Ring k_m hineinverlegt, und es wäre $D_m = \frac{a_m}{k_m}$ die gesuchte Zahl der Bildpunkte pro Volumeinheit in diesem Ringe.

Wir haben auf diese Rechnereien hier verzichtet, weil es uns darauf ankam, an Hand der oben freigewählten Funktionsform für D(r) das mathematisch Prinzipielle zu erläutern: den Dichtebegriff. Es handelt sich hierbei wahrhaftig nicht um die Wesenskerne der Sterne selbst, sondern um die Anordnung ihrer Bildpunkte im Bildraume. Es ist also nicht streng sinngemäß, wenn neuere Astronomen (wie Professor Seeliger u. a.) in ihren Schriften von der „räumlichen Dichte der Sterne", von „Kurven und Flächen gleicher Dichte im Sternsystem" reden, wo doch nur die Bildpunkte dieser Sterne und die Anordnung dieser Punkte im Bildraume in Rede stehen.

Zu Figur XXII:

Sektorausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung der Bildpunkte der Sterne.

Der durch die beiden divergierenden Strahlen begrenzte mittlere Teil der Figur kann bedeuten irgendeinen der neun Sektoren A B C D E D C B A, wie sie dargestellt sind auf den Tafeln XXI: «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen. Vorstellung gleicher Leuchtkräfte.» XXIII: «Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen.» In allen diesen Figuren denke man sich in die Mitte des Bildes, von wo die begrenzenden Zonenstrahlen ausgehen, hereingestellt die Bildkugel des Sternenhimmels, wie sie dargestellt ist auf der Tafel «Sternzonen der Sphäre». Die auf dieser Kugel liegenden Bildpunkte der Sterne sind ihrer Helligkeitsklasse entsprechend kenntlichgemacht. Eine den Astronomen des 18. und 19. Jahrhunderts beliebte Vorstellung, wie man sich diese verschieden großen Leuchtkräfte der Sterne «erklären», d. h. rechnerisch aus einem gewissen Prinzip ableiten könne, war nun, in Anlehnung an das beobachtete Verhalten irdischer Lichtquellen, die folgende:

Man denke sich in verschiedenen Entfernungen r_m von unserem Satndort Lampen, deren photometrisch meßbare Lichtstärke gemäß dem Gesetze $\frac{1}{r_m^2}$ abnehmen möge und die demgemäß, trotz ihrer «absolut» gleichen Größe oder Leuchtkraft, unserem Auge verschieden hell erscheinen. — Nun kann man sich sagen: Gegeben sind uns die durch die visuellen Größenschätzungen, in Verbindung mit photometrischen Messungen, ermittelten Verhältniszahlen $\frac{i_m}{i_0}$ der verschiedenen Helligkeiten der Sterne der einzelnen Größenklassen m im Verhältnis zur Helligkeit eines Bezugssternes — etwa eines der hellsten — mit der durch eine willkürliche Zahl i_0 dargestellten Leuchtkraft. — Man kann sich nun eine rein geometrische Gruppierung der verschiedenen Helligkeitsklassen der Sterne denken, derart, daß man allen Bildpunkten der Sterne ein und dieselbe Zahl i_0 zuordnet,

die Entfernung r_m des Bildpunktes eines Sternes von der Helligkeitsklasse m aber — von der Bildmitte aus gerechnet, dem Bildpunkte unseres Standortes! — so wählt, daß die Beziehung $i_m = \frac{i_0}{r^2_m}$, also $r^2_m = \frac{i_0}{i_m}$ 1
erfüllt ist. Diese Beziehung gilt, wie oben bemerkt, für die photometrisch gemessenen Lichtstärken i_m irdischer Lampen mit gleicher Leuchtkraft i_0, aber in verschiedenen Entfernungen r_m von unserem Standorte, wo wir die Lichtstärkemessungen vornehmen. — In diesem Sinne kann man also mit den Bildpunkten der Sterne verfahren, wie es die vorliegende Figur erläutern soll. Man darf aber nicht glauben, es handle sich hier um ein verkleinertes Abbild einer räumlich-kosmischen Wirklichkeit, wie man es in der astronomischen Literatur mit allerlei Redewendungen und Vergleichen darzustellen beliebt, sondern es handelt sich um ein bloßes Vorstellungsbild, um ein Operieren mit rein geometrischen Punkten, um ein solches Bild aber, das geeignet ist, eine gewisse Gesetzmäßigkeit in den Anzahlen der Sterne einer jeden Helligkeitsklasse zur Darstellung zu bringen wie wir noch sehen werden.

Hinsichtlich der gröberen Züge des Bildes sei folgendes gesagt: Man denke sich die Bildpunkte der Sterne der Helligkeitsklasse m als Vertreterpunkte von Lichtquellen mit derselben Leuchtkraft i_0, die so um die Bildmitte herumgestellt werden, daß ihre Entfernungen r_m von dieser, der oben erwähnten Beziehung 1 genügen.

Andererseits gilt in der photometrischen Skala für die Sternhelligkeiten die Beziehung: $i_m = \frac{i_0}{c^m}$
Somit gilt: $\frac{r^2_m = c^m \quad r_m = {c_0}^m}{c_0 = 10^{0.2}} \quad \frac{r_{m\pm\frac{1}{2}} = {c_0}^{m\pm\frac{1}{2}} = {c_{00}}^{2m\pm1}}{c_{00} = 10^{0.1}} \quad c = 10^{0.4}$. [Vgl. hierzu Text zur Figur 2
«Photometrische Leuchtkräfte».]

Wir können also die Bildpunkte der Sterne von der Helligkeitsklasse m unterbringen in einer Kugelschale, deren begrenzende Kugeln die Radien $r_{m-\frac{1}{2}}$ bzw. $r_{m+\frac{1}{2}}$ haben, während die mittlere Entfernung r_m ist [geometrisches Mittel!]. Die Größen r_m, $r_{m\pm\frac{1}{2}}$ sind in der Tabelle mit Daten für ein schematisches «System der Stern-Bildpunkte» enthalten in II und IV, die i_m-Werte in III.

In unserer Figur nun liegt also z. B. zwischen den Kreisen $R_{4.5}$ und $R_{5.5}$ eine Ringzone (die durch R_5 in zwei ungleich große Hälften zerlegt wird), in welcher wir die Bildpunkte von Sternen unterbringen können, die alle zur Klasse m = 5 gehören. Links und rechts dieser Zone sind dann in der Figur Sternchen * zu sehen, welche die Helligkeit der Sterne andeuten sollen, deren Bildpunkte in diese Zone fallen. — In ähnlichem Sinne gehören also zur Zone zwischen $R_{0.5}$ und $R_{1.5}$ (mit dem mittleren Kreis R_1) Sternchen, welche die „erscheinende" Helligkeit der Bildpunkte der Sterne von der Helligkeitsklasse m = 1 versinnlichen sollen; zwischen $R_{1,5}$ und $R_{2,5}$ etwas kleinere Sternchen als die vorigen, welche der Klasse m = 2 zugeordnet sind usw.

Zwischen $R_{-0.5}$ und $R_{+0.5}$ (mit dem mittleren Kreis $R_0 = 1$), also in jener Zone, wo in der Figur zwei größte Sternchen zu sehen sind, sollen die Bildpunkte der Vergleichssterne liegen, deren Helligkeit gleich oder nahezu i_0 sei.

In bezug auf die Anordnung der Bildpunkte muß noch folgendes gesagt werden: Es soll durch diese Anordnung zur Darstellung gebracht werden das Gesetz, gemäß welchem man die Anzahlen A_m der Sterne einer jeden Größenklasse m nach einer (unten folgenden) mathematischen Formel berechnen kann. Es wird sich zeigen, daß es notwendig ist, die Bildpunkte so zu verteilen, daß sie in der Nähe der Bildmitte dichter beieinanderstehen als in größeren Entfernungen r von dieser. Das Gesetz der Dichteabnahme ist im unteren Teil der Figur versinnlicht: Hier sind drei gleichgroße Kreisfelder zu sehen, auf die aber um so weniger Bildsternchen entfallen, je weiter sie von der Bildmitte entfernt sind. Die Ordination der Kurve $D(r) = D_0 r^{-\lambda}$ (λ = const.) 3
können beispielsweise ein denkbares Gesetz graphisch darstellen, nach welchem die Raumdichte (Zahl pro Volumeinheit) der Bildsternchen mit wachsender Entfernung r von der Bildmitte abnimmt. Hier bedeutet D_0 die Zahl der Bildsternchen pro Volumeinheit in der mittleren Entfernung $r_0 = 1$ von der Bildmitte, also z. B. gerade jene Anzahl Sternchen, die in dem ersten der drei gezeichneten Kreisfelder zu sehen sind. — Die Kurve, welche das Gesetz der Dichteabnahme darstellen soll, haben wir aus ästhetischen Gründen doppelt symmetrisch gezeichnet. Die Abstände ihrer Ordinaten sind so gewählt, daß die Differenzen ihrer r-Abszissen immer der Zunahme von m um je 0.1 entsprechen, wenn man $r_m = {c_0}^m = 10^{0.2 \cdot m}$ setzt. Ganz allgemein bekommt man dann: $r_{m+n} = {c_0}^{m+n} = {c_0}^m \cdot {c_0}^n$. Nimmt man für n die Werte

n =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
c_0^n =	1.047	1.096	1.148	1.202	1.259	1.318	1.380	1.445	1.515,

so entsprechen ihnen die beigesetzten c_0^n-Werte. Mit diesen Zahlen ist also der Wert r_m zu multiplizieren, um das Intervall r_m, r_{m+1} in zehn kleinere Intervalle zu zerlegen. [In der Figur angedeutet zwischen r_5 und r_6.]

Schauen wir jetzt einmal hin auf die Tabelle der Logarithmen der Sternzahlen N_m per $\square^0$ (angegeben sind die Zahlen log 1000 N_m)! Wir können aus den im unteren Teil der Tabelle für fünf Zonen angegebenen Differenzen je zweier aufeinanderfolgender Logarithmen folgendes ersehen: Die Differenzen
$a_m = \log \bar{N}_m - \log \bar{N}_{m-1} = \log 1000\, N_m - \log 1000\, N_{m-1} = \log \frac{1000\, N_m}{1000\, N_{m-1}} = \log \frac{N_m}{N_{m-1}} = \log v_m$ nehmen bis 4
etwa m = 5 wenig rasch ab, z. B. in der Spalte 5^0 von 0,536 bis 0,524, in Spalte 20^0 von 0.513 bis 0.500 usw. Bis m = 5 ($\bar{m} = 6$) geht das Reich der von freiem Auge sichtbaren Sterne. In ihren verhältnismäßigen Anzahlen für jede einzelne Größenklasse liegt ein besonderes Verhalten, das sich ausdrückt durch die relative Konstanz der Beträge $a_m = \log v_m$, wo $v_m = \frac{N_m}{N_{m-1}}$ ist. In der Spalte «Mittel» könnte z. B. für $m \leqq 5$ etwa a_m = const. = 0.517 gesetzt werden, also $v = 3.29$; also $N_m = v \cdot N_{m-1}$, d. h. die Anzahl der Sterne

einer nächsthöheren Größenklasse wäre etwa das 3.29 fache der Anzahl der vorhergehenden Klasse. — Versuchen wir, uns ein geometrisches Bild dieses Tatbestandes zu verschaffen, indem wir die Bildpunkte der Sterne auf der Kugelfläche «Sternzonen der Sphäre» in den Bildraum außerhalb der Kugel hinaus ergießen, gemäß den Gleichungen 1 und 2. Der vorliegende Sektor ist ein Ausschnitt dieses Bildraumes; nehmen wir an, die Dichte der Bildpunkte in diesem sei durch 3 gegeben. — Man fasse jetzt ins Auge eine dünne Kugelschale, deren begrenzende Kugelflächen die Radien $\bar{r}$ und r^+ haben (in der Figur durch $\bar{R}$, R^+ angedeutet), und es sei $r^+ - \bar{r} = \Delta r$. Die räumliche Winkelöffnung unseres Sektors sei ω, gerechnet als Teil der Oberfläche 4π einer Kugel mit dem Radius $r_0 = 1$ [Figur R_0]. Die Oberflächenteile jener Kugelflächen mit den Radien $\bar{R}$, R^+, die vom Sektor ausgeschnitten werden, haben also die Größen $\bar{r}^2 \cdot \omega$ bzw. $\bar{r}^2 \cdot \omega$. [Man denke sich die Grenzstrahlen G'G'' als die Schnittlinien eines Kegels von der Öffnung ω mit der Ebene der Zeichnung. Vgl. hierzu die Figur XIV].

Eine zwischen $\bar{R}$, R^+ gelegene Kugel mit dem Radius $r = \frac{1}{2}(r^+ + \bar{r})$ hat einen vom Sektor ausgeschnittenen Oberflächenteil von der Größe $r^2 \cdot \omega$; das Volumen ΔV jenes Teiles der dünnen Kugelschale, die vom Sektor ausgeschnitten wird, kann näherungsweise ausgedrückt werden durch $\Delta V = \Delta r \cdot r^2 \cdot \omega$; ist ferner die Raumdichte der Bildpunkte im Abstande r von der Bildmitte innerhalb des Sektors gemäß 3 gegeben, so bekommt man für die Zahl der Bildpunkte im Volumen ΔV den Wert: $\omega \cdot \Delta N = \Delta V \cdot D(r)$, in Differentialen: $\omega \cdot dN = dV \cdot D(r)$. Und für die Zahl der Bildpunkte zwischen zwei beliebigen Grenzen $r', r'' > r'$ ergibt sich somit:

5 $$\omega \cdot (N'' - N') = \int_{r'}^{r''} D(r)\, dV = \int_{r'}^{r''} D(r) r^2 \omega \cdot dr.$$

6 Setzen wir in 5 für D(r) den Wert aus 3, so bekommt man: $\omega (N'' - N') = D_0 \omega \int_{r'}^{r''} r^{2-\lambda} dr = \frac{D_0 \omega}{3-\lambda} [r''^{3-\lambda} - r'^{3-\lambda}]$

Nehmen wir im speziellen die Grenzen $r' = r_0 = 1$ $r'' = r_m = c_0^m$ (nach 2) und beachten, daß hier m nicht bloß ganze Zahlen zu bedeuten braucht, sondern beliebige Zwischenwerte annehmen kann, entsprechend dem oben erwähnten Umstande, daß wir das Intervall einer Größenklasse z. B. in zehn weitere Teilintervalle zerlegen können — so wie auch die visuell-photometrischen Größenschätzungen der Sterne noch gut bis auf $^1/_{10}$ einer Größenklasse getrieben werden können [Methode nach Argelander]. Setzen wir ferner in bezug auf die angegebenen Grenzen $N'' - N' = N_m - N_0$, wobei N_0 die Zahl der auf unseren Sektor entfallenden Bildpunkte der hellsten Sterne bedeutet [von der Klasse 0 im Intervall $m = -\frac{1}{2}$, $m = +\frac{1}{2}$ vgl. Figur «Photometrische Leuchtkräfte»].

Da es am ganzen Himmel höchstens etwa ein Dutzend solcher hellsten Sterne gibt, so würde auf die in Figur «Sternzonen der Sphäre» gezeichneten neun Zonen im Mittel etwa einer entfallen, und auf unseren Sektor, der bloß ein Ausschnitt aus jeder Zone des Bildraumes ist [vgl. Figur «Kegel-Räume»], noch weniger als ein Bildpunkt. Wir setzen also $N_0 = 0$ und bekommen nach 6 genügend genau:

7 $$N^\omega_m = \frac{D_0 \omega}{3-\lambda} [r_m^{3-\lambda} - 1] \sim \frac{D_0 \omega}{3-\lambda} \cdot r_m^{3-\lambda}. \quad \text{Hier ist: } N^\omega_m = \omega N_m.$$

Der zweite Ausdruck hat bloß Gültigkeit für größere m, z. B. für $m \geqq 5$; denn dann ist nach (2) $r_5 = 10$, also für $\lambda < 1$ $r_m^{3-\lambda} > r^2 > 100$. — Für die Verhältnisse der Sternzahlen bekommen wir nun:

8 $$v_m = \frac{N_m}{N_{m-1}} = \frac{r_m^{3-\lambda} - 1}{r_{m-1}^{3-\lambda} - 1}.$$

Wir sehen aus 8: Für das nach 3 zugrunde gelegte Dichtegesetz würde für größere m v_m eine Kon-

9 stante werden: $v_m = \text{const.} = v = \frac{r_m^{3-\lambda}}{r_{m-1}^{3-\lambda}} = c_0^{3-\lambda}$, und somit wäre dann auch $a_m = \log v_m = \log v = a = \text{const.}$

Nun zeigen die der Tabelle «Logarithmen der Sternzahlen» in fünf Spalten beigesetzten a_m-Werte für größere m keineswegs eine Konstanz. Das in 3 angenommene Dichtegesetz für die Bildpunkte und somit auch Formel 7 dürfen für größere m ($m > 5$) nicht angewendet werden. Im Bereich $m \leqq 5$ aber können wir in (7) und (8) eine mathematisch getreue Darstellung der Sternzahlen und ihrer Verhältnisse sehen. Nur bekommen die Größen λ und D_0 für jede Zone, d. h. für jede Spalte der angegebenen Tabelle, andere Werte. Einen ersten Näherungswert λ_0 für λ können wir nach 9 berechnen) indem wir das höchste zulässige $m = 5$ verwenden:

10 $$\left.\begin{aligned} v_5 = c_0^{3-\lambda_0}, \text{ also } a_5 = \log v_5 = (3-\lambda_0) \log c_0 = \frac{3-\lambda_0}{5} \\ \text{denn es ist: } \log c_0 = 0.2 = \tfrac{1}{5}, \text{ somit: } 3-\lambda_0 = 5a_5. \end{aligned}\right\}$$

In diesem Sinne sind in nebenstehender Tabelle die λ_0-Werte für fünf Zonen berechnet. Einen verbesserten Wert für λ erhalten wir dann, wenn wir nach 8 schreiben: $v_m - 1 = v_m \, r_{m-1}^{3-\lambda} - r_m^{3-\lambda}$ also, wegen $r_m = c_0^m, r_{m-1} = c_0^{m-1}$ können wir setzen: $v_{m-1} - 1 = c_0^{(m-1)(3-\lambda)} (v_m - c_0^{3-\lambda}) = c_0^{(m-1)(3-\lambda)} \cdot w$ | $c_0^{(m-1)(3-\lambda)} = \frac{v_{m-1} - 1}{w} = \mu$. Hier ist $\begin{cases} \lambda = \lambda_0 \\ \mu = u_0 \\ w = w_0 \end{cases}$

also: $(m-1)(3-\lambda) \log c_0 = \frac{(m-1)(3-\lambda)}{5}$

$= \log u_0$, somit: $3 - \lambda = \frac{5 \log u_0}{m-1}$.

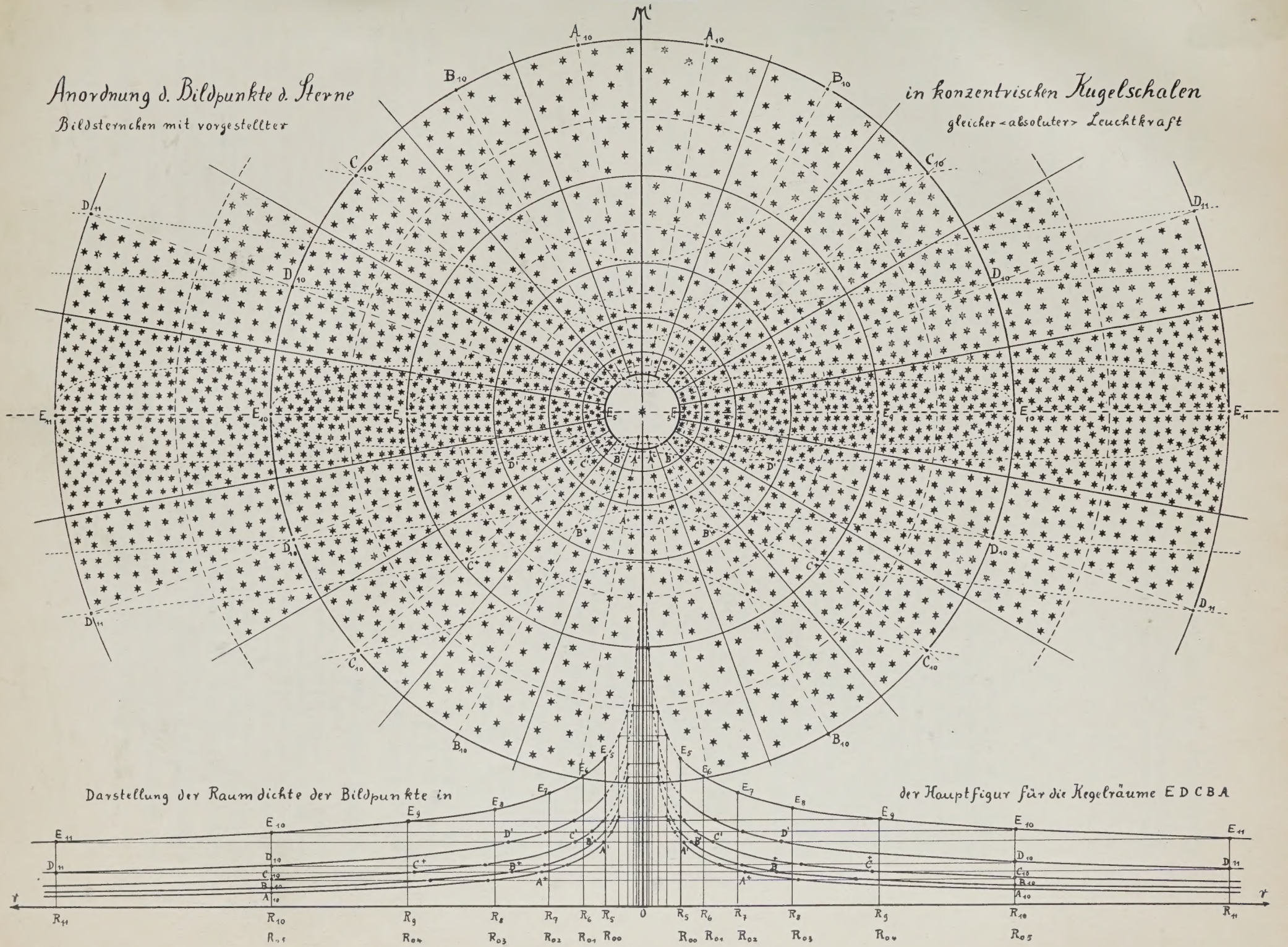
A	B	C	D	E	Mittel	Zone
80°	60°	40°	20°	5°	Gal.	Breite
0.522	0.511	0.496	0.500	0.524	0.517	$a_5 = \log v_5$
2.610	2.555	2.480	2.500	2.620	2.585	$5a_5 = 3 - \lambda_0$
0.390	0.445	0.520	0.500	0.380	0.415	λ_0
0.650	0.600	0.525	0.425	0.300	λ	Figur

Die in der Kolonne «Figur» angegebenen λ-Werte beziehen sich auf die fünf Kurven im unteren Teil der Figur: «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen»

XXIII

Anordnung d. Bildpunkte d. Sterne in konzentrischen Kugelschalen

Bildsternchen mit vorgestellter gleicher <absoluter> Leuchtkraft



Darstellung der Raumdichte der Bildpunkte in der Hauptfigur für die Kegelräume E D C B A

Zu Figur XXIII:

«Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen.»

Man betrachte diese Figur im Zusammenhang mit dem «Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung der Bildpunkte der Sterne»; und damit man eine innere Zusammengehörigkeit habe, setze man einander parallel:

in XXII. «Sektor-Ausschnitt»:

Ro	R_1	R_2	R_3 — — —	R_n — —	$r_0 = 1$
ro	r_1	r_2	r_3 — — —	r_n — —	$r_n = c_0^n \cdot r_0$

in vorliegender Figur:

R_5	R_6	R_7	R_8 — — —	R_m — — —	$r_{00} = c_0^5$
r_5	r_6	r_7	r_8 — — —	r_m — — —	$r_m = c_0^m \cdot r_0$
r_{00}	r_{01}	r_{02}	r_{03} — — —	r_{0n} — — —	$r_{0n} = c_0^n \cdot r_{00}$.

Wir haben nämlich für $m = 5 + n$: $r_m = c_0^m \cdot r_0 = (c_0^5 \cdot r_0)\, c_0^n = r_{00} \cdot c_0^n = r_{0n}$.

Also: alte Maßeinheit $r_0 = 1$; neue Maßeinheit: $r_{00} = c_0^5 \cdot r_0 = 10 \cdot r_0$, weil $c_0 = 10^{0{\cdot}2}$ ist. Wenn wir in diesem Sinne in vorliegender Figur (auf der im unteren Teile gezeichneten r-Achse) eine neue Maßeinheit einführen, so kann die Figur «Sektor-Ausschnitt» irgendeinen der neun Sektoren A B C D E D C B A der vorliegenden Figur bedeuten [und zwar gerechnet von dem Kreis R_5 an, der die innere sternchenfreie Fläche umgibt]; der «Sektor-Ausschnitt» würde also die in einem der genannten neun Sektoren herrschende Dichtigkeit der Bildpunkte der Sterne versinnlichen, und zwar jener, die nicht mehr mit freiem Auge sichtbar sind, sondern nur mit Hilfe von Fernrohren. Die Bildpunkte jener Sterne aber, die noch mit freiem Auge sichtbar sind, müßten in vorliegender Figur im mittleren, hellen, kreisflächenförmigen Teil untergebracht werden. Dieser mittlere Teil bis $r = r_5$ ist dann in Fig. XXI «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen; Vorstellung gleicher Leuchtkräfte» vergrößert dargestellt zu denken, und die Figur «Sektor-Ausschnitt» kann wieder als Teil dieser eben genannten Figur aufgefaßt werden, wobei beiden Figuren dieselbe Maßeinheit $r_0 = 1$ zugrunde liegt. Allerdings würde der «Sektor-Ausschnitt» in diesem Fall (für $m \leqq 5$) eine etwas zu große Dichtigkeit der Bildpunkte aufweisen, als wenn er, wie oben angenommen, illustrieren solle die Dichtigkeitsverhältnisse für $m > 5$.

Zum Verständnis dessen, das in vorliegender Figur dargestellt werden soll, müssen wir hinweisen auf die Tabelle der «Logarithmen der Zahlen 1000 N_m per $\square^0$ in verschiedenen galaktischen Breiten auf der Bildkugel des Himmels». Vgl. auch Text zur Figur XVIII «Sternzonen der Sphäre». Erklärung der Zahlen N_m.

Man setze: $\overline{N}_m = 1000\, N_m$
ebenso: $\overline{N}_{m-1} = 1000\, N_{m-1}$.
Dann gilt: $\log \overline{N}_m - \log \overline{N}_{m-1} = \log \dfrac{\overline{N}_m}{\overline{N}_{m-1}} = \log \dfrac{N_m}{N_{m-1}} = \log v_m = a_m$.

Jede einzelne Zone, der eine Spalte in der Tabelle gewidmet ist, aber auch die Spalte *) «Mittel» lehrt nun folgendes: Es zeigt sich, daß die Beträge a_m näherungsweise konstant sind bloß bis etwa $m = 5$ oder 6, d. h. für die Bildpunkte jener Sterne, die noch mit freiem Auge sichtbar sind. Wir wollen diese Bildpunkte vorerst von unseren Betrachtungen ausschließen und die Überlegungen von $m = 5$ an durchführen. Es sei $n = m-5$. In einer besonderen Tabelle haben wir, um die Sache an einem Beispiel zu erläutern, unter $\log \overline{N}_m$ die zur Spalte $b = 0^0$ [obere Tabelle!] gehörigen Daten nochmals angeführt; dann unter a_m die Differenzen dieser Logarithmen und in einer dritten Kolonne die Differenzen (Diff.) je zweier aufeinanderfolgender a_m. Es zeigt sich, daß diese für $m > 5$ eine Neigung zur Konstanz haben. Nehmen wir einmal an, diese Konstanz wäre erfüllt, und nehmen wir hierfür den mittleren Betrag — 0.023 an: dann ergibt sich aus dem in der Tabelle ersichtlichen Schema für die Berechnung von $\log \overline{N}_m = f(n)$ $(n = m-5)$ die quadratische Form: $f(n) = k + an - bn^2$ 1
[Werte für a, b, k: siehe Tabelle].

[*) Anmerkung. Die Zahlen N_m, die zu dieser Spalte gehören, werden wie folgt berechnet: Man zählt am ganzen Himmel die Sterne einer jeden Größenklasse; K_h sei die Zahl jener, welche zur Klasse h gehören. Dann ist $K_h : 41\,253 = A_h$ die Zahl der Bildpunkte der Sterne dieser Klasse pro $\square^0$ auf der Bildkugel des Himmels; und $N_m = A_0 + A_1 + A_2 + \ldots + A_h + \ldots + A_m$ ist dann die für den ganzen Himmel im «Mittel» gültige Zahl, und $\log 1000\, N_m$ ist nun in der erwähnten Spalte angegeben.]

Eine ähnliche Form, natürlich mit anderen Konstanten a, b, k, könnte man für jede einzelne Spalte der Tabelle «Logarithmen der Zahlen 1000 N_m per $\square^0$» aufstellen, auch für die Spalte «Mittel».

Es handelt sich nun darum, das durch die angegebene Formel ausgedrückte (näherungsweise!) Verhalten der Zahlen N_m in einem geometrischen Bilde zum Ausdruck zu bringen. Um anschaulich zeigen zu können, worauf es hierbei ankommt, wollen wir uns jetzt noch denken, wir hätten auf die eben erläuterte Art auch für die Sternzahlen der Klassen $m \leqq 5$ eine quadratische Form von der Art $f(m) = k + a\,m - 6\,m^2$ hergeleitet; unsere Tabelle lehrt, daß dies ja ohne weiteres möglich ist, weil ja auch für $m \leqq 5$ die Differenzen der a_m eine ziemliche Konstanz zeigen. Nur bekommt man dann für den Fall $m \leqq 5$ andere Werte für k, a, b als für den oben betrachteten Fall $m \geqq 5$. Und nun blicke man einmal hin auf Fig. h von XVII: «Photometrische Leuchtkräfte». Hier ist f(m) zunächst durch eine Kurve in bezug auf die m-Achse dargestellt. $P_1\ P_2\ P_3 \ldots$ bezeichnen die Endpunkte einiger ihrer Ordinaten. Man führe jetzt in diese Funktion von m die neue Variable $r = r_m$ vermittels der Gleichung $r_m = c_0^m$, dann wird $m = j(r) = \dfrac{\log r}{\log c_0}$, und in bezug auf r-Achse lautet jetzt die Gleichung der gestrichelten Kurve $g(r) = k + am - bm^2$, wo $m = j(r)$ ist [$m = 5 \log r$].

Diese Transformation lehrt also: Wir können die Logarithmen der Sternzahlen [$f(m)=\log \bar{N}_m$] und damit auch diese Zahlen selbst (vgl. unten!) auch als Funktion der r-Werte uns denken, die im Zusammenhange stehen mit den in der Photometrie der Fixsterne gebräuchlichen Zahlenverhältnissen zwischen den einzelnen Größenklassen. — Dieses Verfahren der Transformation einer Kurve aus dem m-System in das r-System kann man natürlich auch anwenden, wenn $m > 5$ ist. Ist also $m = 5 + n$, so kann uns dennoch zur Veranschaulichung dieser Transformation die Darstellung h dienen, wenn wir nur einander entsprechen lassen die nebenstehenden Bezeichnungen in beiden Figuren und wie oben eine neue Maßeinheit einführen:

in h:	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	— — —
in vorlieg. Figur:	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	— — —
	R_{00}	R_{01}	R_{02}	R_{03}	R_{04}	— — —.

Wollen wir aber die alte Maßeinheit beibehalten und die Abszissen von $m = 0$ statt von $n = 0$ ($m = 5$)
1 an zählen, so müssen wir die oben gegebene Gleichung $f(n) = k + an - bn^2$ für $n = m-5$ umrechnen, und bekommen:

2 $\log \bar{N}_m = f(m-5) = k + a(m-5) - b(m-5)^2 = \underbrace{(k - 5a - 25b)}_{\dot{k}} + \underbrace{(a + 10b)}_{\dot{a}} m - \underbrace{6}_{\dot{b}=b} m^2$

3 $\log \bar{N}_m = \dot{f}(m) = \dot{k} + \dot{a}m - \dot{b}m^2$, wo:

Schreiben wir diese Funktion in Abhängigkeit von $r = r_m$, so ergibt sich:

4 $\log \bar{N}_m = \log \bar{N}(r) = \dot{g}(r) = \dot{k} + \dot{a}m - \dot{b}m^2$, wo $m = j(r) = \dfrac{\log r}{\log c_0}$ ist; $\log c_0 = 0.2 = \frac{1}{5}$,

und führen wir vermittels des Faktors $p = \lg 10 = 2.3026 \ldots$ natürliche Logarithmen ein, um für das Folgende eine übersichtliche Darstellung zu haben, so wird:

5 $p \log \bar{N}(r) = \lg \bar{N}(r) = g_0(r) = k_0 + a_0 m - b_0 m^2$, wo: $k_0 = p \cdot \dot{k}$ $a_0 = p\dot{a}$ $b_0 = p\dot{b}$.

6 Somit wird: $\bar{N}_m = \bar{N}(r) = G_0(r) = e^{k_0 + a_0 m - b_0 m^2} = e^{k_0} e^{a_0 m - b_0 m^2} = e^{k_0} e^{h(r)}$. e = Basis der natürlichen Logarithmen.

Nun ist uns also gegeben eine Funktion $G_0(r)$, die uns die Sternzahlen $\bar{N}_m = \bar{N}(r)$ pro $1000\,\square^0$ liefert; wir können aber ohne weiteres schreiben:

7 $N_m = \frac{1}{1000} \bar{N}_m = \frac{1}{1000} G_0(r) = G(r)$ und: $\omega \cdot N_m = \omega \cdot G(r) = N_m^{\omega}$ wo ω die Anzahl $\square^0$ bedeute auf der Einheitskugel, und ωN_m die auf diese Fläche entfallende Anzahl von Bildpunkten der Sterne bis zur Klasse m.

Denken wir uns einen Kegel*, dessen Spitze in der Bildmitte liegt, und dessen räumliche Winkelöffnung $\omega\,\square^0$ umfaßt: Dann wird sein Innenraum durch unsere Figur «Sektor-Ausschnitt» dargestellt, dessen Mittellinie, die Kegelachse, die r-Achse sei. Betrachten wir jetzt den Zuwachs der Funktion G(r), wenn r um Δr zunimmt! Es ist:

8 $\omega \cdot \Delta N_m = \omega \cdot \Delta r \cdot G'(r)$ $G'(r)$ = Ableitung der Funktion G(r) nach r,

9 $\omega \cdot \Delta N_m = \Delta r \cdot \omega r^2 \cdot D(r)$ ωr^2 = Maßzahl der von unserem Sektor aus der Kugelfläche

10 $\Delta N_m = \Delta r \cdot G'(r) = \Delta r \cdot r^2 D(r)$ mit dem Radius r herausgeschnittenen Kugelhaube.

$\Delta r \cdot \omega \cdot r^2$ = Volumen einer dünnen Kugelschale, d. h. jenes Teiles im Innern des Sektors.

$D(r)$ = Dichte der Bildpunkte (Zahl pro Volumeinheit) im Abstande r von der Bildmitte.

Die beiden Formeln 8,9 geben die Zahl der Bildpunkte im Innern jenes kugelschalenartigen Teiles, [angehörig dem Raume unseres Kegels*. vgl. Text zum «Sektor-Ausschnitt»], der begrenzt wird durch zwei Kugelflächen mit den Radien r und $r + \Delta r$. Aus 10 ergibt sich jetzt für die Dichtefunktion:

11 $D(r) = \dfrac{1}{r^2} G'(r)$. Nun ist nach 6 und 7: $G(r) = \dfrac{e^{k_0}}{1000} \cdot e^{h(r)} = K_0 e^{h(r)}$.

12 Und nach 4 ergibt sich: $m = j(r) = \dfrac{p \log r}{p \log c_0} = \dfrac{\lg r}{\lg c_0}$.

13 $h(r) = a_0 m - b_0 m^2 = \alpha \lg r - \beta (\lg r)^2$, wo: $\alpha = \dfrac{a_0}{\lg c_0} = \dfrac{p\dot{a}}{p \log c_0} = 5\dot{a}$ $\beta = \dfrac{b_0}{(\lg c_0)^2} = \dfrac{pb}{p^2 (\log c_0)^2} = \dfrac{25b}{p}$.

14 $h'(r) = \dfrac{1}{r}(\alpha - 2\beta \lg r)$. Somit ergibt sich jetzt für die Ableitung von G(r):

15 $G'(r) = K_0 e^{h(r)} \cdot h'(r) = K_0 \cdot r^{\alpha} \cdot e^{-\beta (\lg r)^2} \cdot \dfrac{\alpha - 2\beta \lg r}{r} = K_0 (\alpha - 2\beta \lg r) r^{\alpha - 1} \cdot e^{-\beta (\lg r)^2}$.

16 Somit nach 11 $D(r) = K_0 (\alpha - 2\beta \lg r) r^{\alpha - 3} e^{-\beta (\lg r)^2}$.

Beachten wir, daß $e^{px} = 10^x = y$ ist, also für $px = \beta (\lg r)^2$ wird $x = \dfrac{\beta}{p} (p \log r)^2 = 25b (\log r)^2$,

17 und somit auch: $D(r) = K_0 \cdot 5(\dot{a} - 10b \log r) \cdot r^{\alpha - 3} \cdot 10^{-25b (\log r)^2}$, hier ist: $\alpha = 5\dot{a}$.

Durch 16 oder 17 ist nun die Dichtefunktion der Bildpunkte bestimmt, sobald also die quadratische Form der Sternzahlen durch 1 oder 2 gegeben ist. Es handelte sich uns darum, zu zeigen, daß das Problem wirklich eine «exakte» Lösung hat für die angenommene Art der Bildkonstruktion, die durch die Gleichungen $r = r_m = c_0^m$ und $m = j(r) = \dfrac{\log r}{\log c_0}$ definiert wurde. Die nähere Diskussion der gefundenen Funktion D(r) überlassen wir dem Leser. Wir wollen bloß folgendes bemerken:

Wir haben zur graphischen Darstellung der Dichtefunktionen D(r) für die einzelnen Kegelräume A B C D E D C B A in unserer Figur nicht die komplizierte Form 16 oder 17 benützt, sondern die als

$\Sigma A_h = N_m$ = Zahlen der Bildpunkte der Sterne per □°, alle von den hellsten bis zu denen von der Klasse m

Logarithmen der Zahlen 1000 N_m per □° in versch. galaktischen Breiten auf der Bildkugel des Himmels.

$\overline{m}$	m	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	15°	10°	5°	0°	Mittel a_m	
3	2	0.231	0.270	0.303	0.336	0.389	0.453	0.511	0.576	0.600	0.620	0.635	0.639	0.508	
															525
4	3	0.801	0.829	0.852	0.875	0.915	0.966	1.022	1.089	1.117	1.147	1.171	1.177	1.033	
															517
5	4	1.352	1.373	1.388	1.402	1.432	1.472	1.525	1.597	1.630	1.669	1.702	1.709	1.550	
															508
6	5	1.882	1.895	1.904	1.913	1 936	1.968	2.019	2.097	2.139	2.186	2.226	2.237	2.058	
															499
7	6	2.386	2.393	2.400	2.406	2.425	2.453	2.504	2.591	2.640	2.697	2.744	2.759	2.557	
															487
8	7	2.861	2.863	2.871	2.877	2.895	2.924	2.978	3.075	3.131	3.198	3.253	3.271	3.044	
															471
9	8	3.302	3.302	3.311	3.322	3.343	3.376	3.438	3.545	3.609	3.686	3.751	3.771	3.515	
															452
10	9	3.705	3.705	3.717	3.736	3.764	3.802	3.877	3.998	4.070	4.160	4.232	4.254	3.967	
															426
11	10	4.066	4.067	4.086	4.116	4.154	4.200	4.288	4.426	4.509	4.608	4.688	4.712	4.393	
															398
12	11	4.385	4.389	4.416	4.457	4.509	4.569	4.671	4.825	4.918	5.028	5.115	5.143	4.791	
															370
13	12	4.665	4.673	4.708	4.762	4.830	4.906	5.025	5.195	5.296	5.417	5.513	5.544	5.161	
															344
14	13	4.909	4.922	4.968	5.035	5.121	5.214	5.352	5.539	5.650	5.781	5.884	5.918	5.505	
															325
15	14	5.124	5.143	5.199	5.282	5.387	5.498	5.655	5.861	5.984	6.124	6.234	6.272	5.830	
															311
16	15	5.318	5.342	5.408	5.509	5.633	5.764	5.941	6.170	6.301	6.453	6.570	6.610	6.141	
$_{3-2}$	3		0.559		0.539		0.513		0.513			0.536		a_3	
$_{5-4}$	5		0.522		0.511		0.496		0.500			0.524		0_5	
$_{7-6}$	7		0.470		0.471		0.471		0.484			0.509		a_7	
$_{9-8}$	9		0.403		0.414		0.426		0.443			0.481		a_9	
$_{11-10}$	11		0.322		0.341		0.369		0.401			0.427		a_{11}	
$_{13-12}$	13		0.249		0.273		0.308		0.344			0.371		a_{13}	
$_{15-14}$	15		0.199		0.227		0.266		0.309			0.344		a_{15}	

$\overline{N}_m = 1000\,N_m$

Differenzen je zweier Logarithmen: $a_m = \log \overline{N}_m - \log \overline{N}_{m-1}$

Klasse		b = 0°	$a_m = \log \overline{N}_m - \log \overline{N}_{m-1}$	
n	m	$\log \overline{N}_m$	a_m	Differenz
	2	0.639		
			0.538	
	3	1.177		—0.006
			0.532	
	4	1.709		—0.004
			0.528	
0	5	2.237		—0.006
			0.522	
1	6	2.759		—0.010
			0.512	
2	7	3.271		—0.012
			0.500	
3	8	3.771		—0.017
			0.483	
4	9	4.254		—0.025
			0.458	
5	10	4.712		—0.027
			0.431	
6	11	5.143		—0.031
			0.401	
7	12	5.544		—0.027
			0.374	
8	13	5.918		—0.020
			0.354	
9	14	6.272		—0.016
			0.338	
10	15	6.610		

$\overline{N}_m = 1000 N_m$ = Bildpunkte der Sterne per □°, von den hellsten bis zu denen von der Klasse m in der galakt. Breite b = 0° auf der Bildkugel

$\log \overline{N}_m$	am	Differenz
Nach Berechnung		
2.202		
	0.546	
2.748		—0.023
	0.523	
3.271		—0.023
	0.500	
3.771		—0.023
	0.477	
4.248		—0.023
	0.454	
4.702		—0.023
	0.431	
5.133		—0.023
	0.408	
5.541		—0.023
	0.385	
5.926		—0.023
	0.362	
6.288		—0.023
	0.339	
6.627		

Schema zur Berechnung von f(n)

Kl. n	$f(n) = l_n = k + a_n - b_n^2$	Differenzen $l_n = l_{n-1}$	
0	k		
		a—b	
1	k + a —b		—2b
		a—3b	
2	k + 2a—4b		—2b
		a—5b	
3	k + 3a—9b		—2b
		a—7b	
4	k + 4a—16b		
5	— — — —		
6	k = 2,202	2b = 0.023	
7	b = 0.0115	a—b = 0.546	
8	a = 0.5575, somit:		
9	$f(n) = \log \overline{N}_m$		
10	$= k + an - bn^2$		

$n = m - 5$

bloßes Beispiel zu denkende einfachere Form *) $D(r) = D_0 r^{-\lambda}$ mit verschiedenen λ-Werten für die einzelnen Zonen A B C D E. [Vgl. bezüglich des folgenden auch Text zur Figur: «Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen». Tafel XXI.]

*) Anmerkung. Man kann sich die Werte einer solchen Funktion einfach verschaffen, wenn man etwa setzt $D(r) = 1000\, r^{-\lambda}$ und $r = r_m = c_0{}^m = 10^{0.2 \cdot m}$ sowie $r^\lambda = 10^{0.2 \cdot m\lambda}$.

Man bekommt dann: $\log D(r) = 3 - 0.2 \cdot m\lambda$ $\quad \log r = 0.2 \cdot m = \frac{1}{5} m$.

Und entsprechend nach 17: $\log D(r) = \log K_0 + \log (5\,\text{å} - 10\,\text{b} \cdot m) + (5\,\text{å} - 3)\frac{m}{5} - \text{b}\, m^2$.

Man nehme jetzt für m etwa folgende Wertreihe: m = 0 . . . 5 6 7 8 9 10 . . .
so ergibt sich für die r-Werte nach $r_m = 10^{0.2 \cdot m}$: r_m = 1 . . . 10 15,8 25.1 39.8 63 100 . . .
denen in der Figur folgende Abszissen entsprechen: R_0 . . . R_5 R_6 R_7 R_8 R_9 R_{10} . . .

Die zugehörigen Ordinate sind die Werte $D(r) = 1000\, r^{-\lambda}$. [Vgl. Tabelle zu Tafel XXI.]

Es sollen uns also die Ordinaten der Kurven im unteren Teile unserer Figur die Dichte der Bildpunkte in der Umgebung jener Stellen der Hauptfigur darstellen, welche die gleiche Bezeichnung tragen wie die Endpunkte der genannten Ordinaten, z. B. E_{10} D_{10} C_{10} B_{10} A_{10}. Die Konstruktion der in der Hauptfigur gezeichneten gestrichelten «Kurven gleicher Dichte» geschieht dann so: Man ziehe zur r-Achse im unteren Teil der Figur parallele Linien, welche die fünf Kurven in Punkten mit gleichen Ordinaten schneiden, z. B. die Linie durch E_{11} die andern vier Kurven in D′ C′ B′ A′; die Abszissen dieser Punkte trage man dann auf den Mittelstrahlen der einzelnen Sektoren der Hauptfigur von der Bildmitte aus als Radienvektoren ab: Deren Endpunkte, welche wieder die entsprechenden Bezeichnungen E_{11} D′ C′ B′ A′ tragen, miteinander verbunden, ergeben dann die gesuchte «Kurve gleicher Dichte».

Man beachte: Was wir hier als «Dichtebegriff» erläutert haben, das bezieht sich wahrhaftig nicht auf „die räumliche Dichte der Sterne" im Kosmos draußen, wie man sich in der astronomischen Literatur bezüglichdieser Dinge ausdrückt, indem man von der Vorstellung ausgeht, die Sterne seien „Körper" im irdischen Sinne, irgendeine Stofflichkeit in Kugelform. Wir aber haben hier streng mathematisch eingesehen: dieser «Dichtebegriff» bezieht sich auf bloße Vorstellungsgebilde: die **Bildpunkte** der Sterne.

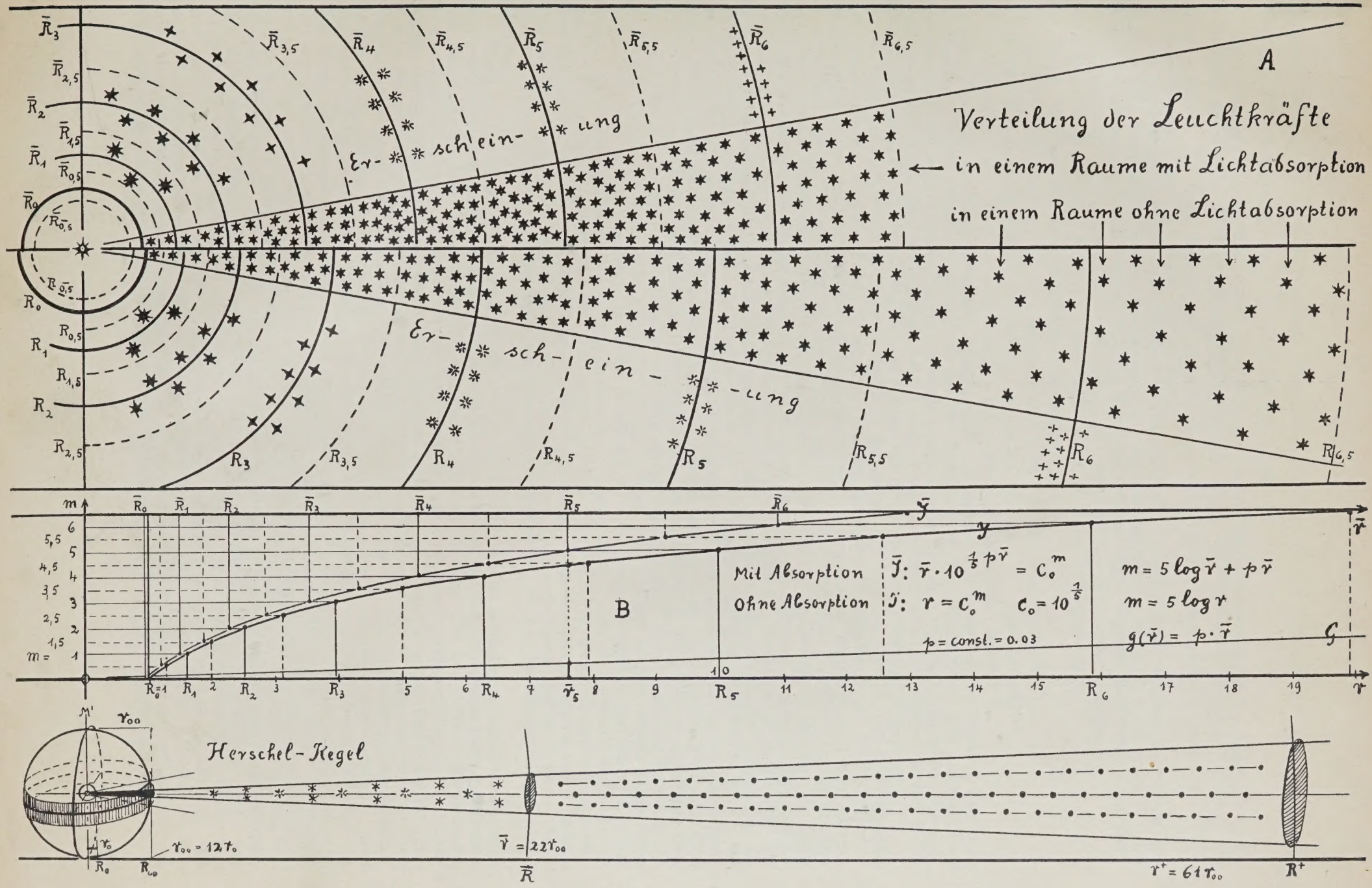
Zu Figur XXIV:

Verteilung der Leuchtkräfte in einem Raume mit (ohne) Lichtabsorption.

Es handelt sich darum, ein typisches Vorkommnis in der astronomischen Geistesgeschichte zu erläutern: man studiert das Verhalten des Lichtes im irdischen Felde, wobei man die gefundene Gesetzmäßigkeit in mathematischer Form darstellen kann; diese Form hat durchaus ihren Wert und ihre Berechtigung, indem sie, z. B. im geometrischen Gewande, einen klaren Überblick über das wirkliche Verhalten der Erscheinungen im irdischen Felde gewährt. Dann aber hat die theoretische Astronomie der neueren Zeit begonnen, mit dieser Form als solcher, rein gedankenhaft und also keiner vollen, wahren Lebenswirklichkeit entsprechend, zu operieren: sie denkt sich nämlich die betreffenden irdischen Lichtgesetze auch in vorgestellten Räumen jenseits der blauen Himmelssphäre gültig; formt sich dementsprechend ein Bild und rechnet dann innerhalb des Bildes drauf los mit Punkten, Linien, Entfernungen, — und hält das als Abbild einer kosmischen Wirklichkeit: wir werden sehen, daß es bloß streng-geometrische Phantasien sind.

Wir wollen nun zunächst unsere Figur «Verteilung der Leuchtkräfte» als Abbild einer irdischen Versuchsanordnung auffassen. Das Versuchsfeld braucht nicht gerade die Form eines Kreissektors zu haben, wie in der Figur, sondern man denke sich z. B. eine weite Bahnhofanlage mit Lichtern in gewissen Abständen voneinander, alle von gleicher Leuchtkraft; in der Figur seien diese durch die gleichgroßen Sternchen innerhalb des Kreissektors abgebildet, und wir fassen bloß die untere Hälfte dieses Sektors ins Auge, welche ein Bild der Leuchtkräfteverteilung sein soll. Wir denken uns das ganze Lichtermeer des Feldes in nächtlich-nebelfreier Luft; das Abbild unseres Standortes, von dem aus wir zwischen die Lichtreihen hineinblicken können, sei die Spitze des Sektors, im Mittelpunkte des Kreises R_0: wir nennen ihn die Bildmitte. —Es werden uns nun die entfernteren Lichter, trotzdem sie gleiche absolute Leuchtkraft i_0 haben wie die näheren, schwächer erscheinen als die näheren. Dieses Verhalten ist in der Figur seitlich des Sektors im Felde «Erscheinung» so dargestellt, daß in gewissen wachsenden Abständen von der Bildmitte, d. h. in der Nähe der Kreise R_m mit den Radien r_m, Sternchen von abnehmender Größe angebracht sind, welche die verschieden groß erscheinenden Leuchtkräfte i_m darstellen sollen. Das Gesetz dieser Abnahme sei $i_m = \frac{i_0}{r_m^2}$ [i_0 = die für alle Lichtquellen gleiche absolute Leuchtkraft, photometriert in der Entfernung $r_0 = 1$. m = 1, 2, 3 . . . bezeichne die Stufenfolge der erscheinenden Leuchtkräfte; im übrigen gelten dieselben Überlegungen wie in den Figuren «Ausbreitung des Lichtes» und «Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung.»] Denken wir uns jetzt einen nächtlichen Nebel über dem ganzen Lichterfelde ausgebreitet, welcher das Licht bei seiner Ausbreitung schwächt. Das wird zur Folge haben, daß die entfernteren Lichter überhaupt nicht mehr gesehen werden können, die näheren aber sind bis zu einem gewissen Grade herabgedämpft. Wir können die Sache in geordneter Weise so darstellen, wie es die obere Hälfte des Kreissektors und das oberhalb liegende Feld «Erscheinung» zeigen: in diesem Felde sind die Kreise $\bar{R}_m$ mit den Radien $\bar{r}_m$ kleiner als die entsprechenden Kreise R_m in der unteren Hälfte der Figur; die zu den $\bar{R}_m$ gehörigen erscheinenden Leuchtkräfte i_m aber seien von derselben Größe wie die zu dem R_m-Kreise gehörigen

XXIV


A
Verteilung der Leuchtkräfte
← in einem Raume mit Lichtabsorption
in einem Raume ohne Lichtabsorption
Er- sch- ein- -ung
B
Mit Absorption
Ohne Absorption
$\bar{J}: \bar{r} \cdot 10^{\frac{1}{5} p\bar{r}} = C_0^m$
$J: r = C_0^m \quad C_0 = 10^{\frac{1}{5}}$
$m = 5 \log \bar{r} + p\bar{r}$
$m = 5 \log r$
$p = \text{const.} = 0.03$
$g(\bar{r}) = p \cdot \bar{r}$
Herschel-Kegel
$r_{00} = 12 r_0$
$\bar{r} = 22 r_{00}$
$r^+ = 61 r_{00}$

i_m-Größen. Nennen wir a den Absorptionskoeffizienten, so können wir das jetzt geltende Lichtausbreitungsgesetz in der Form schreiben: $i_m = \frac{i_0}{\bar{r}^2} e^{-a\bar{r}}$, wo $\bar{r} = \bar{r}_m$ sei.

In Verbindung mit der Gleichung $r^2 \cdot i_m = i_0$ können wir zu einer Bestimmung von a gelangen, wenn wir die zu einem gewissen i_m-Werte gehörigen Entfernungen r_m (ohne Lichtabsorption) und $\bar{r}_m$ (mit Absorption) gemessen haben. Es folgt einfach: $e^{a\bar{r}} = 10^{\mu a \bar{r}} = \frac{r^2}{\bar{r}^2} = q = (e^a)^{\bar{r}}$, also: $\mu a \bar{r} = \log q \quad a = \frac{\log q}{\mu \cdot \bar{r}}$.
Hierbei ist $\mu = \log e = 0.43429$, $e = 2.71828$.

Das gegenseitige Verhältnis der Werte r, $\bar{r}$ (R_m, $\bar{R}_m$) und m versucht die mittlere Figur B auf vorliegender Tafel darzustellen. [Es ist dies dieselbe, nur etwas ausgedehntere Figur wie die Kurven J, $\bar{J}$ auf XVII «Photometrische Leuchtkräfte», Teilfigur h.] Den Kurven liegen folgende Beziehungen zugrunde:

$i = i_m = i_0 c^{-m}$ $\quad c = 10^{0.4}$. Wegen $r_0 = 1$ $0.2 = \frac{1}{5}$ folgt $m = 5 \log r$. Kurve J.
$r = r_m = r_0 c_0^m$ $\quad c_0 = 10^{0.2}$. Man denke sich r als stetige Funktion von m.

Ferner folgt aus den oben angeführten Gleichungen mit a:

$\bar{r}^2 10^{\mu a \bar{r}} = r^2 = c_0{}^{2m}$, somit: $m = \frac{1}{5} \log \bar{r} + p\bar{r}$ Kurve $\bar{J}$
$\bar{r} \cdot 10^{\frac{1}{2}\mu a \bar{r}} = r = c_0{}^m = 10^{\frac{1}{5}m}$, wobei: $p = \frac{5}{2} \mu a = \text{const.}$ Figur $p = 0.03$
$\frac{1}{2}\mu a = \frac{1}{5} p$ und: $g(\bar{r}) = p\bar{r}$ = Gleichung der Geraden G.

Die Ordinaten der Kurve $\bar{J}$ werden erhalten durch Summation der Ordinaten der Kurve J und jener der Geraden G. Der Summationsprozeß ist bei der Abszisse $\bar{r} = \bar{r}_5$ ($\bar{R}_5$) angedeutet. Aus zeichnerischen Gründen wurde die Achse $\bar{r}$ von der Achse r getrennt; wenn wir also sprechen von den Ordinaten der Kurve $\bar{J}$, so sind nicht jene in der Figur gezeichneten von der Achse $\bar{r}$ aus gezogenen Ordinaten gemeint, sondern die zu diesen Geradenstücken supplementären, von der r-Achse aus gezogenen [bei $\bar{r}_5$ punktiert angedeutet].

In bezug auf die Verteilung der Leuchtkräfte in den beiden Sektoren der Figur A muß noch folgendes nachgetragen werden: Man denke sich, die einzelnen Lampen der Bahnhofsanlage seien z. B. längs Drähten in den Richtungen radial vom Beobachterstandpunkte (Bildmitte) aus verschiebbar. Zunächst sollen diese Lampen bei nebelfreier Luft die Stellungen haben, die im unteren Sektor angedeutet sind; beachte z. B. jene, die dem Beobachter in einer bestimmten Helligkeit i_m erscheinen, in der mittleren Entfernung r_m von ihm. — Jetzt möge sich ein Nebel über dem Lichterfeld bilden: Dann verschiebe man alle Lampen so lange, bis jede von ihnen dem Beobachter wiederum in derselben Helligkeit erscheint, die sie zuerst in nebelfreier Luft hatte: jene von der Klasse m müssen dann also von ihren Stellungen in der Nähe eines Kreises R_m in die Nähe eines Kreises $\bar{R}_m$ mit einem kleineren Radius verschoben werden, damit ihre erscheinende Helligkeit wiederum i_m sei. — Auf diese Art geht das Bild des oberen Sektors aus jenem des unteren hervor, mit derselben Anzahl von Bildsternchen, die nur dichter gedrängt werden. Das beschriebene Versuchsfeld mit und ohne absorbierender Luft sollte bloß zur Verdeutlichung einer mathematischen Beziehung dienen; denn es findet ja auch schon in nebelfreier Luft eine Absorption des Lichtes statt; nur haben wir sie so gering vorausgesetzt, daß wir in diesem Falle das rein quadratische Lichtausbreitungsgesetz annehmen durften. — Auch muß bemerkt werden, daß die angegebenen Formeln nur dann zu Recht bestehen, wenn wir es mit sog. d i v e r g e n t e m Licht zu tun haben, d. h. mit solchem, das von der Lichtquelle sich allseitig ausbreitet. — Denn, bringen wir z. B. vor einer Lichtquelle eine Linse (oder Linsensystem) so an, daß das Licht parallel gemacht wird und nur in der Richtung der Linsenachse beobachtet werden kann, so wird die Intensität solchen Lichtes (und zwar in einem nicht absorbierenden Raume) nicht mit dem Quadrate der Entfernung von der Linse abnehmen, sondern sich gleichbleiben; in einem absorbierenden Raume aber wird die Intensität bloß etwa wie die Funktion e^{-ar} (r = Entfernung von der Linse) abnehmen.

Wenn wir nun unsere S o n n e und die F i x s t e r n e ins Auge fassen, so dürfen wir uns zum vornherein nicht positiv vorstellen, daß wir es hier mit divergentem Licht zu tun hätten; denn alle Erfahrungen im irdischen Felde bezeugen, daß dieses himmlische Licht «parallelstrahlig» ist; man darf sich also nicht so ohne weiteres, wie man es in der Astronomie gewöhnlich tut, der Vorstellung hingeben, als ob Sonne und Sterne wie irdische Lampen allseitig strahlende Lichtquellen seien; vielmehr sollte man in Erwägung ziehen, daß Sonne und Fixsterne sozusagen ihr Antlitz der Erde zukehren und ihr paralleles Licht zustrahlen. Man darf also zum vornherein nicht behaupten, das Licht im kosmischen Raume breite sich so aus, daß seine Intensität mit dem Quadrate der Entfernung von den wie in irdischen Formen gedachten kosmischen Lichtquellen sich ausbreite — oder umgekehrt sich konzentriere im Verhältnis des Quadrates der Entfernung von der Erdoberfläche. Ist also schon dieses quadratische Ausbreitungsgesetz, angewandt auf die Himmelslichter (zunächst für einen nicht absorbierenden Raum postuliert), eine rein hypothetische Vorstellung, so erst recht jene, welche uns glauben machen möchte, man könne von einer Absorption des Sternenlichtes in kosmischen Räumen sprechen und die demnach im Bilde die quadratische Formel noch mit dem Faktor e^{-ar} kombiniert. — Nun kann man aber von einer wirklichen, sinnlich verfolgbaren Absorption des Sternenlichtes nur mit naturwissenschaftlichem Rechte dann reden, insofern man den Durchgang dieses Lichtes durch die irdische Lufthülle in Betracht zieht, und man kann diese Art Absorption oder «Extinktion» messend studieren. Man weiß z. B., daß Sterne, wenn man sie im Zenit betrachtet, bis gegen drei Größenklassen heller erscheinen, als wenn man sie in der Nähe des Horizontes betrachtet, weil da das Licht dickere Luftschichten zu durchlaufen hat. Selbst in klaren Nächten bleiben dem unbewaffneten Auge in der Nähe des Horizontes nur noch Sterne der ersten und zweiten Größenklasse sichtbar, während Sterne von der dritten Größe bereits beginnen, sich der Wahrnehmung zu entziehen.

[Bekannt ist auch die Abschwächung des Lichtes der Sonne in der Nähe des Horizontes, so daß man ihre Scheibe dort mit freiem Auge ohne Blendgläser anschauen darf.] Jene Zahlenangaben also, welche die photometrischen Leuchtkräfte der Sterne betreffen, sind nicht irgendwelche «absoluten» Werte, sondern es sind Verhältniszahlen, welche angeben das Verhältnis der Helligkeitsgröße bestimmter Sterne in bezug auf einen Vergleichsstern, wenn man alle diese Sterne und den Vergleichsstern entweder in der Nähe des Zenites, oder in der Nähe des Horizontes oder allgemein in derselben mittleren Höhe über dem Horizont bei gleichen Luftverhältnissen betrachtet.

Wenn man sich nun in Hinsicht der kosmischen Verhältnisse vorstellt, daß irgendein physikalisch gearteter «Äther» kosmische «Staubwolken» oder fein verteilte «Nebel-Licht-Materie» eine Absorption des durchdringenden Lichtes bewirke, so bewegt man sich im Gebiete des rein Gedankenhaften: denn außerhalb der irdischen Lufthülle kann ja kein Mensch mit seinem Erdenleibe sich aufhalten und beobachten. Wenn also gewisse Astronomen von einer teilweisen Absorption des Sternenlichtes im kosmischen Raume jenseits der irdischen Lufthülle reden, so handelt es sich um Aussagen, die keiner Lebenswirklichkeit entsprechen, sondern nur selbst erdachte geometrische Bildanschauungen widerspiegeln; nur sollte man das ehrlich zugestehen.

Wir haben im Text zu Fig. XIV «Kugelzonen; Rotationsräume» darauf hingewiesen, wie man die Bildpunkte der Sterne räumlich-gleichmäßig anordnen kann, und es ergab sich folgendes: Denkt man sich um die Bildmitte eine Kugel mit dem Radius R_{00} ($r_{00} = 1$), so können wir im Innern dieser Kugel die Bildpunkte der mit freiem Auge sichtbaren Sterne verteilen. Diese Kugel ist auf vorliegender Tafel in der Figur «Herschel-Kegel» gezeichnet; das schraffierte Band soll der Zone E der vorhin genannten Figur entsprechen; die ganz kleine Kugel im Innern mit dem Radius R_0 ($r_0 = \frac{1}{12} r_{00}$) soll entsprechen der kleinen Kugel in Figur «Kugelzonen».

Die Bildpunkte der teleskopischen Sterne können im Raume außerhalb der Kugel R_{00} angeordnet werden, und zwar in gleichmäßiger Verteilung, etwa so, wie es in einem Ausschnitte dieses Raumes, im «Herschel-Kegel» angedeutet ist. Nun hat sich der Astronom W. Struve vorgestellt, es sollten in diesem Raume überall Bildpunkte (er sagt „Sterne") vorhanden sein, wie weit man auch den Kegel verlängern wollte, z. B. bis zu einem gewissen Abstande R^+ (r^+) von der Bildmitte, wobei $r^+ = 61.18\ r_{00} = k \cdot r_{00}$ sei, wobei k eine Zahl ist, die Herschel das Maß der «raumdurchdringenden Kraft» seines Teleskopes nannte, mit dem er die Sternzählungen vorgenommen hat. Bei der angenommenen gleichmäßigen Verteilung der Bildpunkte jener von Herschel gezählten teleskopischen Sterne aber wird der Kegel bloß bis zu einem Abstande $\bar{R}$ ($\bar{r} = 22\ r_{00}$) von der Bildmitte mit gezählten Punkten(*) ausgefüllt. Indem Struve das Bild materialistisch umdeutet, sagt er: Man sieht die „Sterne" (●) außerhalb der Entfernung $22\ r_{00}$ nicht mehr, weil eine kosmische Absorption des Lichtes den Ausblick in solch entlegene Räume hindert; und die aus der Bildanschauung gewonnenen Zahlen r^+ und $\bar{r}$ geben ihm Gelegenheit, die oben definierte charakteristische Größe $e^a = g$ zu bestimmen, welche für die vorgestellte Absorption maßgebend ist. Setzen wir nämlich in unseren Formeln:

$$r_m = r^+ = 61.18, \quad \bar{r}_m = \bar{r} = 22 \qquad \text{so folgt aus: } (e^a)^{\bar{r}} = \frac{\dot{r}^2}{\bar{r}^2} = (g)^{\bar{r}}$$

$$\bar{r} \log g = 2\,(\log \dot{r} - \log \bar{r}) \qquad 22 \log g = 0.088837$$

$$g = e^a = 1.00935 \qquad e^{-a} = 0.907.$$

Zu Figur XXV:

Geozentrisches System. Eigenbewegung ✱. Jährlicher Verlauf.

A Durch die sog. „Eigenbewegungen“ (E.B.) der Sterne werden die Figuren der Sternbilder im 1
Laufe der Zeiten geändert. Es frägt sich aber, in welcher Weise diese durch Winkelmaß darstellbaren Verschiebungen der Sterne gegeneinander erfolgen, etwa im Verlaufe eines siderischen Sonnenjahres. Die Figur erläutert das an einem historisch wichtigen Beispiel, nämlich an dem jährlichen Verlauf der wahren E.B. des Doppelsternes (D′, D″) 61 Cygni, den insbesondere Bessel in den Jahren 1837—1840 mit seinem Heliometer an etwa 200 Tagen genau beobachtet hat; seine Messungsresultate, veröffentlicht in seinen Abhandlungen*), liegen der Konstruktion unserer Figur zugrunde. Diese Figur will also vor allem die beobachteten Winkelbeziehungen an der Sphäre darstellen; nichts Hypothetisches, sofern nicht die von Bessel veröffentlichten Daten selbst durch irgendwelche Umstände verfälscht sind.

Hauptfigur: Sie ist orientiert in bezug auf den Kreis der Ekliptik ♈ D. ♎ D: · Bild der jährlichen Sonnen- 2
bahn im Tierkreis: ♈ = Frühlingspunkt; ♎ = Herbstpunkt; E′P′ = Nordpol der Ekliptik [D-Kreis]; D. = Sommerwendepunkt; D: = Winterwendepunkt; ♈A:♎ = fester Äquator, z. B. für den Anfang des Jahres 1838. (Epoche Bessels!) P′ = Himmelsnordpol des festen Äquators; $\bar{P}$ = Pol einer späteren Epoche, z. B. für den Jahresanfang 1839; $\bar{\Upsilon}$ = Lage des Frühlingspunktes für diese spätere Epoche. Das umgrenzte Feld auf der Sphäre sei die Gegend eines in der Richtung EiEi bewegten Punktes M. EiEi = Stück eines größten Kugelkreises, längs welchem die mittlere jährliche E.B. von M vor sich geht, berechenbar aus den Positionen 3
von M für um mehrere Jahre oder Jahrzehnte auseinanderliegende Zeitpunkte.

S′S″ zwei Vergleichssterne, die ihren gegenseitigen Abstand im Laufe der Jahre nachweisbar nicht ändern, auch ihre Lage an der Sphäre nicht. D. h.: die Punkte Q′Q″ auf dem D-Kreis, welche bezeichnen die Lage der Meridiane durch S′S″ sollen in bezug auf die Punkte des D-Kreises einen festen Ort beibehalten.

MM_{00} = jährlicher Betrag der mittleren E.B. des bewegten Sternes an der Sphäre.

Auf dem festen Äquator bezeichnen die Punkte R′ / R = R_0 / R_{00} / R″ die Lage der Meridiane nach 4
dem festen Pol P′, zugehörig den Punkten S′ / M = M_0 / M_{00} / S″; $\bar{R}'$ / $\bar{R}_{00}$ / $\bar{R}''$ sind die entsprechenden Punkte auf dem beweglichen Äquator, d. h. bezeichnen die Lage der Meridiane nach dem Pol $\bar{P}$ für die Punkte S′, M_{00}, S″. Für diesen Pol $\bar{P}'$ einer späteren Epoche bekommen die (in der vergrößerten Figur ⓐ durch $v'\,v''$ bezeichneten) Positionswinkel einen andern Wert, einfach wegen der Verschiebung der Meridianrichtung allein; doch denken wir uns alle Messungen auf die Meridiane des festen Äquators zurückbezogen, so wie es auch Bessel tat, auch die Äquatorkoordinaten selbst.

B **Positionen der Sterne.** Es bedeute in unserer Figur innerhalb des umrandeten Feldes (links) an der Sphäre, M 5
nicht ein einfacher Stern, sondern der mittlere Punkt zwischen den Komponenten D′, D″ des Doppelsternes 61 Cygni, dessen „Bewegung“ in bezug auf die Vergleichssterne S′, S″ Bessel in der Zeit vom August 1837 bis März 1840 mit seinem Heliometer messend verfolgt hat. Bessel sagt: „Zur Vergleichung mit dem Punkte (M), welcher zwischen den beiden Sternen 61 Cygni in der Mitte liegt, wählte ich zwei Sterne a (S′) und b (S″), deren zweiter zwar heller ist als der erste, die ich aber beide zwischen der neunten und zehnten Größe schätzte. Der erste steht etwa senkrecht auf der Richtungslinie (D′D″ in Fig. ⓐ) des Doppelsternes, der andere etwa in dieser Linie. Genauer geht dies aus folgenden, für den Anfang 1838, aus meinen sämtlichen Beobachtungen gefolgerten, sich auf den Mittelpunkt von 61 Cygni beziehenden Bestimmungen hervor“ (die eingeklammerten Bezeichnungen beziehen sich auf meine Figur. Kaiser):

Stern	Entfernungen	Positionswinkel	Beobachtungszeiten	
(S′)	$(\overline{MS}') = 461'',617$	$(v') = 201^0\ 29',40$	85 Beobb. (18. Aug. 1837—1. Okt. 1838)	red. auf
(S″)	$(\overline{MS}'') = 706'',279$	$(v'') = 109^0\ 22',17$	98 Beobb. (16. Aug. 1837—2. Okt. 1838)	1838,0

Für die Lage der beiden Komponenten D′, D″ des Doppelsternes 61 Cygni, sagt Bessel, habe er gefunden, reduziert auf 1838,38 (vgl. die Teilfigur ⓐ):

red. auf	Entfernung	Positionswinkel	Beobachtungstage	
1838,38	$(D'D'') = 16'',204$	$(v) = 95^0\ 16',5$	10 Beobb.	1837: Juni 11., Aug. 18., Sept. 9. 1838: Sept. 3., 14., 22., 24., 27., 28; Okt. 1

Bezüglich der Positionen von M’, D′, D″, S′, S″ im System des Äquators macht Bessel folgende Angaben,

*) Vgl. F. W. Bessel, Abhandlungen. 3 Bände. Bei Engelmann, Leipzig 1876. Bd. III 217—236.

indem er sagt: „Die Örter der beiden Sterne 61 Cygni sind neuerdings von Argelander (1830) sehr genau bestimmt worden, und es folgt daraus für den in der Mitte zwischen beiden liegenden Punkt und für 1838:

(M): Rektaszensionen.= $314^0\ 54'\ 45'',9 = (360^0 — \Upsilon\frown R)$ Deklinationen $\delta = +37^0\ 57'\ 22'',9 = (R\frown M)$

„ihre jährliche eigene Bewegung hat er aus der Vergleichung meiner auf Bradleys Beobachtungen beruhenden Bestimmung für 1755 mit der seinigen für 1830, unter der Voraussetzung, daß die Sterne der Zeit proportional fortschreiten abgeleitet", und zwar für D' : $+5'',1075 = \Delta\alpha'$ und $+3'',232 = \Delta\delta'$
[bezogen auf einen festen Äquator] für D'': $+5'',193 = \Delta\alpha''$ „ $+3'',016 = \Delta\delta''$,
und somit als Mittel der beiden Bewegungen: $+5'',150 = \Delta\alpha$ „ $+3'',124 = \Delta\delta$.

6 Es ist also $\Delta s = [\Delta\delta^2 + (\Delta\alpha \cdot \cos\delta)^2]^{1/2} = [9{,}77 + 16{,}49]^{1/2} = [26{,}26]^{1/2} = 5'',12$ der mittlere Betrag, mit welchem der Doppelstern pro Jahr längs des größten Kreises EiEi an der Sphäre fortschreitet: M in unserer Figur von $M = M_0$ (Ende November 1837) bis M_{00} (Ende November 1838). [Vgl. Figur ⓐ; in Figur ⓒ sollte im Mittel $I\frown I \approx II\frown II \approx III\frown III \approx IV\frown IV$ sein.]

C Weiterhin sagt Bessel: „Verbindet man die (oben) angeführten Entfernungen und Positionswinkel der Sterne (S') und (S'') mit dem Orte der Mitte (M) von 61 Cygni, so erhält man für 1838":

Stern	Rektaszensionen	Differenzen	Deklinationen	Differenzen
S'	$314^0\ 51'\ 11'',60 = 360^0 — \Upsilon\frown R'$	$R'\frown R = 214'' 30$	$37^0\ 50'\ 13'',36 = R'\frown S'$	$S'\frown A' = 42'',54$
61 Cygni M	$314^0\ 54'\ 45'',90 = 360^0 — \Upsilon\frown R$		$37^0\ 57'\ 22'',90 = R'\frown M$	
S''	$315^0\ 8'\ 50'',58 = 360^0 — \Upsilon\frown R''$	$R\frown R'' = 844'',68$	$37^0\ 53'\ 28'',66 = R''\frown S''$	$S''\frown A'' = 234'',24$
		ΔR		$\Delta\delta$

Die hier gebrauchten Buchstaben beziehen sich auf meine Zeichnung, auf die Hauptfigur und auf die Teilfigur ⓐ, welche das umrandete Feld der Sphäre der Hauptfigur vergrößert zeigt. Bessel sagt nichts näheres darüber, wie er aus den oben angeführten Werten für die Positionswinkel v', v'' und die Distanzen M—S', M—S'' die Rektaszensionen und Deklinationen von S', S'' berechnet habe. Aber offenbar ist er so vorgegangen, daß er zunächst die von mir hingeschriebenen Differenzen dieser Koordinaten berechnet hat, und zwar unter der Voraussetzung, daß unsere Teilfigur ⓐ, obschon sie zwar das Stück einer Kugelfläche darstellt, in erster Näherung als ein ebenes Flächenstück betrachtet werden darf; denn dann ergeben sich aus ihr und der Hauptfigur unmittelbar folgende Beziehungen, welche in ihren Endwerten mit den Angaben Bessels übereinstimmen:

$$R\frown M — R'\frown S' = S'\frown A' = M\frown S' \cdot \cos(v' — 180^0) = 461'',62 \cdot \cos(21^0\ 29',40) = 429'',54$$
$$R\frown M — R''\frown S'' = S''\frown A'' = M\frown S'' \cdot \sin(v'' — 90^0) = 706'',28 \cdot \sin(19^0\ 22',17) = 234'',24$$

Nun ist $\delta = R\frown M = 37^0\ 57'\ 22'',9$, und nach der Hauptfigur hat man die Beziehungen: $\cos\delta = VM$, wenn $ER = 1 =$ Kugelradius; und für die den Rektaszensionsdifferenzen: $\Delta R' = R'\frown R$ $\Delta R'' = R\frown R''$ entsprechenden Bögen auf dem Parallelkreis durch M bekommen wir: $VM \cdot \Delta R' = M\frown A' \mid VM \cdot \Delta R'' = M\frown A''$ hieraus folgt:

$$R'\frown R = \frac{M\frown A'}{\cos\delta} = 214'',48, \text{ weil: } M\frown A' = M\frown S' \cdot \sin(v' — 180^0) = 461'',62 \cdot \sin(21^0\ 29',40) = 169'',10$$

$$R\frown R'' = \frac{M\frown A''}{\cos\delta} = 845'',04, \text{ weil: } M\frown A'' = M\frown S'' \cdot \cos(v'' — 90^0) = 706'',28 \cdot \cos(19^0\ 22',17) = 666'',30.$$

D **Ekliptikkoordinaten für M**: Es sei $\Upsilon\frown Q = \lambda$ $Q\frown M = \beta$ $Q\frown D: = 90^0 — \lambda = \lambda^+$
und entsprechend im Äquatorsystem: $\Upsilon\frown R = \alpha$ $R\frown M = \delta$ $R\frown A: = 90^0 — \alpha = \alpha^+$ } siehe Figur!
Genähert gilt: $\alpha^+ = 44^0\ 55'$ $\delta = 37^0\ 57'$; ferner $\varphi = 90^0 — \varepsilon = 66^0\ 33' = A:\frown E'P', = D.\frown P'$ wo $\varepsilon = 23^0\ 27' = A:\frown D:$ = Schiefe der Ekliptik. Aus den trigonometrischen Formeln:

$$\operatorname{tg}\lambda^+ = \operatorname{tg}\alpha^+ \frac{\cos m}{\sin(\varphi — m)}, \text{ wo } \operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\cos\alpha^+} \qquad \sin\beta = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\alpha^+ \cos\varphi$$

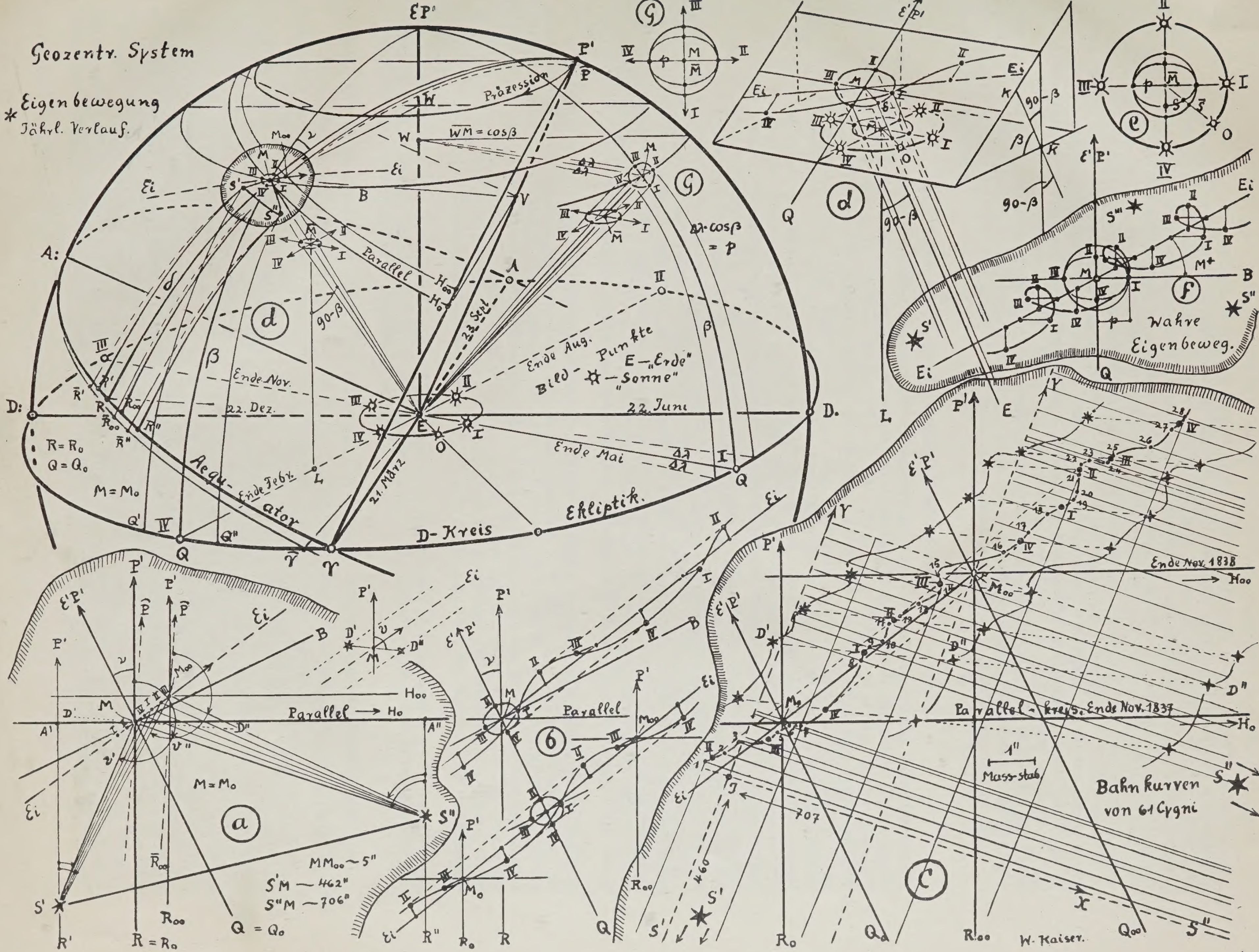
bekommen wir für $\lambda^+ = 64^0\ 20'$, also $\lambda = 25^0\ 40' = 1540'$ und $\beta = 51^0\ 51'$.

Da $M — M_{00} \sim 5'' =$ mittlere jährliche E.B. sehr klein ist, so können wir annehmen, daß, wenn der Ort der
7 Sonne an der Sphäre in $Q = IV$ ist, sie dann nicht bloß in Konjunktion mit M ist, sondern auch z. B. mit M_{00}, wo der Doppelstern ein Jahr später steht; das Zeitintervall dürfte auch mehrere Jahre umfassen. Es ist also für eine ziemliche Zeitspanne stets für $Q = IV$ der bewegte Stern in Konjunktion mit der Sonne (in Q); der gegenüberliegende Punkt II an der Sphäre bezeichnet die Oppositionsstellung der Sonne; die Punkte I und III, welche um 90^0 von II und IV abstehen, bezeichnen die Quadraturen der Sonne in bezug auf den betrachteten Stern M an der Sphäre (links). Um aber zu wissen, auf welche Jahrestage die Sonnenorte I II III IV fallen, müssen wir bloß in Betracht ziehen, daß die Sonne von $Q = IV$ bis Υ etwa 26 Tage $= t$ gebraucht; denn ihre mittlere tägliche Bewegung ist $\omega = 360' \cdot 60 : 365\frac{1}{4} = 59'$, und man bekommt $t = \lambda : \omega = 1540 : 59 = 26$. Man hat also für 61 Cygni:

Q^{IV} = 21. März—26 Tage = 23. Febr. (Ende Febr.) II = 23. Sept.—26 Tage = 28. Aug. (Ende Aug.)
Q^{I} = 22. Juni—26 Tage = 27. Mai (Ende Mai) III = 22. Dez. —26 Tage = 26. Nov. (Ende Nov.).

Die Zahlen I II III IV in unserer Figur und der unten folgenden tabellarischen Übersicht über die Messungsergebnisse Bessels sollen die angegebenen Daten bedeuten.

XXV


Geozentr. System
Eigenbewegung
Jährl. Verlauf.
Präzession
$\overline{WM} = \cos\beta$
Parallel
Aequator
Ekliptik.
D-Kreis
22. Dez.
22. Juni
Ende Nov.
Ende Aug.
Ende Mai
Ende Febr.
21. März
23. Sept.
Bild-Punkte
E – „Erde"
„Sonne"
$\Delta\lambda \cdot \cos\beta = p$
R = R₀
Q = Q₀
M = M₀
MM₀₀ ~ 5"
S'M — 462"
S"M — 706"
Parallel → H₀
Wahre Eigenbeweg.
Ende Nov. 1838
Parallel-kreis. Ende Nov. 1837
1" Mass-stab
Bahnkurven von 61 Cygni
707
460
W. Kaiser.

E **Graphische Darstellung des genauen Verlaufes der aus den Beobachtungen sich ergebenden M-Kurve.**

Die Interpretation der Beobachtungsdaten Bessels ergibt, daß die figürliche „Bewegung" von M (in bezug 8
auf S′ S″) nicht längs der Geraden Ei gleichförmig vor sich geht, wie es in Figur ⓐ schematisch angenommen wurde — welche bloß den Verlauf der m i t t l e r e n jährlichen E.B. von M darstellt —, sondern längs der in Fig. ⓒ dargestellten verkrümmten Linie. Wir können diese Kurve auf folgende Art aus den in unserer Tabelle mitgeteilten Beobachtungsdaten ableiten: Wir haben bereits gesehen, daß wir die Figur ⓐ in erster Näherung als eine e b e n e betrachten dürfen, und dies gilt um so mehr noch für die beschränkte Umgebung $M = M_0$ bis M_{00} (und noch darüber hinaus), welche in Figur ⓒ vergrößert dargestellt ist. Vor allem ist zu beachten, daß für diese Umgebung M_0—M_{00} die je nach S′ bzw. S″ konvergierenden Strahlen (= Teilstücke größter Kreise an der Sphäre) als einander p a r a l l e l betrachtet werden dürfen, wie wiederum behufs Konstruktion von ⓒ nützlich ist zu erkennen; denn wenn man z. B. sich veranschaulicht, daß im richtigen Verhältnis zu $M{-}S' = 462$ cm, $M{-}S'' = 706$ cm sich für MM_{00} bloß der Betrag von etwa 5 cm (5,12) ergibt, so erkennt man ohne weiteres, daß man die in Figur ⓒ dargestellten Liniensysteme als Teilstücke von je unter sich parallelen Geraden betrachten darf; d. h. man kann sie ansehen als Abszissen (x) und Ordinaten (y) in einem schiefwinkligen Koordinatensystem mit dem Nullpunkt J und kann die Punkte der M-Kurve so erhalten, wie im Text zur Tabelle gesagt wurde.

F **Diskussion der M-Kurve; konstruktiv-phoronomische Darstellung.**

Aus Figur ⑥, die in demselben Maßstab wie ⓒ gezeichnet ist (1″—1 cm), folgt durch Vergleich mit ⓒ, daß man die empirische M-Kurve genähert phoronomisch darstellen kann durch Kombination der mittleren figürlichen E.B. von M mit der kleinen Ellipse I II III IV; diese ist in ihrer Lage an der Sphäre innerhalb 9
des umrandeten Feldes der Hauptfigur sichtbar; die Ziffern I II III IV der Ellipsenpunkte deuten auf entsprechende Sonnenstellungen. (Aus Figur ⑥ ⓒ kann man entnehmen, daß die große halbe Achse p dieser Ellipse etwa den Wert $p'' = 0'',4$ bis $0'',5$ hat.) — Man kann diese kleine Ellipse (mit dem Mittelpunkt M) auffassen als Projektion eines kleinen Kreises (mit dem Radius p und dem Mittelpunkt $\overline{M} = M$) an die Sphäre, wobei die Ebene dieses Kreises parallel ist der Ebene des D-Kreises [jährliche Sonnenbahn bezüglich der Sterne]. Der $\overline{M}$-Kreis wurde in der Hauptfigur der Deutlichkeit wegen unterhalb des umrandeten Feldes auf der Sphäre dargestellt; doch sollte eigentlich $\overline{M}$ mit M zusammenfallen. Im näheren ist die Projektion des $\overline{M}$-Kreises auf die Tangentialebene an den Punkt M der Sphäre aus der Teilfigur ⓓ zu ersehen; man kann ablesen, daß die kleine halbe Achse der Projektionsellipse $p \sin \beta$ wird. — Wichtig ist zu erkennen, daß der $\overline{M}$-Kreis ein genaues Abbild der jährlichen Sonnenbahn im Tierkreise ist. Vgl. auch die Figur ⓔ. — Im rechten Teile der Hauptfigur ist bei Ⓖ noch der ideale Fall skizziert, daß ein Stern $\overline{M}$ (= mittlerer Ort!) keine an der Sphäre fortschreitende mittlere jährliche lineare E.B. hat (E.B. = 0), sondern nur die durch die jährliche Sonnenbewegung ausgelöste elliptische Schwankung I II III IV um den mittleren Ort; hier ist: I = Konjunktion mit der Sonne; III = Opposition; II, IV = Quadraturen. Man kann hier erkennen, daß für den $\overline{M}$-Kreis die Beziehung $p = \Delta\lambda \cdot \cos\beta$ besteht.

In Figur Ⓕ ist noch ein anderer ausgezeichneter Fall des figürlichen Verlaufes der wahren sphärischen E.B. eines Sternes $\overline{M}$ (= mittlerer Ort!) in bezug auf Vergleichssterne S′ S″ S‴ . . . (mit unveränderlichen Abständen voneinander) skizziert: Wenn nämlich die mittlere figürliche E.B. von M, die Strecke $M{-}M^+ = e$ kleiner ist als 4 p, so ergibt sich für die wahre Bahnkurve des bewegten Punktes eine mit ähnlich sich wiederholenden S c h l e i f e n versehene, vergleichbar den Schleifen auf der Kugel als figürlicher Bilder der Stellungen der Planeten in bezug auf die Fixsterne. Dies muß z.B. der Fall sein für β-Centauri, für welchen nach Gill $e = 0'',07$ $p = 0'',03$; auch für α-Eridani, für welchen Gill $e = 0'',08$ $p = 0'',043$ angibt. [Vgl. Kobold, Bau des Fixsternsystems S.230.]

Nachtrag zu Figur ⓒ: Hier sind angedeutet die Bahnkurven der beiden Komponenten D′, D″ von 61 Cygni, welche ähnlich verlaufen wie die M-Kurve; doch müßte man D′, D″ weiter entfernt von M zeichnen (8 cm), so wie es für D″ (rechts) teilweise angedeutet wurde.

Ergänzende Bemerkungen zu Figur XXV «Geozentrisches System. Eigenbewegung. Jährlicher Verlauf».

Die folgenden Bemerkungen sollen die mit Zahlen bezeichneten Stellen des übrigen Textes zu dieser Figur präzisieren und einige abgekürzte Redeweisen ihrem wahren Inhalte nach erläutern.

1. Der Ausdruck „E i g e n b e w e g u n g" (E.B.) wird hier, streng genommen, in einem bildhaft übertragenen Sinne gebraucht. Er stammt aus der Zeit, wo die Astronomen sich vorstellten, die Fixsterne seien stoffliche Kugeln im irdischen Sinne, die eine mechanisch gedachte Bewegung hätten in einem kosmischen „Raume". Allein im rein phänomenalen Sinne haben wir es bei den Fixsternen nicht mit Stoffkugeln zu tun, sondern mit Lichterscheinungen, die an gewissen Quellstellen der Himmelssphäre entspringen. Damit soll eigentlich nichts anderes bezeichnet sein als die R i c h t u n g , in der das Auge blicken muß, damit ihm die Lichtoffenbarung zuteil werden kann; nicht aber soll mit dem Wort „Quellstelle" die materialistische Vorstellung von einem atomistischen „Träger" der Lichterscheinungen verbunden werden; denn die Vorstellung von Stoffatomen ist eine hypothetische. In diesem Sinne präzisiert, kann statt „Quellstelle" einfach das Wort „Stern" verwendet werden. Man muß bedenken, daß es sich hierbei nicht um tote Stofflichkeit im irdischen Sinne handeln kann, sondern daß die Sterne als etwas durchaus innerlich Lebendiges zu denken sind, ähnlich den lebendigen Zellen unserer Augen, oder des Gehirnes reagieren. Da haben wir einen ständigen Stoffwechsel,

Bessels Beobachtungsdaten M⌒S′ = 460″...			Bessels Beobachtungsdaten M⌒S″ = 707″...			Zugehörige Reihe der Beobachtungstage	Nr. [Figur]	Arithmet. Mittel M⌒S′	Arithmet. Mittel M⌒S″
0.425	0.005	0.092	7.471	7.813	7.707	1837 Aug. 18., 19., 20.	II 1	460″.17	707″.66
0.288	0.637	0.427	7.399	7.301	7.131	Sept. 20., 23., 24.	II 2	0.45	7.28
	0.817			7.086		Okt. 16.	3	0.82	7.09
	0.953			6.551		Nov. 22.	III 4	0.95	6.55
	1.244	1.329		6.445	6.225	Dez. 30., 31.	III 5	1.28	6.33
1.383	1.704	1.366	5.865	6.076	6.183	1838 Jan. 15., 17., 20.	6	1.48	6.04
1.885	2.060	1.546	5.968	5.859	5.820	Febr. 1., 5., 10.	IV 7	1.83	5.88
3.248	3.524	3.636	5.237	5.174	4.991	Mai 12., 16., 17.	I 8	3.47	5.13
	3.801	3.897		5.035	5.066	Juni 12., 13.	I 9	3.84	5.05
4.030	4.203	3.957	5.074	4.733	4.903	Juli 8., 10., 14.	10	4.07	4.90
	4.364	4.631		4.781	4.865	Aug. 20., 21.	II 11	4.50	4.82
4.593	4.694	4.882	4.800	4.766	4.438	Sept. 18., 20., 21.	II 12	4.72	4.67
	5.125			4.435	4.368	Okt. 8., 10.	13	5.13	4.40
5.683	5.436	5.504	4.060	3.990	4.170	Nov. 18., 19., 21.	III 14	5.54	4.07
6.008	5.849	5.998	4.059	4.219	4.228	Dez. 14., 16., 17.	III 15	5.95	4.17
6.907	6.992	6.908	2.931	3.085	2.939	1839 Febr. 17., 19., 22.	IV 16	6.93	2.98
7.560	7.488	7.345	2.351	2.796	2.391	April 2., 3., 8.	17	7.46	2.51
8.053	8.174	8.048	2.579	2.471	2.163	Mai 6., 8., 9.	I 18	8.09	2.40
8.417	8.588	8.628	1.937	1.868	2.005	Juni 17., 18., 19.	I 19	8.54	1.93
8.566	8.764	8.946	2.045	1.898	1.893	Juli 12., 14., 15.	20	8.76	1.95
9.388	9.022	9.386	2.101	1.975	1.846	Aug. 10., 11., 15.	II 21	9.27	1.97
9.412	9.398	9.361	2.085	2.230	1.984	Sept. 13., 14., 15.	II 22	9.39	2.10
9.579	9.589	9.513	1.915	1.911	2.088	Okt. 16., 17., 18.	23	9.56	1.97
9.615	9.689	9.633	1.600	1.512	1.540	Nov. 11., 12., 13.	III 24	9.65	1.55
9.926	9.688	9.957	1.552	1.426	1.739	Dez. 4., 5., 9.	III 25	9.86	1.57
	10.199	10.353		0.803	0.633	1840 Jan. 15., 16.	26	470.27	0.72
	11.093	10.591		0.371	0.532	Febr. 14., 15.	IV 27	0.84	0.45
	11.406	11.194		0.315	0.159	März 9., 10.	28	1.30	0.24
								y	x

In dieser Tabelle bedeuten M⌒S′, M⌒S″ die sphärischen Abstände des mittleren Punktes M zwischen den beiden Komponenten des Doppelsternes 61 Cygni (so wie ihn Bessel gesehen hat) von den beiden Vergleichssternen S′, S″ [vgl. meine Figur]. Die von mir berechneten arithmetischen Mittel sind gewonnen aus den angegebenen Beobachtungsdaten Bessels an den zugehörigen Tagen. Unsere Tabelle gibt nur einen Auszug aus den 188 Beobachtungen Bessels für S′ und den 214 für S″ im Intervall 1837 August bis 1840 März. — Die unterstrichenen Zahlen sind von mir berechnete Mittelwerte aus benachbarten Beobachtungsdaten Bessels (z. B. für zwei Beobachtungen an demselben Tage. Näheres siehe Bessel; Abhandl. Bd. II 217—236). In unserer Figur ⓒ [= vergrößerter Teil der Umgebung M_0M_{00} in ⓐ] hat J die Koordinaten 707 und 460. Die aus der Tabelle ersichtlichen Restbeträge y und x, als schiefwinklige Koordinaten von J aus abgetragen, ergeben je einen Punkt der Bahnkurve von M.

Nr. = Nummer des Kurvenpunktes. I = Ende Mai. II = Ende August.
III = Ende November. IV = Ende Februar.

W. Kaiser.

der durch das Blut besorgt wird, eine Form- und Lagenveränderung von gewissen Zellen im Verlaufe des Wachstums; aber man kann nicht sagen, diese Zellen hätten sich in einem mechanischen Sinne gegeneinander verschoben: denn ihr Stoffliches wird ja beständig ausgewechselt und nur die räumliche Beziehung ihrer äußeren F o r m e n kann als Lageänderung oder „Bewegung" im übertragenen Sinne bezeichnet werden. In einem ähnlichen Sinne möchten wir von den Sternen folgendes sagen: Wenn sich ergibt, daß die gegenseitigen Winkelabstände benachbarter Sterne im Verlaufe der Jahre sich ändern, so darf man da nicht in einem grob-mechanischen Sinne die Sache so deuten, als handelte es sich um gegenseitige Annäherung oder Entfernung toter Stoffkörper — als vielmehr um die äußere Offenbarung eines tief innerlichen Vorganges im organisierten Himmelsgebiete.

2. Was in der Figur als Ä q u a t o r und E k l i p t i k o d e r D - K r e i s bezeichnet ist, sind durchaus ideell mathematische Linien, die nicht Abbilder sind von materiell am Himmelsgewölbe eingezeichneten Streifen, sondern die auf der Bildkugel des Himmels dem Zwecke der Lagenbestimmung der Kugelpunkte durch sphärische Koordinaten zu dienen haben. (Parallelkreise zum Äquator in Verbindung mit Meridianen durch den Pol P′ des Äquators; Parallelkreise B zum D-Kreis in Verbindung mit Meridianen durch den Pol E′P′ zum D-Kreis.) — Der D-Kreis insbesondere soll hindeuten auf eine mittlere Linie im Sternengürtel des Tierkreises, den die Sonne längs dieser Linie jährlich durchwandert. Rein geometrisch soll im Bilde an dieses Wandern folgendes e r i n n e r n: Man lege um die Bildmitte E einen kleineren Kreis in der Ebene des D-Kreises, auf dem ein Punkt ⊙ umlaufend gedacht werde. Die Verbindungsgerade E—⊙ schneidet den D-Kreis in einem Punkte, der auf letzterem ebenfalls herumläuft. Mit I II III IV 0 sind in der Figur einander entsprechende Punkte auf dem kleinen Kreise um E und auf dem D-Kreis bezeichnet. In der Figur soll bedeuten: E — „Erde" = Bildpunkt der Erde. ⊙ — „Sonne" = Bildpunkt der Sonne.

3. Es wird hier hingewiesen auf einen bewegten Punkt M auf der Sphäre und von dem Stück EiEi eines größten Kugelkreises, längs welchem die mittlere „jährliche" E.B. von M vor sich gehe. Der eigentliche Inhalt dieser Aussagen ist folgender: M bedeutet den Bildpunkt eines Sternes — hier von 61 Cygni, der von Bessel als Doppelstern angeschaut wird —; seine Winkeldistanzen von benachbarten Vergleichssternen, deren Bildpunkte in der Figur mit S′S″ bezeichnet sind, werden im Verlaufe der Zeiten veränderlich befunden. Man muß dementsprechend in der Figur dem Punkte M eine vorgestellte Bewegung längs EiEi zuschreiben (eine „Eigenbewegung" E.B.), wodurch seine sphärischen Abstände von S′S″ sich beständig ändern. Also nicht der Stern an der Himmelssphäre „bewegt" sich im mechanisch-geometrischen Sinne, sondern sein gedachter Bildpunkt auf der Kugel. Das ist eine erkenntnismäßige wichtige Unterscheidung, welche die neuere astronomische Literatur gewöhnlich nicht macht und dadurch Verwirrung stiftet.

Den Ausdruck: mittlere „jährliche" E.B. von M müßte man im Sinne der Figur so umschreiben: während der Punkt ⊙ gerade einmal auf dem Kreise um E herumlaufend gedacht wird, also auch sein Projektionspunkt auf dem D-Kreis, der ein größter Kugelkreis ist, gerade 360^0 oder $2\,\pi$ zurücklegt, soll der Punkt M auf dem größten Kreise EiEi das Bogenstück $M—M_{00} = \Delta s$ zurücklegen (5″,12).

4. Die Unterscheidung von verschiedenen Lagen des Äquators in bezug auf den D-Kreis (Ekliptik) ist näher beschrieben im Text zu Tafel IV «Milchstraße. System der Ekliptik».

5. Bessel hat natürlich nicht eine „Bewegung" des Sternes g e s e h e n , sondern einfach die veränderten Winkelabstände nach Verfluß bestimmter Zeitintervalle, von benachbarten Vergleichssternen beobachtet.

6. Wir haben hier die Redeweise vom „Fortschreiten eines Sternes" „längs eines größten Kugelkreises" der Besselschen Ausdrucksweise anbequemt, indem er in einer gerade vorher zitierten Stelle von der „jährlichen eigenen Bewegung" spricht. In welchem genaueren Sinne man aber den wahren Sachverhalt umschreiben müßte, geht aus 1. und 2. hervor.

7. Es ist natürlich im bloßen Hinsehen auf die Figur nicht erlaubt zu sagen, Q sei der Ort der Sonne an der Sphäre, M der Ort eines Sternes usw., sondern man müßte, wenn man rein geometrisch den Sachverhalt auffaßt, nur von den B i l d p u n k t e n der Sterne und Sonne reden und ihren geometrischen Konstellationen; und nur insofern diese Bildpunkte und ihre Lage auf der Kugel als Erinnerungszeichen für kosmische Objekte und ihre Beziehungen dienlich sind, ist die abgekürzte Redeweise erlaubt.

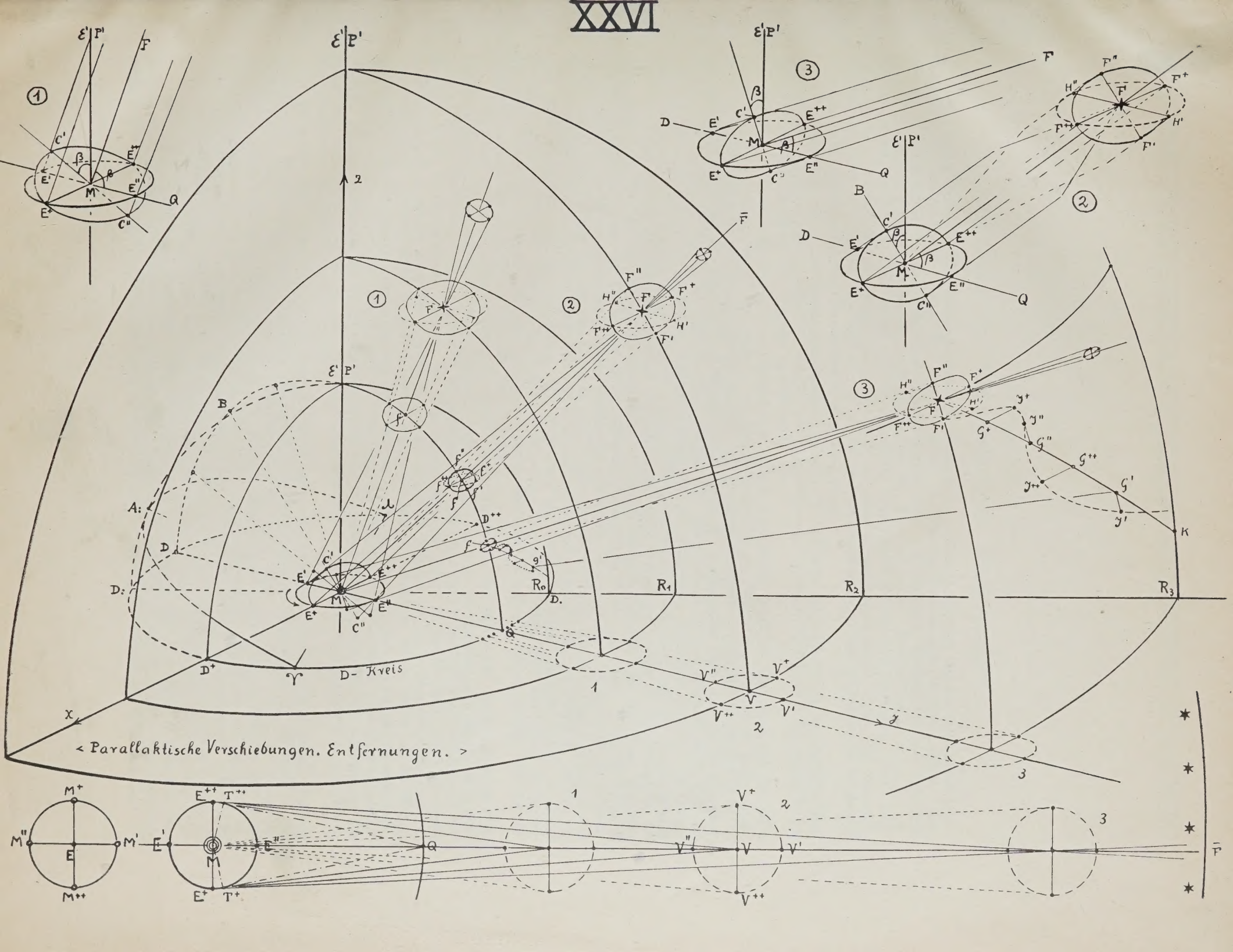
8. Die hier gemeinte „Bewegung" eines Punktes längs einer Kurve ist im Sinne von 1. und 3. eine rein geometrische, gedachte, die nicht als Abbild der „Bewegung" einer toten stofflichen Kugel im Himmelsgebiet gedeutet werden darf. Wir sprechen hier und im folgenden im Sinne von 1. und 3. ganz exakt bloß von der „figürlichen Bewegung" des M-Punktes, die durch die räumliche Bahnkurve versinnlicht wird; diese Kurve ist einfach das exakte, geometrisch-räumliche Symbol für einen i n d e r Z e i t , z. B. während eines Jahres verlaufenden Vorgang: das im Intervalle eines Jahres beobachtbare Schwanken der Winkeldistanzen eines Sternes von benachbarten Vergleichssternen. In diesem Sinne sind die in den Teilfiguren ⓑ ⓒ und Ⓕ gezeichneten „Bahnkurven" als exakte geometrisch-räumliche Symbole und Erinnerungszeichen für i n d e r Z e i t verlaufende Vorgänge im Himmelsgebiete anzusehen, und sie dürfen nicht als die Abbilder räumlich-mechanischer Bewegungen von irdisch-materiell und tot-stofflich vorgestellten Himmelskörpern gedeutet werden. Diese Bemerkung gilt auch für die kleinen Ellipsen in diesen Figuren und in der Hauptfigur bei ⓓ Ⓖ: sie sind nicht Abbilder räumlich vorhandener Bewegungen oder Verschiebungen toter kosmischer Objekte, sondern bildhafte Hinweise auf in der Zeit verlaufende Vorgänge.

9. In 8. wurde gesagt, daß die kleinen Ellipsen, deren große Halbachsen hier mit p bezeichnet werden [vgl. Figur Ⓖ], auf Vorgänge hinweisen, die in der Zeit verlaufen. Dasselbe gilt von den kleinen Ellipsen, die auf Tafel III «Himmelssphäre. Tierkreis. Milchstraße. System des Äquators» gezeichnet sind. Das heißt also:

Die einzelnen Punkte dieser Ellipsen und ihre auf der Kugelfläche gemessenen sphärischen Koordinaten oder sphärischen Abstände von benachbarten fixen Punkten auf der Kugel sollen versinnlichen die in aufeinanderfolgenden, d. h. die in verschiedenen Zeitpunkten gemessenen Winkelabstände eines Sternes oder mehrerer von benachbarten Vergleichssternen; das Charakteristikum der letzteren ist dieses, daß sie innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit ihre gegenseitigen Winkelabstände beibehalten. — In Hinsicht auf die erwähnten Daten, die verschiedenen Zeitpunkten angehören — welche um Monate auseinanderliegen können —, liegt also ein ganz anderer Fall vor, also etwa bei einem Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe, der gleichzeitig von verschiedenen Beobachtern in verschiedenen Erdteilen beobachtet wird: Ein Beobachter in Berlin und ein zweiter in Südafrika sehen die Venus an verschiedenen Stellen der Sonnenscheibe vorüberziehen, d. h. auf Sehnen in verschiedenem Abstande von der Mitte der Sonnenscheibe. Man kann hier im eigentlichen Sinne von einer „parallaktischen" Verschiebung reden, insofern sie hervorgerufen und bedingt wird durch den räumlich-irdischen Abstand der beiden Beobachter, wenn nicht irgendwelche andere Umstände noch hereinspielen. In diesem Sinne aber darf man nicht von „parallaktischer" Verschiebung reden bei den Punkten der erwähnten kleinen Ellipsen von ihrem Mittelpunkte oder benachbarten fixen Punkten auf der Kugelfläche, da es sich ja um die figürliche Darstellung von zeitlich aufeinanderfolgenden Beobachtungsdaten desselben Beobachters handelt. Die kleine Ellipse wird übrigens nur ideell aus den Abweichungen der M-Kurve von der geraden Linie, d. h. dem Bogenstück eines größten Kugelkreises, erschlossen. Vgl. Text zur Figur.

Jene Werte p also, welche für die Bildpunkte von verschiedenen „bewegten" Sternen das Maß jener Abweichungen bezeichnen und welche als große Halbachsen von kleinen Ellipsen gedeutet werden, als „Parallaxen" zu bezeichnen, ist vom Standpunkte räumlich-irdischer Erfahrungen aus nicht berechtigt; und es ist irreführend, wenn die neuere astronomische Literatur von diesen p-Werten so spricht, als seien es „gemessene Fixsternparallaxen". Die Umdeutung der Beobachtungen geschieht erst im geometrischen Bilde. Vgl. Figur «Parallaktische Verschiebungen. Entfernungen».

XXVI



Zu Figur XXVI:

«Parallaktische Verschiebungen. Entfernungen.»

Wir wollen an dieser Stelle einige geometrische Beziehungen erläutern, die sich aus dem kopernikanischen Vorstellungsbilde herauslesen lassen. Wir werden hierbei, um mit den Worten und Hinweisen einen vollen, für das gewöhnliche Bewußtsein erlebbaren Wahrheitssinn, eine voll erlebbare Wirklichkeit zu verbinden, in aller Strenge bloß von den gedachten mathematischen Bildpunkten*) der Gestirne in einem Bildraume reden, damit man wisse, woran man ist, auf welche Wirklichkeit diese Worte hindeuten sollen. Allerdings ist diese Wirklichkeit eine bloße Bildwirklichkeit, wie sich für denjenigen sofort ergibt, der das nachstehend Skizzierte im geometrischen Erleben voll durchkostet und dann mit der Sinneswirklichkeit vergleicht. — Aber die angedeutete Art von Charakteristik ist einfach nötig.

*) Anmerkung. Das sind geometrische Punkte z. B. auf einer Kugelfläche, die hinsichtlich ihrer Lage auf dieser Fläche gewissermaßen eine Art Erinnerungszeichen sein können für die beobachteten gegenseitigen Lagen und Winkelabstände der Gestirne am Himmel.

In Fig. V «Kopernikanisches Vorstellungsbild» ist zur Darstellung gebracht, daß man sich die Bildpunkte f der Fixsterne auf einer Kugelfläche — mit dem Zentrum M in der Bildmitte — befindlich denken kann. In M wird der Bildpunkt den Sonne gedacht und um ihn kreisend ein Punkt E, der Bildpunkt der Erde. — Die erwähnte Kugel mit den Punkten f sei identisch mit der in der vorliegenden Figur mit R_0 bezeichneten, welches die innerste ist von vielen konzentrischen Kugeln. Die Ebene des E-Kreises schneidet diese Kugel in einem größten Kreise, der in der Figur als D-Kreis bezeichnet ist; er kann in bildhaftem Sinne — wie Gesten oder wie Worte — hinweisen auf eine mittlere Linie im Sternengürtel des Tierkreises, welche dem fixierenden und vom Denken, vom Erinnern durchsetzten Anschauen die Bahn bezeichnet, welche die Sonnenscheibe bei ihrer jährlichen „Wanderung" durch alle Sternbilder des Tierkreises geht. Im Bilde soll auf dieses Wandern der Sonne an allen Sternen des Tierkreises vorbei folgen der geometrische Prozeß hinweisen: Wenn ein Punkt E um M kreist, so bewegt sich die über M hinaus verlängerte Gerade E—M in demselben Sinne wie E; ihr Schnittpunkt m mit dem D-Kreis oder der von E aus an den D-Kreis projizierte Punkt von M bewegt sich auf diesem Kreise mit derselben Winkelgeschwindigkeit und in derselben Zeit um M herum wie der Punkt E. (Wenn wir von „Zeit" sprechen, so denken wir daran, daß wir ja das Vorstellungsbild auch „handgreiflicher" in einem Modell physisch verkörpern könnten; im Bilde aber soll dieses Wort selbstredend nur gebärdenhaft hindeuten auf reine Vorstellungsprozesse, die sich auf geometrische Elemente beziehen.) Zwischen Bild und Sinneswirklichkeit bestehen im weiteren folgende Beziehungen:

Wir reden von einer «Konjunktion» der Sonne mit einem Sterne des Tierkreises, wenn wir durch Vergleichung unserer Erfahrungen zu wissen glauben — oder es während einer Sonnenfinsternis direkt sehen oder photographisch festhalten können —, daß die Sonnenscheibe nur einen geringen Winkelabstand von diesem Sterne hat oder ihn im Idealfalle gerade bedeckt; von einer «Opposition» der Sonne zu diesem Stern reden wir, wenn sie ein halbes Jahr später nach der Konjunktion in einer solchen Gegend des Tierkreises steht, die dem betrachteten Stern gegenüberliegt, so daß, wenn die Sonne am Mittag kulminiert, dieser Stern um die Mitternachtszeit herum kulminiert. [Das Genauere kann man im Texte zur Figur «System des Äquators» nachlesen.] Von «Quadraturen» redet man, wenn der östliche oder westliche Winkelabstand der Sonne vom Stern gerade 90^0 beträgt. [Unter Zwischenschaltung des Mondes haben solche Abstandsmessungen bereits die Astronomen des Altertums mit ihren aus geteilten Kreisen und Visiervorrichtungen bestehenden Instrumenten ausgeführt. Vgl. Ptolemäus, Handbuch der Astronomie.]

Im ptolemäisch gedachten «geozentrischen Bilde» kann nun an diese Konstellationen durch folgende geometrische Beziehungen erinnert werden: Es bedeute also im jetzigen Gedankengang die Bildmitte M der Bildpunkt der Erde — oder irgendeines Beobachtungsortes der Erde, denn, von allen diesen Orten aus betrachtet, zu gleichen Zeiten hat die Sonne dasselbe Verhältnis zum Sternenhimmel —; in der Nähe des D-Kreises auf der Kugel R_0 mit dem Zentrum M seien die Bildpunkte der Tierkreissterne verzeichnet mit den ihnen zukommenden gegenseitigen Winkelabständen; Q sei ein solcher Bildpunkt auf dem D-Kreis selbst. Ein um M wandernd gedachter Punkt auf dem E-Kreis und die von M aus an den D-Kreis hinaus projizierten Orte dieses wandernden Punktes sollen erinnern an das „Wandern" der Sonne durch den Tierkreis im Verlaufe eines Jahres.

Betrachten wir nun den Punkt E'': seine Projektion — von der Bildmitte aus — fällt mit Q zusammen: die Punktfolge M—E''—Q erinnert also an eine „Konjunktion" des Punktes E'' mit Q; E'' und der zugehörige projizierte Punkt bei Q wären Bildpunkte der Sonne zu nennen. — Die eben betrachtete Punktfolge liegt auf

der in der Figur mit y bezeichneten Geraden. Auf derselben Geraden liegt auch die Folge D—E′—M—Q: bei D ist der projizierte Punkt von E′; diese Stellung erinnert an eine „Opposition", weil D der Gegenpunkt zu Q auf dem D-Kreis ist. — Nehmen wir endlich den Bildpunkt für die Sonne in E^{+} oder E^{++}, welche beide auf der x-Achse liegen, die senkrecht zur y-Achse verläuft; dann haben wir $\measuredangle E^{+}MQ = 90^0 = \measuredangle E^{++}MQ$; diese Stellungen der Punkte E^{+}, E^{++} und ihrer Projektionen D^{+}, D^{++} erinnern also an „Quadraturen" zum Punkte Q. Unterhalb der Hauptfigur sind in einer durch die Perspektive nicht beeinträchtigten Figur die Hauptpunkte des E-Kreises in bezug zum Q-Punkt nochmals dargestellt. (Vgl. auch den M-Kreis um E als Mittelpunkt in der Nebenfigur, der zur Charakteristik des geozentrischen Bildes dient.) — Verwandeln wir jetzt das skizzierte Bild wieder in ein „heliozentrisches": dann haben wir also nach M den Bildpunkt der Sonne zu versetzen und auf dem E-Kreis die Bildpunkte der Erde anzunehmen, doch so, daß die Richtungen E—M in bezug auf jene Marken oder Fixpunkte, die sich auf der R_0-Kugel befinden, dieselben bleiben wie in dem vorhin geschilderten Bilde. Demgemäß weist jetzt hin die Punktfolge E′—M—Q auf eine „Konjunktion" von M mit Q, die Folge E″—M—D auf eine „Opposition" von M zu Q; ferner wäre $ME^{+}Q$ eine „Quadraturstellung", die entsprechen sollte der oben mit $E^{++}MQ$ bezeichneten. Nun aber ist $\measuredangle ME^{+}Q < 90^0$, so daß also die Quadraturstellung im neuen Bilde nicht entsprechend dem vorhin skizzierten herauskommt. Man müßte einen zu E^{+} mehr oder weniger benachbarten Punkt T^{+} nehmen, welcher der Berührungspunkt der Tangente an den E-Kreis ist, die man an diesen von Q aus legen kann; man hätte dann $\measuredangle MT^{+}Q = 90^0$. Entsprechend ist das Verhältnis von T^{++} zu E^{++}. — Damit nun T^{+} in die nächste Nähe von E^{+} rücke, T^{++} in die Nähe von E^{++}, so daß die noch verbleibenden geringen Abstände vernachlässigt werden, wenn es der Wille des Denkers ist, der verlangt, in d i e s e m Bilde — und nicht in dem früher skizzierten —, gewisse, den Erfahrungen angepaßte Winkelgrößen zur Darstellung zu bringen, muß folgendes geschehen: es muß der Radius der Kugel R_0, auf welcher der Q-Punkt sich befindet, im Verhältnis zum Radius des E-Kreises sehr groß angenommen werden. Das hat Kopernikus getan, indem er sein Bild im Gegensatz zu jenem des Ptolemäus konstruierte. Er hat die betreffenden geometrischen Betrachtungen nicht gerade speziell für die leicht überschaubaren „Quadraturstellungen" durchgeführt, wie es eben hier geschehen ist, sondern für eine beliebige Zwischenstellung vor oder nach den Quadraturen, vor oder nach der Opposition bzw. Konjunktion. (Vgl. das Kapitel 15 seines Buches «Über die Kreisbewegungen der Weltkörper». Menzzer-Ausgabe. Thorn 1879.)

Es ist aber in bezug auf die mit Sinnen beobachtbaren Tatbestände eine nicht angebrachte Ausdrucksweise, wie sie auch in dem Titel «Über die Kreisbewegungen der Weltkörper» des Buches von Kopernikus enthalten ist, wenn man von bloß gedachten Bewegungen gedachter Punkte so spricht, als ob man eine kosmische Wirklichkeit beobachtet hätte; aber das behauptete Kreisen der Erde um die Sonne hat weder Kopernikus noch ein anderer Erdenmensch von den Fixsternen aus mit Sinnesaugen beobachtet; die Aussage des Kopernikus bezieht sich vielmehr wahrheitsgemäß nur auf das von seinem Geiste selbst geschaffene geometrische Bild, in dem gewisse Lagenbeziehungen von Punkten zueinander vorkommen. — Und ebenso kann man nicht einfach von den Fixsternen und der Sonne als wie von „Körpern" im irdischen Sinne reden, wobei die ersteren von der Sonne eine „ungeheure Entfernung" im Vergleich zur Entfernung Erde—Sonne hätten. Vielmehr zeigt sich der mathematischen und psychologischen Analyse, daß eine solche Aussage, wie sie bereits Kopernikus formulierte und wie man sie auch heute immer wieder formuliert, sich wahrheitsgemäß auf nichts anderes real-physisch Erlebbares bezieht, als auf die vom physisch-geometrischen Denken und Wollen oben skizzierte Bildgestaltung der zweiten Art. Und in einem exakten Wortlaute, der nichts mehr und nichts weniger scheinen will, als was man wirklich im Denkprozesse durchgemacht hat, und dieses aussprechen will, müßte man sagen: „Wir sind genötigt, den Radius der R_0-Kugel mit den B i l d p u n k t e n der Fixsterne als sehr groß im Vergleich zum Radius des E-Kreises um das Kugelzentrum anzunehmen, damit wir im Bilde diese und jene Winkelgrößen mit beliebiger Näherung darstellen können." — Wir haben diesen einfachen überschaubaren Fall hier analysiert, um zu zeigen, wie rein geometrische Beziehungen — die allerdings im Erinnern mit gewissen optischen Erfahrungen an astronomischen Objekten verknüpft sind, aber doch als erlebte Geometrie etwas Selbständiges sind — in den letzten Jahrhunderten vom Eigenstolz des menschlichen Vorstellens umgedeutet worden sind. Das soll nicht ein Werturteil sein, sondern einfach eine Charakteristik dieser erwachten Vorstellungskraft, die sich mit einem fast kindlich spielerischen Eifer auf dem geometrischen Felde übte und ihre Resultate in kindlichem Übermute mit Namen von kosmischer Bedeutung belegte. Und diese Freude an der Geometrie ist es noch heute, welche sich auslebt in den astronomischen Denkern, wenn sie von den Entfernungen der Fixsterne reden, von Lichtjahren usw. Die bezüglichen geometrischen Grundbegriffe, die, in Worte gekleidet, den tatsächlichen Inhalt der erwähnten Aussagen ausmachen, wollen wir jetzt hier erläutern.

Während bei Kopernikus noch die Vorstellung zu finden ist von einer Kugel (R_0) mit dem Zentrum in der Bildmitte M, und R_0 enthaltend auf der Oberfläche die Bildpunkte aller Fixsterne, kommen spätere Geometer-Astronomen auf den Gedanken, den Fixsternen auch solche Bildpunkte zuzuordnen, die im Raume außerhalb der Kugel R_0, verteilt sind; hierbei sei R_0 bereits eine Kugel mit so großem Radius, daß der oben besprochenen Beziehung der Punkte des E-Kreises zu denen des D-Kreises auf der Kugel R_0 in gewissem Grade Genüge geleistet wird. Es wird sich im folgenden noch zeigen, daß man in dem gewollten Bilde alle Beobachtungsdaten in ihrer Größenordnung unterbringen oder eintragen kann, wenn man für die R_0-Kugel einen etwa 1 Million mal größeren Radius als für den E-Kreis annimmt. Nur wird es eben darauf ankommen zu zeigen, was Daten der Beobachtung sind und was bloße, auf das Bild bezügliche Rechnung mit Größen von vorgestellten Strecken ist.

Der erwähnte Grundgedanke läßt sich so charakterisieren: es sei f der Bildpunkt eines Sternes auf der Kugel R_0, den wir „Bildpunkt der ersten Art" nennen können; es wird nun vom Kugelzentrum M aus die Gerade

M—f gezogen; die Richtung dieser Geraden ist bestimmt durch die Lage des Punktes f auf der Kugel, d. h. durch den Winkelabstand Qf = β des Punktes f vom D-Kreis, und durch den Winkelabstand ΥQ = λ des Q-Punktes von einem angenommenen Punkte Υ auf dem D-Kreis, als Ausgangspunkt der Winkelzählung. [Es handelt sich bei den Größen λ β einfach um „Ekliptikkoordinaten", wenn wir den D-Kreis auch die „Ekliptik" nennen. Die Lage dieses Kreises auf einer vollständig gezeichneten Kugel ist auf Tafel III «Himmelssphäre; Milchstraße; Tierkreis. System des Äquators» zu sehen; der dort als Äquator oder A-Kreis bezeichnete größte Kugelkreis ist in der vorliegenden Figur bloß durch den Halbkreis ΥA : ⌒ angedeutet, um wenigstens die Orientierung zu ermöglichen.]

Nun wird auf der Geraden M—f in einer bestimmten Entfernung r von M, die gewöhnlich größer ist als der Radius der Kugel R_0, wenn man die Dinge den vorgegebenen Daten entsprechend anpaßt, ein zweiter Punkt F angenommen; man kann festsetzen, daß dieser Punkt F — analog wie f — ebenfalls an jenen Stern erinnern soll, der eine solche Lage zum Tierkreis hat, wie sie sich durch die Koordinaten λ β seines Bildpunktes f der ersten Art charakterisieren läßt. Diese Koordinaten hat auch F, dazu aber noch die neue dritte Koordinate r, die sich in Einheiten des Radius des R_0-Kugel ausdrücken läßt, wie wir noch zeigen werden. Es möge nun F ein „Bildpunkt der zweiten Art" genannt werden. — Jetzt liegt die Aufgabe vor, die Koordinate r von F zu bestimmen. Das geschieht hier auf ganz eigene Art und führt zu einem neuen Bilde. Dies Bild kann man sich durch eine gewaltige irdische Illuminationsanlage anschaubar technisch ausgeführt denken. Man stelle sich große Gerüste vor, welche die Formen von Kugelflächen nachbilden, etwa die Meridiane und Parallelkreise auf solchen Flächen. Auf diese Art seien mehrere konzentrische Kugeln, mit freier Durchsicht zwischen den Gerüsten, gebaut. Die Gerüste sollen zur Aufnahme und Befestigung von Leuchtkörpern dienen. Die ganze Konfiguration des Sternenhimmels möge nun zunächst durch solche Lichter auf der innersten der konzentrischen Kugeln nachgeahmt werden, indem diese Leuchtkörper auf den Gerüstrippen solche Winkelabstände voneinander bekommen sollen, die denen der einzelnen Sterne voneinander entsprechen, und wodurch die verschiedene Gestalt der vielen Sternbilder bedingt ist. — Jetzt aber projiziere man vom Mittelpunkte der Kugeln aus, wo unser Standort sei, die ganze Konfiguration auf die vielen, die innerste Kugel umgebenden äußeren Kugelflächen hinaus; d. h. man ersetze die einzelnen Leuchtkörper auf der innersten Kugelfläche durch andere auf den Gerüsten der äußeren, aber so, daß diese andern Leuchtkörper von der Mitte der Kugeln aus in denselben Richtungen gesehen werden wie jene ersten auf der innersten Kugelfläche, die sie ersetzen mußten; und auch das erscheinende gegenseitige Helligkeitsverhältnis der nunmehr in verschiedenen Entfernungen von unserem Standort befindlichen Leuchtkörper soll erhalten bleiben, d. h. so erscheinen wie die zuerst gebaute Konfiguration auf der innersten Kugel. — Damit wäre im Modell verwirklicht, was oben in abstrakt geometrischer Art als Zuordnung von Bildpunkten F der zweiten Art zu jedem Punkt f der ersten Art auf der Kugelfläche R_0 beschrieben wurde. — Man denke sich also die F-Punkte in gewisser Art im Raume außerhalb R_0 verteilt. Es werden jeweils gewisse Gruppen von F-Punkten ungefähr dieselbe Entfernung von der Bildmitte M bekommen, und die Lage dieser Punkte läßt sich dann zeichnerisch bequem durch eine Kugelfläche anschaubar machen. In der Figur sind drei solcher Flächen zu sehen: R_1 R_2, R_3 d. h. Teile von Kugelflächen mit diesen Radien. Auf jedem Flächenstück ist nur ein F-Punkt+ gezeichnet; der Übersicht wegen liegen sie zugleich in der gleichen Ebene durch die z-Achse; diese steht senkrecht auf der xy-Ebene und geht durch den Pol E′P′ der Kugel R_0. Die auf der Fläche R_0 gezeichneten drei f-Punkte gehören jenem Kugelmeridian Q—E′P′ an, der sich ergibt als Schnittlinie der Ebene der drei F-Punkte mit der Kugel R_0. — Die weitere Gestaltung des Bildes sei wieder durch Zuhilfenahme der Vorstellung einer physisch verwirklichten Illuminationsanlage beschrieben. Man denke sich, die Kugel R_0 hätte beispielsweise einen Radius von zehn Metern; die nach außen hin folgenden Kugeln sollen dann die Radien $R_1 = 15{,}8$ $R_2 = 25{,}1$ $R_3 = 39{,}8$ Meter haben. (Diese Größenverhältnisse sind deshalb angenommen worden, um die Figur in eine leicht überschaubare Beziehung zur Tafel «Ausbreitung des Lichtes; Gleichwertige Leuchtkräfte» zu bringen, wo R_0, R_1, R_2, R_3 . . . dieselbe Bedeutung wie hier haben.)

Außerdem sei eine sehr große Kugel $\bar{R}$ konstruiert, deren Radius im Modell ein Vielfaches des Radius der äußersten aller übrigen Kugeln sei, z. B. 100 Meter, wenn R_3 die äußerste wäre, am besten aber noch größer. — Die Illumination sei farbenfroh und von folgender Art: Auf den Gerüsten der Kugel R_1 mögen rot strahlende Lichter erglänzen, auf R_2 gelbe, auf R_3 grüne, auf der weit entfernten Kugelfläche $\bar{R}$ aber blaue. — Unser Standort selbst in der Nähe des Zentrums M der ganzen Anlage sei ein veränderlicher: wir laufen in einem Kreis von z. B. 1 Meter Radius um M herum. Wenn wir während des Herumlaufens nach den roten, gelben und grünen Lichtern hinblicken und sie auf den weit entfernten Hintergrund mit den blauen Marken oder Fixpunkten projizieren, so scheinen sie gegenüber diesen Fixpunkten gewisse Verschiebungen zu erleiden, die sich durch Winkelmaß ausdrücken lassen. Diese Verschiebungen wiederholen sich mit jedem unserer Umläufe um M, und sie sind ein Spiegelbild unserer eigenen Bewegung. Die gleiche Art von Verschiebungen könnten wir auch erblicken, wenn wir selbst im Zentrum M einen festen Standort beibehalten würden, dagegen jedes der roten, gelben, grünen Lichter auf irgendeine Art um ihre vorher eingenommenen festen, mittleren Orte herumlaufen lassen könnten, und zwar auf Kreisen, die alle denselben Radius von 1 Meter haben müßten, deren Ebenen ferner parallel jener Ebene sein müßten, auf der wir vorhin selbst um M herumliefen. — In der Figur ist es so: der E-Kreis um M habe einen Radius a und liege in der xy-Ebene. Die Kreise um die F-Punkte mit den Radien a, die der xy-Ebene parallel gedacht werden müssen, sind gestrichelt. Auf jedem dieser Kreise sind vier Hauptpunkte H′ H″ F^+ F^{++} gezeichnet. [Vgl. die Buchstaben bei F auf der Kugel R_2.] Diese Punkte entsprechen den vier Hauptppnkten auf dem E-Kreise. Die Beziehung ist folgende: Man fasse die Geraden ins Auge, die von den vier Punkten E′ E″ E^+ E^{++} nach dem gemeinsamen Schnittpunkte F hinzielen. (In der Figur: ———.)

Von M aus ziehe man zu diesen Geraden parallele; sie sind identisch mit jenen, die man erhält, wenn man von den vier Hauptpunkten des Kreises um F Geraden (– – – –) nach der Bildmitte M hin zieht. Wir haben jetzt acht Hilfsgeraden gezogen, die mit den gezeichneten vier Radien der Kreise um M und F vier Parallelogramme von der Art bilden, wie z. B. E′—F—H′—M—E′ eines ist. Verschieben wir in diesem Parallelogramm E′ nach M, so wird die Seite E′—F in die Parallelseite M—H′ übergeführt, d. h. der Punkt F nach H′. Somit ist in bezug auf die Richtung M—H′ gleichwertig E′—F und H′ ist der dem Punkte E′ zugeordnete. In ähnlicher Weise ist H″ zugeordnet E″ und sind F^{+}, F^{++} zugeordnet E^{+}, E^{++}. Wenn wir nun die „scheinbare" Ortsänderung eines F-Punktes — von dem bewegten E-Punkte aus betrachtet und projiziert auf den weit entfernten Hintergrund der Kugelfläche R — erhalten wollen, so müssen wir zunächst den Kreis um F von M aus auf jene Tangentialebene projizieren, die zu diesem Punkte F und jener Kugelfläche, auf der sich F befindet, gehört. In der Projektion bleibt der Durchmesser F^{+}—F^{++} erhalten, weil er senkrecht steht zur Linie M—F, d. h. parallel der x-Achse ist, die senkrecht auf der yz-Ebene steht, in welcher sich F befindet; der Durchmesser H′—H″ aber, der der yz-Ebene angehört und parallel zur y-Achse ist, wird auf den Kugelmeridian V—F projiziert, genauer gesagt: auf die Tangente an diesen Meridian im F-Punkte; und zwar wird H′ nach F′, H″ nach F″ projiziert. Wir setzen voraus, der Abstand M—F sei groß im Vergleich zum Radius a des Kreises um F; dann dürfen wir setzen $FF' = FF'' = a \cdot \sin\beta$. Hierbei ist $\beta = V\frown F = Q\frown f$ der Winkelabstand des F-Punktes von der xy-Ebene. Als Projektionsfigur auf der erwähnten Tangentialebene, die zu F gehört, bekommen wir nun eine Ellipse, deren großer Durchmesser F^{+}—F^{++} = 2 a mißt, während ihr kleiner Durchmesser F′—F″ das Maß $2\,a \cdot \sin\beta$ hat. — Diese Ellipse können wir von M aus auf die R_0-Kugelfläche zurückprojizieren, genauer: auf die Tangentialebene des f-Punktes dieser Kugel; ihr Radius in relativem Maß sei $r_0 = 1$ und der Radius r jener Kugel R, auf der sich F befindet, sei mit der genannten Einheitsstrecke gemessen. Dann bekommen wir für die Dimensionen der Projektionsellipse auf der R_0-Kugel die Werte: $f^{+}f^{++}$ = großer Durchmesser $= \dfrac{2\,a}{r} = 2\,p$

$$f'\,f'' = \text{kleiner Durchmesser} = \frac{2a\sin\beta}{r} = 2p\sin\beta.$$

Hieraus ergibt sich, daß $r = \dfrac{a}{p}$ ist (a und p sind gemessen in Teilen des Kugelradius $r_0 = 1$).

Die betrachtete Ellipse um f ist ein achsensenkrechter Querschnitt eines schiefen Kreiskegels, dessen Spitze in M ist, und dessen Mantel gebildet wird aus sämtlichen Geraden, die von M aus nach den Punkten des Kreises H′—F^{+}—H″—F^{++} um F gezogen werden können. Ein solcher achsensenkrechter Querschnitt ist auch die größere Ellipse um F, aber wir betrachten jetzt speziell den Querschnitt in der Entfernungseinheit $r_0 = 1$ von der Spitze M des Kegels, also die Ellipse um f; denn diese ist charakteristisch für die Gestalt des Kegels. Ein solcher elliptischer Kegel hat nämlich zwei hauptsächlichste Winkelöffnungen, die in linearem Maß einfach die Werte 2 p bzw. $2\,p\sin\beta$ des großen und kleinen Durchmessers der Ellipse um f sind. Betrachten wir den Schnitt des Kegels mit einer Ebene durch seine Achse M—F und die zu dieser Achse senkrechte x-Achse; in diesem Schnitt ist seine halbe Winkelöffnung gegeben durch $\sphericalangle FMF^{+} = \pi^{+} = \sphericalangle FMF^{++}$, und wir haben:

$$\operatorname{tg}\pi^{+} = \frac{FF^{+}}{MF} = \frac{a}{r} = p = ff^{+}. \quad \text{Analog gilt: } \operatorname{tg}\pi' = \frac{FF'}{MF} = \frac{a\sin\beta}{r} = p\sin\beta = ff'.$$

Im letzteren Falle ist $\pi' = \sphericalangle FMF' = \sphericalangle FMF''$ die halbe Winkelöffnung des Kegels im Schnitt mit der yz-Ebene. (Diese letztere Gleichung gilt nur näherungsweise, und zwar um so genauer, je größer die Entfernung MF = r im Vergleich zum Kreisradius a ist.) Ein schiefer Kreiskegel von der gleichen Gestalt wie der eben betrachtete ist jener, dessen Spitze in F ist, und dessen Mantel gebildet wird aus sämtlichen Geraden, welche von F aus nach den Punkten des E-Kreises gehen; diese Geraden, über F hinaus verlängert, bilden über F hinaus einen zweiten ähnlichen Kegel, d. h. die eine Hälfte des betrachteten schiefen Doppelkegels mit der Spitze F. Die hauptsächlichsten Öffnungen dieses Kegels sind gegeben durch die Winkel: $\sphericalangle MFE^{+} = \pi^{+} = \sphericalangle MFE^{++}$

$$\sphericalangle MFE' = \pi' = \sphericalangle MFE''.$$

(Die zweite Gleichung ist nur Näherungsgleichung, die um so besser erfüllt ist, je größer MF = r im Vergleich zu a ist.)

Betrachten wir noch einen achsensenkrechten Schnitt dieses Kegels mit einer Ebene durch M! Die Kegelachse M—F liegt in der yz-Ebene und hat gegenüber der y-Achse den Neigungswinkel $V\frown F = Q\frown f = \beta$. Auf MF stehe nun senkrecht die Gerade MB, d. h. es sei: $E'P'\frown B = \beta$ und $D\frown B = 90 - \beta$. Legen wir nun durch MB und die x-Achse eine Ebene, so schneidet sie den D-Kreis in D^{+}, D^{++}; ihre Neigung gegenüber der xy-Ebene ist $90\text{-}\beta$, und vor allem ist die Normale zu dieser Ebene gegeben durch die Achse MF des schiefen Kreiskegels. Diese Ebene durch M ergibt nun mit dem Kegelraum einen Querschnitt, dessen großer Durchmesser E^{+}—E^{++} = 2a ist, dessen kleiner C′—C″ ist. Unter der Voraussetzung, daß MF = r gegenüber ME′ = a = ME″ sehr groß ist, gilt näherungsweise: $MC' = MC'' = a\sin\beta$. Unter dieser Voraussetzung ist also der Querschnitt ein elliptischer mit dem halben großen Durchmesser a und dem halben kleinen Durchmesser $a \cdot \sin\beta$. Die Konstruktion der Querschnitts-Ellipse für die in der Figur angenommenen drei Kegel mit den Spitzen in den drei F-Punkten ist in den Nebenfiguren ① ② ③ durchgeführt. Dabei ist angenommen, daß die von den Punkten des E-Kreises ausgehenden, nach den weit entfernten F konvergierenden Geraden in der Nähe von M durch Parallelen zur Kegelachse M—F ersetzt werden dürfen. [Diese eben beschriebenen Kegel und ihre genähert elliptischen Querschnitte, welche gebildet werden von achsensenkrechten Ebenen durch M, sind es, von denen wir im Texte zu Figur «Ausbreitung des Lichtes; gleichwertige Leuchtkräfte» zu sprechen genötigt sind; nur konnten diese

Dinge in jener Figur zeichnerisch nicht vollständig zur Darstellung gebracht werden, weshalb zur Ergänzung auf vorliegende Figur verwiesen sei. Auch die im folgenden noch zu erläuternden Dinge haben ihre Beziehung zur vorhin genannten Figur, die man in derem Texte nachlesen kann.]

Wir haben gesehen: Wenn der zu einem F-Punkt gehörige Doppelkegel von einer Ebene senkrecht zu seiner Achse M—F geschnitten wird, so hat der Schnitt eine — genähert — elliptische Gestalt. Wählen wir jetzt im Speziellen als solche Schnittebene die Tangentialebene an jenen Punkt $\bar{F}$ auf der weit von der Bildmitte entfernten Kugelfläche $\bar{R}$, wo die Kegelachse M—F diese Kugelfläche durchstößt. Bezeichnet $\bar{r}$ den Radius der genannten Kugel, so ist die Entfernung $(F\bar{F}) = \bar{r}—r$; wir erhalten demgemäß für den halben großen und kleinen Durchmesser des zu $\bar{F}$ gehörigen elliptischen Querschnittes des Kegels die Werte:

$$\bar{a} = (F\bar{F}) \cdot \operatorname{tg} \pi^{+} = (\bar{r}—r) \cdot p \qquad \bar{a} \sin \beta = (F\bar{F}) \operatorname{tg} \pi' = (\bar{r}—r) \cdot p \sin \beta.$$

Wir wollen jetzt von der Bildmitte M aus die Ellipse mit den eben genannten Dimensionen auf die Kugelfläche R_0 zurückprojizieren; wir nehmen an, daß $\bar{r}$ beliebig groß vorausgesetzt werden darf, d. h. so groß, daß demgegenüber r nur ein geringer Bruchteil ist. Dann bekommen wir näherungsweise für die halben Durchmesser der Projektionsellipse auf R_0: $\frac{\bar{a}}{\bar{r}} = p = ff^{+}$ $\frac{\bar{a} \sin \beta}{\bar{r}} = p \sin \beta = ff'$. d. h. diese Ellipse ist identisch mit jener schon früher auf anderem Wege erhaltenen, zu f als Mittelpunkt gehörigen. Man kann also diese Ellipse, d. h. die Abstände ihrer Peripheriepunkte von ihrem Mittelpunkte, ausgedrückt in Teilen des Radius $r_0 = 1$ jener Kugelfläche R_0, auf der sie sich befindet, betrachten als die Darstellung jener durch Winkel-Bogenmaß ausdrückbaren Ortsverschiebungen des Punktes F, wenn dieser von den Punkten des E-Kreises auf die weit entfernte Kugelfläche $\bar{R}$ projiziert wird (genau gesprochen auf die Tangentialebene an jene Kugelfläche im Schnittpunkte $\bar{F}$ mit der Geraden M—F). Je größer hierbei die Entfernung M—F = r ist, um so geringer wird die elliptische Ortsverschiebung von einem mittleren Punkte $\bar{F}$, ausgedrückt in Winkelbogenmaß, d. h. um so kleiner wird der halbe größere Durchmesser p der Projektionsellipse auf R_0. In der Figur sind die zu den drei F-Punkten gehörigen Projektionsellipsen auf R_0 in ihrer verhältnismäßigen Größe zu sehen; für dieses Größenverhältnis kommt also im wesentlichen der halbe große Durchmesser p in Betracht, während der halbe kleine Durchmesser $p \cdot \sin \beta$ noch von der Lage des Mittelpunktes f der Ellipse auf dem Meridian Q—E'P' abhängt. — Sehen wir nochmals hin auf die früher geschilderte Illuminationsanlage, so könnten wir das Ergebnis in bezug auf das Größenverhältnis der Projektionsellipsen auf der R_0-Kugel so aussprechen: Wenn wir auf dem E-Kreise um M herumlaufen und nach den F-Punkten oder Lichtern blicken und sie auf die weit entfernte Kugelfläche $\bar{R}$ projizieren, wo die blauen Lichter als Marken dienen, von denen die veränderlichen Winkelabstände der projizierten Punkte gemessen werden können und in ihrer Gesamtheit Lage sowie Größe der Projektionsellipsen bestimmen, so können wir wahrnehmen, daß das rote Licht ① in unserem Gesichtsfelde die größte Winkelverschiebung erfährt, das gelbe Licht ② eine geringere und das grüne Licht ③ die allerkleinste. Man kann diese „scheinbaren" Ortsschwankungen der Lichter in bezug auf die weit entfernten blauen Fixpunkte — wegen unseres Umlaufes um M — „parallaktische Verschiebungen" nennen, und die hierfür charakteristischen Projektionsellipsen auf der Kugelfläche R_0 die „parallaktischen Ellipsen".

Bei der Charakteristik dieser parallaktischen Verschiebungen haben wir gesehen, daß unser Herumgehen um M auf dem Kreise E mit dem Radius a, bei angenommenen fixen Punkten F, in bezug auf die Richtungen E–F auch ersetzt werden kann durch die Rotation des Leuchtkörpers F auf einem Kreise mit dem Radius a um den vorher eingenommenen fixen Ort F als Mittelpunkt, während unser Standort E nach M verlegt wird und dort fest bleibt. Am einfachsten läßt sich das darstellen in einer ebenen Zeichnung, wie sie unterhalb der perspektivischen Hauptfigur zu sehen ist: sie entsteht aus der Hauptfigur so, daß wir die Kegelachsen M—F mit der y-Achse zusammenfallen lassen; dann kommt F (bei ②) nach V, und der Kreis $H'F^{+}H''F^{++}$ wird zum Kreise $V'V^{+}V''V^{++}$. — In der ebenen Figur repräsentiert nun der E-Kreis um M sozusagen das „heliozentrische Bild", wobei die Richtungslinien von dem bewegten E-Punkte nach dem fixen Punkte V hin gezogen werden. Dabei ist $\sphericalangle E^{+}VM. = \pi^{+} = \sphericalangle E^{++}VM$ die eintretende größte parallaktische Verschiebung von V in bezug auf einen von M weit entfernt gedachten, durch ✱ angedeuteten Hintergrund. [Dieser müßte noch viel weiter vom Kreise 3 entfernt gedacht werden, als in der Figur hat gezeichnet werden können.]

Ersetzen wir nun dieses Bild durch ein „geozentrisches", d. h. vertauschen wir E mit M,

so kommt	M'	an die	Stelle	von	E''	(Konjunktion	E'—M —V = E —M'—V')		
„	„	M''	„	„	„	„	E'	(Opposition	M—E''—V = M'' —E—V'')
„	„	M^{+}	„	„	„	„	E^{+}	(Quadratur	$M—E^{+}—V = M^{+}—E—V^{+}$)
„	„	M^{++}	„	„	„	„	E^{++}	(Quadratur	$M—E^{++}—V = M^{++}—E—V^{++}$)

Vgl. den Kreis $M'M^{+}M''M^{++}$, der zu setzen ist an Stelle des Kreises um M.

Die größte parallaktische Verschiebung ist hier gegeben durch $\sphericalangle VEV^{+} = \pi^{+} = \sphericalangle VEV^{++}$. [Dasjenige, was hier im geometrischen Sinne als Konjunktion, Opposition, Quadraturen eines Punktes M in bezug auf E und V genannt wurde, gilt auch im allgemeineren Sinne, wenn an Stelle von V der Punkt F in der Hauptfigur tritt, beide auf demselben Kugelmeridian.]

Bereits früher haben wir gefunden: $\operatorname{tg} \pi^{+} = \frac{a}{r} = p \quad r = \frac{a}{p}$; denken wir uns also die p-Größen als Radien kleiner Kreischen um M, so sind die Werte r = M—F = M—V die reziproken Radien zu diesen Größen in bezug auf den Kreis um M mit dem Radius a. Dem rechnenden Astronomen sind a (diese Größe kann in relativem Maß als Einheitsstrecke genommen werden) und die p-Werte gegeben; die r-Werte der F-Punkte berechnet er

nach der eben genannten Formel. Um aber zeigen zu können, woher er seine p-Werte nimmt, muß das Bild noch in folgender Hinsicht lebendiger gestaltet werden [vgl. F bei ③]:

Man denke sich wieder in die technisch ausgeführte Illuminationsanlage hinein. Während wir auf dem E-Kreis um M herumlaufen, soll irgendeiner der betrachteten Leuchtkörper F noch eine „Eigenbewegung" längs eines größten Kugelkreises F—K ausführen können. Wir könnten zwar annehmen, daß die Bewegung von F nach irgendeiner Richtung des Raumes vor sich ginge; allein für die folgende Betrachtung käme doch nur die Projektion dieser Bewegung auf die Fläche der R-Kugel, wo sich F bis jetzt befunden hat, in Betracht, d. h. die Projektion auf die Tangente des Kreises F—K im Punkte F. Die Ebene dieses Kreises gehe durch M. — Die Bewegung von F längs F—K sei für das betrachtete Zeitintervall so gering im Vergleich zum Radius r der Kugelfläche R, auf der sich F befindet, daß jenes Bogenstück, das F auf FK zurücklegt, ein geradliniges genannt werden kann, d. h. als Stück der Tangente im Punkte F an den Kreis FK angesehen werden darf. — Während wir nun um M herumlaufen und von E′ ausgehend nach E^{+}, E″, E^{++} und wieder nach E′ kommen, soll F, von F ausgehend, nach G^{+}, G″, G^{++}, G′ gelangen. In bezug auf die von E aus gesehenen Orte von F, projiziert auf die weit entfernte Fläche der Kugel R, kombiniert sich nun die „Eigenbewegung" F—G′ = W mit der „parallaktischen" Verschiebung von F wegen unseres Umlaufes um M auf dem Kreis mit dem Radius a. Wir haben gesehen, daß wir diese letztere Verschiebung geometrisch auch so erhalten können, daß wir einfach unseren eigenen Standort in M fest annehmen, dagegen um F als fixen Punkt einen Kreis H′—F^{+}—H″—F^{++} mit dem Radius a legen, und diesen Kreis auf die Tangentialebene an die R-Kugel bei F projizieren: dann bekommen wir die „parallaktische Ellipse" F′—F^{+}—F″—F^{++}. Unter der Voraussetzung nun, daß der halbe große Durchmesser a dieser Ellipse gegenüber dem Radius r der Kugel R sehr klein, ebenso die Strecke F—G′ = W, kann man diese Strecke mit der genannten Ellipse so kombinieren, wie wenn wir die Zeichnung auf der erwähnten Tangentialebene ausführen dürften; wir ziehen also $G^{+}J^{+}$ parallel zu FF^{+}; G″J″ parallel zu FF″ usw., wobei die parallelen Strecken auch gleiche Länge haben. Wir bekommen dann die gestrichelte Kurve F′—J^{+}—J″—J^{++}—J′ als Ergebnis der Kombination der „Eigenbewegung" von F längs F—K mit der „parallaktischen Verschiebung" von F. Diese Kurve und auch der „mittlere Weg" W = F—G′ können wir von M aus auf die Kugel R_0 zurückprojizieren, deren Radius $r_0 = 1$ sei. Entspricht hierbei dem Wege F—G′ das Bogenstück f—g′ = e auf R_0, gemessen in Teilen von r_0, und ist r = MF = MG′ ebenfalls mit der Einheitsstrecke r_0 gemessen, so ist $W = r \cdot e$.

Man beachte nun:

Was im Vorstehenden geschildert wurde, ist rein geometrische Schöpfung und gar nicht etwa die photographische Wiedergabe beobachteter astronomischer Phänomene: wir meinen in dieser Beziehung die Einführung der Bildpunkte F von der „zweiten Art". Es kann jetzt nach den oben durchgeführten geometrischen Vorbetrachtungen darauf hingewiesen werden, woher der Astronom die p-Werte hat, mit deren Hilfe er nach der Gleichung $r = \frac{a}{p}$ die r -Koordinaten der F-Punkte bestimmt. Wir müssen da hinweisen auf die Figur III: «Bild der Himmelssphäre; System des Äquators» und auf XXV: «Geozentrisches System. Eigenbewegung. Jährlicher Verlauf». Auf den Kugeln dieser Figuren sind die Bildpunkte der Sterne verzeichnet oder verzeichnet zu denken. Man setze diese Kugeln identisch mit der in der vorliegenden Figur als R_0 bezeichneten Kugel als Trägerin der f-Punkte. — Nun ist in den vorhin genannten Figuren erläutert worden, daß es notwendig ist, auf der Kugel zwischen gegenseitig fixen Punkten und in bezug auf diese Punkte beweglich gedachte Punkte zu unterscheiden; denn nur dadurch ist es möglich, die teilweise als unveränderlich befundenen, teilweise veränderlichen Winkelabstände der Fixsterne voneinander im geometrischen Bilde darzustellen. Es wurde in jenen Figuren gezeigt, daß man den auf der Kugel abgebildeten Beobachtungsdaten — darstellbar durch die sphärischen Koordinaten von Kugelpunkten — in gewisser Hinsicht Genüge leisten kann, wenn man die Bahnkurve von auf der Kugelfläche beweglich gedachten Punkten geometrisch so konstruiert, wie es oben für einen F-Punkt auf der Kugelfläche R_3 und auch für den Projektionspunkt f auf der Kugl R_0 erläutert wurde: diese Bahnkurve — etwa für den f-Punkt auf R_0 — ergibt sich nämlich durch Kombination eines kurzen, als geradlinig zu betrachtenden Bogenstückes e eines größten Kugelkreises mit einer kleinen Ellipse, deren halber großer Durchmesser den Wert p hat. (Sowohl e wie p sind aber von Fall zu Fall verschieden zu denken für verschiedene F-Punkte.) Es ist nun oben erläutert worden, daß man die zu F gehörige Ellipse auf der Kugelfläche R, wo sich F befindet, auffassen kann als Projektion eines um F beschriebenen Kreises mit dem Radius a (gleich jenem des E-Kreises um M), dessen Ebene jener des D-Kreises parallel ist; und zwar als Projektion von der Kugelmitte M aus auf die Tangentialebene der Kugel R im Punkte F. In analoger Weise kann man auch die kleinen Ellipsen um die f-Punkte auf der Kugel R_0 auffassen als Projektionen von kleinen Kreisen — mit von Fall zu Fall verschiedenen Radien p —, deren Ebenen jener des D-Kreises parallel sind; und zwar als Projektionen von der Kugelmitte aus auf jene Teile der Kugelfläche R_0, welches die engeren Umgebungen der Punkte f sind. [In der Figur ist das Kreischen um f bei ② zu sehen.] Die vier Hauptpunkte auf diesen kleinen Kreisen, und somit auch jene auf den zugehörigen Ellipsen, wenn man sie auffaßt als Stationen eines auf dem Kreis bzw. der Ellipse umlaufenden Punktes, korrespondieren mit den vier Hauptstationen eines auf dem E-Kreise umlaufend gedachten Punktes. Diesen E-Kreis um M kann man sowohl „heliozentrisch" wie „geozentrisch" deuten. In der Figur «Geozentrisches System. Eigenbewegung» wurde er als der Kreis für die Bildpunkte der Sonne gedeutet; und es zeigte sich dort, daß in gewisser Hinsicht den Beobachtungsdaten Genüge geleistet wird, wenn die vier Hauptpunkte jener kleinen Ellipse, die dem dort betrachteten f-Punkte zugeteilt wurde, als in Korrespondenz mit entsprechenden vier Punkten auf dem Bildkreis für die Sonnenbahn angenommen werden. Was folgt

daraus? Angenommen, die in der Literatur angegebenen Beobachtungsdaten, die der Konstruktion der erwähnten Figur zugrunde liegen, seien vertrauenswürdig, und die gedankliche Verallgemeinerung in Hinsicht auf das Verhalten anderer Sterne sei erlaubt, so wären wir genötigt zu sagen: Was wir im Sinne jenes geozentrischen Bildes, das sich eng an die phänomenalen Tatbestände anlehnt, die „jährliche Eigenbewegung" von Fixsternen nennen können (d. h. einfach das Phänomen, daß deren Winkelabstände von benachbarten Vergleichssternen unter bestimmten, einzuhaltenden, in gleicher Art wiederkehrenden Umständen gemessen, sich von Jahr zu Jahr um meßbare Beträge ändern), verläuft nicht ungestört, sondern zeigt eine gewisse Abhängigkeit vom jährlichen Umlauf der Sonne im Tierkreis; die Abhängigkeit ist derart, daß die Fixsterne — einige mehr, andere weniger — sozusagen mitschwingen in dem jährlichen Rhythmus der Sonne, ihren Umlauf in kleinem Maßstabe spiegelnd. Das offenbart sich eben der geometrisch-mathematischen Interpretation der Phänomene dadurch, daß wir genötigt werden, die vorgestellte gleichmäßige Bewegung der Bildpunkte dieser Sterne längs größten Kugelkreisen zu kombinieren mit kleinen Kreisen bzw. Ellipsen. Diese Tatsache des Mitschwingens — insofern, wie gesagt, die Beobachtungen so kleiner, in Betracht kommender Winkeländerungen vertrauenswürdig genug sind, daß man von physisch beobachtbaren Tatbeständen sprechen darf — hätte an sich nichts Befremdliches, sondern es würde hierdurch im Gegenteil bekräftigt, daß das von der Erde aus beobachtbare Phänomen des jährlichen Umlaufes der Sonne im Tierkreis als eine wirkliche physische Tatsache, mit Wirkungen verbunden auch der Sternenwelt gegenüber, angesehen werden muß. Und auch vom Standpunkte der geisteswissenschaftlichen, übersinnlichen Forschungen Rudolf Steiners läßt sich sagen: In der Sonne und den Fixsternen haben wir Ätherisches und Astralisches von gleicher Wesenhaftigkeit, was sich auch äußerlich offenbart im jährlich-periodischen Rhythmus des Ganges und äußeren Verhaltens der Fixsterne in Korrespondenz zum Gang der Sonne durch den Tierkreis. Es offenbaren sich hier verwandte Wesen mit gleichen inneren Lebensperioden. [Entgegen dieser Auslegung entspringt die „heliozentrisch-parallaktische" Umdeutung geometrischer Willkür; siehe unten.]

In vorliegender Figur sind die besprochenen Dinge in gewisser Hinsicht auch „geozentrisch" dargestellt; denn wir haben ja einen Umlauf von Punkten auf Kreisen um die F-Punkte uns vorgestellt und haben diese Kreise (mit dem Radius a) von der Bildmitte M aus auf jene Kugelflächen bzw. Tangentialebenen an sie projiziert, die zu den F-Punkten gehören. Man denke sich nun einfach alle F mit den ihnen entsprechenden f auf der Kugelfläche R_0 zusammenfallend und die gleichen Kreise mit den Radien a um die F ersetzt durch kleine Kreise mit verschiedenen Radien $p = \frac{a}{r}$ ($r = M—F$) um die einzelnen f-Punkte. Dann haben wir ein Bild vor uns, das ähnlich ist der Figur «Geozentrisches System. Eigenbewegung». Und in diesem Bilde kann man die Größen p als die ursprünglich gegebenen betrachten. Die Umdeutung dieses Bildes durch Einführung der F-Punkte mit den Koordinaten $r = \frac{a}{p}$ und Deutung des E-Kreises um M als vorgestellte Bahn des Bildpunktes der Erde beruht auf rein geometrischer Willkür. Es liegt im Bereiche unserer mathematischen Freiheit, dies zu tun. Wir können dann von Bildpunkten zweiter Art reden und ihren Entfernungen $r = M—F$ von der Bildmitte, ausgedrückt zunächst in Einheiten des Radius a des E-Kreises um M. Nun sind die genannten p-Werte, wie sie die geometrische Interpretation der Beobachtungsdaten liefern, sehr klein, im Winkelmaß stets kleiner als 1″. Nehmen wir einmal an, es wäre für einen Punkt $F_0 = f_0$ auf der Kugelfläche R_0 der p-Wert $p_0 = \mathrm{tg}\frac{1}{5}'' = \frac{1}{5}\ \frac{1}{206\,265} = \frac{1}{1\,031\,525}$; dann wäre der Radius r_0 der Kugel R_0, ausgedrückt durch die Einheit a, von der Größe $r_0 = \frac{a}{p_0} = 1\,031\,525\,a$. Ferner folgt aus der Beziehung $r \cdot p = r_0 \cdot p_0 = a = \text{const.}$ für $r: r = r_0 \frac{p_0}{p} = r_0 \frac{\pi_0''}{\pi''}$. Man kann also r auch ausdrücken in Einheiten des Radius r_0 der Kugelfläche R_0; hierbei setze man $\pi_0'' = \frac{1}{5}''$ und für π'' jenen dem p-Wert entsprechenden Sekundenwert. Diese letzteren Werte und zugehörigen r-Werte für einige Bildpunkte F zweiter Art von Sternen sind in der Tabelle zur Figur «Gleichwertige Leuchtkräfte» enthalten.

Nun ist klar, daß dasjenige, was durch diese Rechnungen als Abstände der F-Punkte von M und von den Punkten des E-Kreises sich ergibt, nicht Abbild einer phänomenalen Wirklichkeit ist, auch nicht das Verhältnis der F-Punkte zueinander. Wir haben in bezug auf das im Modell technisch ausgeführte, gedachte Bild gesprochen von roten, gelben, grünen Lichtern, die von einem in der Nähe des Zentrums der Anlage befindlichen Beobachter in bezug auf sehr weit entfernt gedachte blaue Lichter parallaktische Verschiebungen zeigen. In diesem Sinne dürfen wir nicht ohne weiteres das Bild auf die Fixsterne übertragen. Denn diesen gegenüber ist die einzig empirisch gegebene räumliche Basis die Ausdehnung unserer Erdoberfläche. Nun sieht man zwar von verschiedenen Standorten der Erde aus gleichzeitig etwa die Venus oder die Mondscheibe an verschiedenen Stellen der den Hintergrund bildenden Sonennscheibe vorüberziehen: man kann hier von parallaktischen Wirkungen der erstgenannten Scheiben in bezug auf letztere sprechen. So etwas zeigt sich im Verhältnis der Fixsterne zueinander nicht, wenn man sie gleichzeitig von verschiedenen Erdorten aus betrachtet: die Redeweise von gemessenen Fixsternparallaxen ist irreführend: die p-Werte entstammen anderen Quellen (siehe oben). Die Umdeutung geschieht erst im Bilde.

Zu Figur XXVII:

A. Ausbreitung des Lichts. B. Gleichwertige Leuchtkräfte.

Die vorliegenden Figuren sollen erläutern, in welcher Art man die an irdischen Lichtquellen gemachten Erfahrungen in gedanklicher Art auf die Leuchtkräfte der Sterne in neuerer Zeit übertragen hat und welche die hypothetischen Vorstellungen sind, die bewußt oder halb bewußt dieser Übertragung zugrunde liegen.

Man denke sich (Fig. A) eine Lichtquelle M mit einer gewissen erhellenden Kraft J im Koordinatenursprung. M sei vergleichsweise punktförmig und nach verschiedenen Richtungen, z. B. nach rechts hin, gleichmäßig ausstrahlend. Wir betrachten jenen Teil i von J, der dem in der Figur angedeuteten Kegel mit dem räumlichen Öffnungswinkel f_0 angehört; f_0 ist das Stück einer Kugelfläche um M mit dem Radius $r_0 = 1$ [Kugel R_0 in der Figur]. Legen wir um M konzentrische Kugelflächen; aus irgendeiner von ihnen mit dem Radius r wird von unserem Kegel ein Stück von der Größe* $f = r^2 \cdot f_0$ herausgeschnitten. Die Helligkeit der Fläche f_0, hervorgebracht durch i, sei h_0; wir können i messen durch das Produkt $i = f_0 \cdot h_0$ (und z. B. $h_0 = 1$ setzen); die Helligkeit von f, hervorgebracht durch dieselbe Kraft i, sei h; und wieder bestehe die Beziehung $i = f \cdot h$. Dabei wird vorausgesetzt, daß die erhellende Kraft trotz ihrer räumlichen Ausbreitung in ihrer Totalität erhalten bleibe, d.h. daß sie keine Absorptionen (durch die Luft usw.) erfahre, — eine Annahme, die in der Wirklichkeit nie strenge erfüllt ist und also ein bloß vorgestellter Idealfall ist. Nur in diesem Falle haben wir die Beziehung $f \cdot h = i = f_0 \cdot h_0$. Hieraus und aus * folgt: $h = \frac{h_0}{r^2}$, d. h. die Erhellung (pro Flächeneinheit) h nimmt ab mit dem Quadrat der Entfernung von S.

Dieser geometrischen Beziehung entsprechend läßt sich (bei geringen Luftabsorptionen) etwa folgendes wahrnehmungsmäßig feststellen: Man lasse durch eine Lichtquelle von der Kraft J in einer willkürlichen Entfernungseinheit $r_0 = 1$ eine Fläche bestrahlen, deren so erzeugte Helligkeit h_0 genannt sei; nun kann unser Auge feststellen, damit die gleiche Flächenhelligkeit erhalten bleibe, daß es nötig ist, aufzustellen

in einer Entfernung $r = 2$ von der Fläche 4 Lichtquellen von der Stärke J;
„ „ „ $r = 3$ „ „ „ 9 „ „ „ „ „ „
„ „ „ $r = 4$ „ „ „ 16 „ „ „ „ „ „ .

In unserer Figur, die diese Beziehungen versinnlichen soll, sind aber als r-Werte nicht solche einer arithmetischen Reihe, sondern solche einer geometrischen Reihe angenommen. — Wir denken uns, das erleuchtete Flächenstück s sei im Koordinatenursprung M; die wachsenden Entfernungen $r = r_m$, in denen wir unsere Lichtquellen anzunehmen hätten, seien in Übereinstimmung mit dem in Fig. XVII «Photometrische Leuchtkräfte» mitgeteilten Potenzgesetze $r_m = c_0^m$, wo $c_0 = 10^{0.2}$. Es ergeben sich dann für verschiedene m die nebenstehenden Werte r_m. Wir fragen jetzt nach der Zahl z_m der Lichtquellen, die wir in der Entfernung r_m von S aufstellen müssen, damit s stets dieselbe Helligkeit h_0 habe, wie sie erzeugt wird durch e i n e Lichtquelle von der Stärke J in der Entfernung $r_0 = 1$. Wir haben nach obigem: $h_m = \frac{h_0}{r^2_m}$ = Helligkeitsgröße, die durch J in der Entfernung r_m erzeugt wird. Nun soll gelten: $z_m \cdot h_m = h_0$; also folgt $z_m = r^2_m = c_0{}^{2m} = c^m$, wo $c = 10^{0.4}$ ist. Werte für z_m: siehe Tabelle.

m	0	1	2	3	4	5
R_m	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
r_m	1	1.58	2.51	3.58	6.31	10
$z_m = r^2_m$	1	2.51	6.31	15.85	39.81	100

In unserer Figur haben wir diese Zahlen z_m (aufgerundet: 6, 16, 40, 100) dargestellt durch die Sternchen gleicher Größe — welche gleiche Leuchtkräfte J versinnlichen sollen —, die wie Blumenkränze die Flächen $f_m = r_m{}^2 \cdot f_0$ umgeben, und die jeweils auf derselben Kugelfläche zu denken sind wie das Stück f_m selbst, damit sie alle gleichen Abstand von M haben.

Wir wollen jetzt annehmen, die erhellende Kraft des Lichtes erfahre bei ihrer Ausbreitung noch eine merkliche Schwächung — man redet von «Lichtabsorption». Nehmen wir die Lichtquelle wiederum in M an: die von hier in unseren Kegel hereinstrahlende Kraft $i = h_0 \cdot f_0$ werde nun auf dem Wege bis zur Kugelfläche mit dem Radius r herabgeschwächt auf den Betrag $i \cdot e^{-ar}$; hier sei a = const. und e = Basis der natürlichen Logarithmen. — Statt der oben angegebenen Gleichung $f \cdot h = i = f_0 \cdot h_0$ müssen wir jetzt schreiben: $f \cdot \bar{h} = i\, e^{-ar}$, $= f_0 \cdot h_0 \cdot e^{-ar}$ und da $f = r^2 \cdot f_0$ ist, so folgt hieraus: $\bar{h} = \frac{h_0}{r^2} e^{-ar} = h \cdot e^{-ar}$.

Hier bedeutet also $\bar{h}$ eine Helligkeitsgröße in der Entfernung r von S, die kleiner ist als h, die für den Idealfall gilt, wenn a = o ist, d. h. wenn keine Absorption angenommen wird. — Wir fragen uns jetzt: für welches $r = \bar{r}$ wird unter Zugrundelegung der neuen Beziehung für die h-Größen gerade $\bar{h} = h = \frac{h_0}{r^2}$? Es müßte für diesen Fall die Gleichung bestehen: $h = \frac{h_0}{\bar{r}^2} e^{-a\bar{r}} = \frac{h_0}{r^2}$ oder: $\bar{r}^2\, e^{a\bar{r}} = r^2$, und hieraus ergibt sich: $e^{\frac{1}{2}a\bar{r} + \lg \bar{r}} = r$ oder: $\frac{1}{2} a\bar{r} + \lg \bar{r} = \lg r$ und, nach Einführung von Logarithmen mit der Basis 10: $\frac{1}{2} \cdot \mu a\bar{r} + \log \bar{r} = \log r$. Hier bedeutet $\mu = \log e = 0.43429$ $\log r = \mu \lg r$.

Nehmen wir jetzt an, es sei $r = r_m = c_0{}^m$ als Funktion von m gegeben, so wie es die Kurve J auf der Tafel «Photometrische Leuchtkräfte» in Teilfigur (h) darstellt. Ist $c_0 = 10^{0.2}$, so folgt $\log r = m \cdot \log c_0 = \frac{m}{5}$, und

wir bekommen nach obigem für m: $(\frac{5}{2}\,\mu\,a)\,\bar{r} + 5\log\bar{r} = m$ | $p\cdot\bar{r} + 5\log\bar{r} = m$ | In der Figur ist $p = {}_1{}^1{}_2$.

Wenn uns also die Kurve J die Darstellung der Funktion $j(r) = 5\log r$ bedeutet, die Gerade G aber die Darstellung von $p\cdot r$ (p = const. = $\frac{5}{2}\,\mu a$), so erhalten wir die Ordinaten der Kurve $\bar{J}$ als die Summe: $j(r)+pr = RJ+RG = R\bar{J}$.

Dieser Summationsprozeß ist in der Figur für R_3, J_3, G_3 angedeutet. — Wenn wir nun die Kurve $\bar{J}$ auf die Achse $\bar{r}$ beziehen, dabei aber für einen bestimmten Punkt denselben m-Wert wie für einen entsprechenden Punkt auf J ins Auge fassen, so erhalten wir auch zwei zueinandergehörige r, $\bar{r}$, denen zugeordnet sind gleiche h-Werte in der vorliegenden Figur «Ausbreitung des Lichtes»: r für den Idealfall ohne Absorption, $\bar{r}$ für den Fall angenommener Absorption.

Nehmen wir für die folgenden Überlegungen den Idealfall ohne Absorption, da die hierher gehörigen Gedanken ihrem wesentlichen Sinne nach durchaus im Bilde dieser Annahme sich darstellen lassen. — Man denke sich also in Figur B «Gleichwertige Leuchtkräfte» wie in A konzentrische Kugeln R_m um die Bildmitte M gelegt, mit den Radien $r_m = c_0{}^m$ m = 0, 1, 2, 3 . . .; und man stelle sich in der Nähe der Kugelfläche R_0 Lichtquellen von verschiedenen Leuchtkräften i_n vor, die aber z. B. einer Reihe von der Form $i_n = \frac{i_0}{c^n}$ [$c = 10^{0.4}$] n = 0, 1, 2, 3 . . . angehören mögen. In der Figur sind durch Sternchen verschiedener Größe solche Leuchtkräfte auf der Innen- und Außenseite Kugelfläche R_0 bis n = 6 dargestellt.

Nun denken wir uns eine bestimmte dieser Leuchtkräfte i_n, die in der Entfernung $r_0 = 1$ von der Bildmitte sich befindet, in bezug auf ihre dort auf einem Flächenelement hervorgerufene Erhellung von der Größe $h_n = \frac{i_n}{r_0{}^2}$ *, ersetzt durch eine gleichwertige Leuchtkraft $i_{n,\,m}$ in der Entfernung r_m von der Bildmitte M, wobei die Beziehung walten muß: $h_n = \frac{i_{n,\,m}}{r^2{}_m}$ **. Somit ergibt sich wegen $r_0 = 1$ aus * und **: $i_{n,\,m} = r^2{}_m\, i_n$ | • n = const. m = 0, 1, 2, 3 . . .

[In der Figur geht m bis 6.]

Die durch diese Gleichung dargestellte Möglichkeit der Ersetzung einer Leuchtkraft von bestimmter Größe i_n in der Entfernung $r_0 = 1$ von M durch andere Leuchtkräfte in anderen Entfernungen r_m ist in der Figur so dargestellt, daß die in bezug auf ihre erhellende Wirkung in S «gleichwertigen» Leuchtkräfte i_n $i_{n,\,1}$ $i_{n,\,2}$ $i_{n,\,3}$ . . . in den Entfernungen r_0 r_1 r_2 r_3 . . . von M durch je eine gestrichelte Linie miteinander verbunden sind.

Wir haben bis jetzt bloß gesprochen von i r d i s c h e n Lichtquellen und vom Ausbreitungsgesetz des ihnen eigentümlichen sog. «d i v e r g e n t e n» L i c h t e s; dabei ergab sich für den betrachteten Grenzfall, wo die Absorption = Null angenommen wird, für die erhellende Kraft pro Flächeneinheit eine Funktion, die proportional $\frac{1}{r^2}$ mit der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt. Diese Beziehung würde aber nicht gelten für Licht, das p a r a l l e l s t r a h l i g gemacht worden ist, z. B. indem man eine Lichtquelle in den Brennpunkt einer Linse stellt (oder Linsenkombination): das aus der Linse ausstrahlende „parallele" Licht verliert mit wachsender Entfernung nicht wegen Divergenz an Intensität, sondern wegen der nie zu beseitigenden Absorption im Luftraume.

Wir wollen jetzt erläutern, in welcher Art die modernen Astronomen die vorhin für irdische Lichtquellen mit divergentem Licht entwickelten Gedankengänge auf die Lichter des Himmels vorstellungsgemäß übertragen haben. Um uns verständigen zu können, denke man sich die in den Figuren A, B angedeutete Kugel R_0 mit dem Radius $r_0 = 1$ identisch mit den groß gezeichneten Kugelflächen, tragend die Bildpunkte der Fixsterne, die wir dargestellt haben auf den Tafeln:

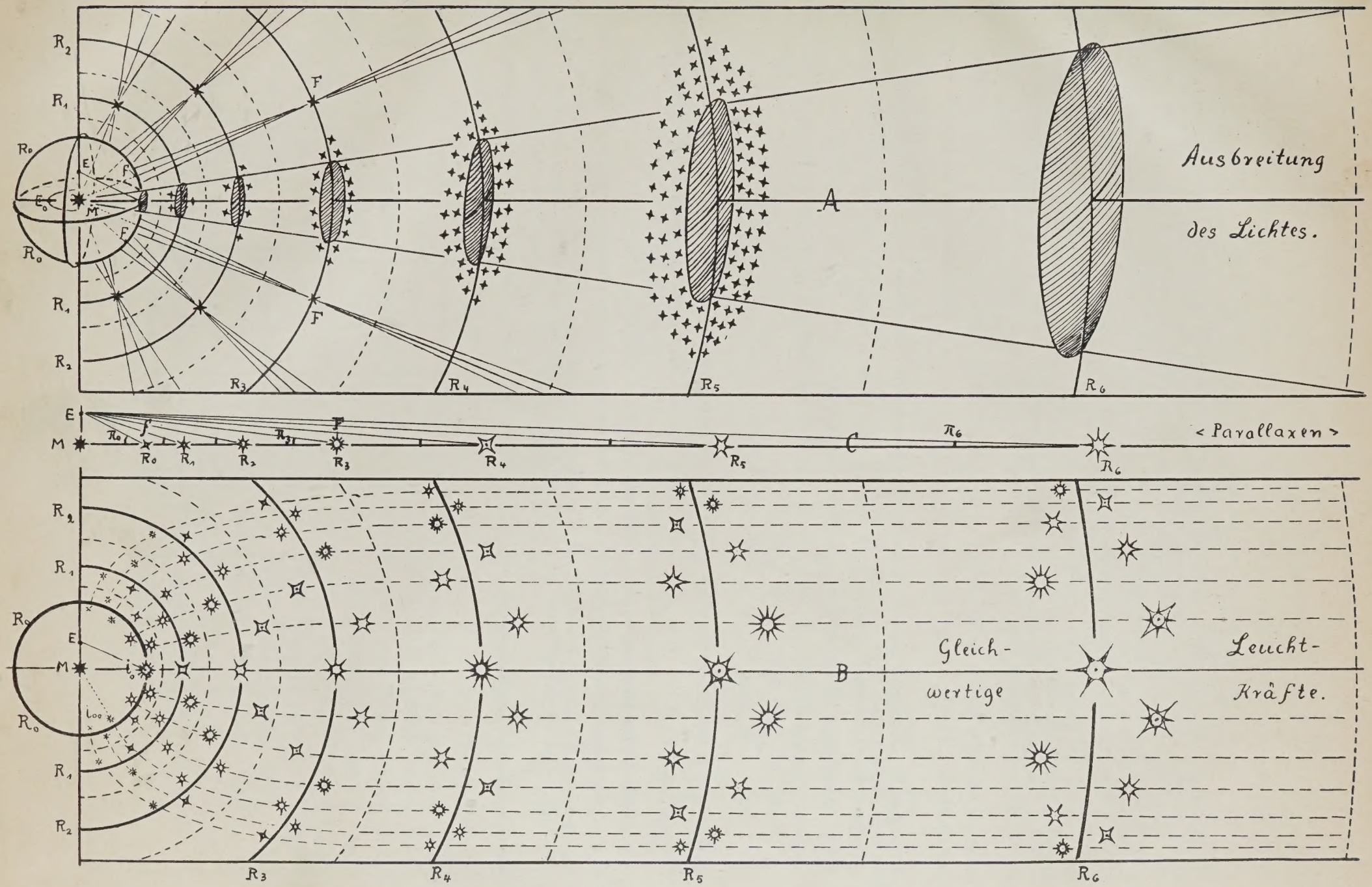
III. «Himmelssphäre, Milchstraße; System des Äquators.»
IV. «Milchstraße; System der Ekliptik»; «Sternzonen der Sphäre».
V. «Kopernikanisches Vorstellungsbild.» «Erdbahn».
XXV. «Geozentrisches System. Eigenbewegung. Jährlicher Verlauf».
XXVI. «Parallaktische Verschiebungen. Entfernungen» (innerste Kugel).

Man denke sich auf diesen Kugeln die Bildpunkte f der Fixsterne mit ihren vorgestellten Leuchtkräften symbolisch (z. B. durch Sternchen verschiedener Größe) dargestellt; die zahlenmäßigen Beträge i_n dieser Leuchtkräfte seien jene, welche die Sternphotometrie ermittelt hat. [Vgl. Figur: «Photometrische Leuchtkräfte» man denke sich in jener Figur den Buchstaben m, insofern er die Helligkeitsklasse bezeichnet, in bezug auf den an jetziger Stelle gemachten Gedankengang durch n ersetzt, also i_n statt i_m geschrieben, weil die Beziehung zu r_m im hier gedachten Falle eine andere ist, nämlich die durch Gl. • dargestellte.] Es wären dies also die Größenwerte von Leuchtkräften, die denen entsprechen, von denen wir oben sagten — insofern wir uns da dachten, wir hätten es mit Lichtquellen irdischer materieller Natur mit sozusagen greifbaren, jedenfalls örtlich feststellbaren Quellstellen zu tun — wir wollten uns ihre Ausgangspunkte in einer und derselben Entfernung $r_0 = 1$ von einem gemeinsamen Zentrum M, also auf einem Kreise oder einer Kugelfläche angeordnet vorstellen. — Nun setzt in den Köpfen neuerer Astronomen ein bilderzeugender Gedankenprozeß ein, der folgendes physische Vorkommnis zum Vorbild eines geometrisch deutbaren mathematischen Verfahrens nimmt: wir haben oben gesehen, daß, wenn eine irdische Lichtquelle in einer Entfernung $r_0 = 1$ von unserem Standort gegeben ist, und ihre hier festgestellte erhellende Kraft — etwa pro Flächeneinheit — das Maß i_n hat, wir diese Lichtquelle durch eine andere von anderer Stärke in einer anderen Entfernung r_m e r s e t z e n können, deren erhellende

Kraft pro Flächeneinheit (bei unserem Standort) dieselbe ist wie diejenige der erstgenannten Lichtquelle; damit aber dies der Fall sei, müßte jene Lichtquelle in der größeren Entfernung r_m, wenn man sie in die Entfernung $r_0 = 1$ verbringt, pro Flächeneinheit an unserem Standorte eine erhellende Wirkung hervorbringen, deren Maß $i_{n,m} = r^2_m \cdot i_n$ ● wäre, das also je nach dem Betrag von r_m entsprechend größer sein müßte als i_n. — Dieses Ersetzen der nun im Bilde gegebenen Werte i_n — welche Punkten auf einer Kugelfläche mit dem Radius $r_0 = 1$ zugeordnet sind — durch andere Werte, gemäß Gl. ●, geschieht geometrisch gedeutet so (vgl. Figur A): Es sei f der Bildpunkt eines Sternes auf der Kuglfläche R_0 mit dem Zentrum M; ziehen wir jetzt die Gerade M—f und denken wir uns auf ihr, außerhalb der Kugel in einer bestimmten Entfernung r_m von M einen zweiten Bildpunkt F des Sternes; diesem Punkte schreiben wir einen Zahlenwert $i_{n,m}$ zu, der durch Gl. ● bestimmt ist, während dem Punkte f der Zahlwert i_n zugeordnet ist. Physisch gedeutet, handelt es sich um zwei „gleichwertige" Leuchtkräfte in verschiedener Entfernung. Eine der in Figur B dargestellten Reihen solcher „gleichwertiger Leuchtkräfte" ist auch in C längs einer Geraden dargestellt; die Bildsternchen auf der Geraden haben solche Entfernungen r_m von M, die den Radien der Kreise (Kugeln) R_m in A und B entsprechen; f liegt bei R_0, F ist bei R_3 angenommen. — Indem nun die astronomischen Theoretiker die durch Gl. ● angedeutete mathematisch-geometrische Operation ausführen, haben wir natürlich diesem Tun gegenüber die Frage: woher nehmen sie die r_m-Werte für die einzelnen Bildpunkte F der Fixsterne und welche geometrische Vorstellung führt sie darauf? [Die Werte i_n, welche die Gl. ● als bekannt voraussetzt, bekommen sie von der Photometrie geliefert.]

Es muß da zum ersten darauf hingewiesen werden, was wir im Text zur Figur «Kopernikanisches Vorstellungsbild». «Erdbahn» dargelegt haben: Der Astronom denkt sich da den Bildpunkt der Erde um den Bildpunkt der Sonne kreisend in einem solchen Zeitintervall, das er gedanklich der Länge eines Jahres zuordnet. — Es sei nun (vgl. vorliegende Fig. A) in M der Bildpunkt der Sonne; E bedeute jener der Erde, sei aber nicht ruhend, sondern um M herumlaufend gedacht auf einem Kreis mit dem Radius ME = a. Als Ebene dieses Kreises kann z. B. jene gewählt werden, deren Schnittlinie mit der Ebene der Zeichnung die Gerade M—A ist, und die senkrecht zu dieser Ebene gedacht werden muß. [Dieser Kreis ist wenigstens zur einen Hälfte bei E_0 gezeichnet; er ist aber im Verhältnis zur Kugel R_0 viel zu groß, sofern R_0 jene Sphäre bedeuten soll, welche in Fig. V «Kopernikanisches Vorstellungsbild» die Bildpunkte der Sterne trägt.] Eine beliebige Gerade M—F schließe mit der Ebene dieses Kreises, d. h. mit der Geraden M—A, den Winkel β ein. Ziehen wir nun von jeder Stellung des kreisenden Punktes E_0 nach einem außerhalb der Kugel R_0 gelegenen Punkte F eine Gerade, so bilden alle diese Geraden den Mantel eines dünnen elliptischen Kegels, dessen Achse MF, und dessen Schnittlinien mit der Ebene der Figur gezeichnet sind. Betrachten wir den Schnitt dieses Kegels mit einer Ebene durch M, für welche die Gerade M—F eine Normale ist, so haben wir eine kleine Ellipse vor uns, deren großer Durchmesser (in der Ebene des Kreises E_0!) den Wert 2a hat, während ihr kleiner Durchmesser das Maß $2a \cdot \sin \beta$ hat. Jene Strahlen, welche die Endpunkte des großen Durchmessers mit F verbinden, schließen mit der Kegelachse M—F (es sei Länge MF = r) einen Winkel π ein, der definiert ist durch die Gleichung $\operatorname{tg} \pi = \frac{a}{r}$ oder durch $\pi = \frac{a}{r}$. Diese letztere Beziehung gilt, wenn a im Vergleich zu r sehr klein ist und wenn π als das Längenmaß eines kleinen Bogens auf dem Einheitskreise gedacht wird. Der Wert π wird um so kleiner, je größer r ist. Wäre uns π gegeben, so könnten wir den r-Wert berechnen: $r = \frac{a}{\pi}$. — Nun ist der betrachtete Kegel ein Doppelkegel mit der Spitze F, und man kann sich ein Gegenbild des vorhin betrachteten elliptischen Querschnittes auf einer Sphäre denken, deren Radius größer als MF ist und deren Oberfläche von unserem Kegel längs einer kleinen Ellipse geschnitten wird; diese wäre natürlich um so größer, je weiter von F entfernt die Sphäre gedacht wird; es kommen aber hier bloß in Betracht die Winkelwerte, unter denen von M (oder E) aus betrachtet die Dimensionen der Ellipse erscheinen: da nun der große Durchmesser dieser Ellipse $2\,\bar{r}\pi = 2\bar{a}$ ist, der kleine das Maß $2\,\bar{r} \cdot \pi \cdot \sin \beta$ hat — wenn $\bar{r}$ der Abstand der Sphäre von F bedeutet, so erkennt man: wird $\bar{r}$ gegenüber MF = r als sehr groß vorausgesetzt, so erscheinen die Dimensionen der Gegenellipse von M oder E aus „betrachtet" beinahe so groß wie von F aus betrachtet; von F aus betrachtet aber erscheint der große Durchmesser der Ellipse unter dem Winkel $2\,\pi$, der kleine unter dem Winkel $2\,\pi \cdot \sin \beta$. Diese Voraussetzung machen nun die Theoretiker, und sie stellen sich, mathematisch gesprochen, vor, daß die Sphäre außerhalb F mit dem unbestimmt großen Radius $\bar{r} = r + \bar{r}$ (wobei $\lim \bar{r} = \infty$ gedacht wird) der Träger sei von solchen Bildpunkten der Sterne, die sie eben aus noch zu erwähnenden Gründen in so große Entfernung von der Bildmitte M (E) versetzen. — Es wurde im Text zu Fig. III «Milchstraße; System des Äquators» erläutert, wie wir genötigt werden zu unterscheiden zwischen gegenseitig „fixen" Bildpunkten auf der Kugelfläche und gegenüber diesen Punkten „beweglich" gedachten, um die im Laufe der Zeiten merkbar veränderlichen Winkelabstände einiger Sterne von anderen „ruhenden Vergleichssternen" auf der Kugel darstellen zu können. In vorliegender Figur A sei R_0 diese Kugel. Die gegenseitig fixen Punkte auf dieser Kugel sind nun jene, die nach dem oben besprochenen Vorgange — auf den von der Kugelmitte ausstrahlenden, durch sie gehenden Geraden — solche Punkte außerhalb R_0 zugeordnet bekommen, die auf einer sehr weit entfernten Kugelfläche liegen, mit einem unbestimmt großen Radius $\bar{r}$. — Hingegen ein „bewegter" f-Punkt auf der Kugel R_0 bekommt einen solchen Punkt F außerhalb R_0 zugeordnet, der in einer endlichen Entfernung r von der Kugelmitte M liegt. [Die „Bewegung" des Punktes f auf der Kugel muß dabei sehr gering gedacht werden; f soll einfach den „mitteren Ort" einer Folge von dicht beieinanderliegenden Bildpunkten eines und desselben Sternes, der seine Winkel-

XXVII


Ausbreitung
des Lichtes.
A
B
C
Gleich-
wertige
Leucht-
Kräfte.
< Parallaxen >
E
M
F
R0
R1
R2
R3
R4
R5
R6

abstände von benachbarten Vergleichssternen im Laufe der Zeiten langsam ändert, bedeuten; der zugeordnete Punkt F liegt auf der Geraden M—f.] Diese Entfernung MF = r wird nun bestimmt aus der Gleichung $r = \frac{a}{\pi}$. Hier wird $\pi = p$ gesetzt, das heißt gleich gesetzt dem halben großen Durchmesser jener kleinen Ellipse, die einem „bewegten" f-Punkte auf der Kugel zugehörig gedacht wird. In der Figur «Milchstraße; System des Äquators» wurde ein solcher „bewegter" f-Punkt mit S bezeichnet und als der mittlere Ort einer kleinen Ellipse mit dem halben großen Durchmesser p und dem halben kleinen Durchmesser p sin β gedacht. Es wurde darauf hingewiesen, wie die Phasen des auf der Ellipse umlaufend gedachten Punktes als korrespondierend v o r g e s t e l l t werden mit den zeitlich entsprechenden Stellungen des Bildpunktes der Sonne auf jenem Kreise, der ihre jährliche Bahn in bezug auf die Sterne im Tierkreisgürtel abbilden soll. Die dort ausdrücklich als „angenommen" bezeichnete Korrespondenz hat ihren Grund im kopernikanischen Vorstellungsbild: diesem entspricht in der vorliegenden Figur A die vorgestellte Kreisbewegung des Punktes E_0 um M und die Bewegung seines Gegenpunktes auf einer Sphäre um M mit dem sehr großen Radius r. Damit haben wir auf die Quelle hingewiesen, aus der der Astronom seine π- oder p-Werte schöpft; es wurde in den Figuren «Milchstraße; System des Äquators» und «Geozentrisches System. Eigenbewegung; jährlicher Verlauf» darauf hingewiesen, daß diese Werte in ziemlich willkürlicher Weise aus den Daten, welche die mikrometrischen, heliometrischen und photographischen Methoden liefern, herausgelesen werden.

In der folgenden Tabelle sind für einige Sterne die Werte π'' angegeben. [Nach Kobold: «Bau des Fixsternsystems».] Danach ist im Längenmaß: $p = \pi = \pi'' \frac{2 \cdot 3{,}14159}{360 \cdot 60 \cdot 60} = \pi'' \frac{1}{206 \cdot 265} = \pi''$ tg 1″. Alle bis jetzt in der Literatur angegebenen π''-Werte sind kleiner als 1″.

Die in der Tabelle mitgeteilten Daten entsprechen den bis jetzt gemachten Überlegungen. Zunächst sind nochmals angegeben die einzelnen m-Werten gehörigen Werte $r_m = c_0{}^m$, $c_0 = 10^{0.2}$, welches die Längen der Radien von Kugelflächen sind, auf welche in der Figur die Kreise R_m hindeuten. Dann folgen die reziproken Werte $\frac{1}{r_m}$, dann die Werte $\pi''_m = \frac{\pi_0''}{r_m} = \frac{1}{5\, r_m}$. Die Figur c «Parallaxen» weist hin auf die geometrische Bedeutung dieser letzteren Werte: man setze nämlich: M—E = a $M—R_m = r_m$ $\sphericalangle$ $ER_m M = \pi_m$. hier sei:
Figur: m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 . . . $M—R_0 = r_0$ $\sphericalangle$ $ER_0 M = \pi_0$. $r_0 = 1$
Es gilt nun die Beziehung: $r_m \cdot \text{tg}\, \pi_m = r_0 \,\text{tg}\, \pi_0 = a = \text{const.}$ $r_m = r_0 \frac{\pi_0}{\pi_m} = r_0 \frac{\pi_0''}{\pi''_m}$.
Und für kleine Winkelwerte: $r_m \cdot \pi_m = r_0 \cdot \pi_0 = a$

Setzt man nun speziell für $\pi_0'' = \frac{1}{5}''$, so bekommt man: $\pi''_m = \frac{r_0}{5\, r_m}$. Setzt man jetzt nicht $r_0 = 1$, sondern mißt r_0 durch die a-Strecke, so ergibt sich aus $r_0 \,\text{tg}\, \pi''_0 = a = r_0 \,\text{tg}\, \frac{1}{5}'' = r_0 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{206 \cdot 265}$ der Wert: $r_0 = 5 \cdot 206\,265\, a = 1\,031\,525 \cdot a$ für $a = 1$: $r_0{}^2 = 1\,064\,000\,000\,000$ (rund).

Im rechten Teil der Tabelle ist zunächst für jeden der angeführten Sterne die photometrische Helligkeitsklassen angegeben, in einer zweiten Kolonne die zugehörigen Helligkeitsgrößen i_n, berechnet nach der Formel $i_n = \frac{i_0}{c^n}$, indem willkürlich $i_0 = 100$ $c = 10^{0.4}$ gesetzt wurde. Es folgen dann die Werte e″ („jährliche Eigenbewegung") und π'' („jährliche Parallaxe") in Winkelsekunden. [Über die Bedeutung dieser Größen im Bilde: vgl. Figur: «Milchstraße; System des Äquators». Tafel III, auch Tafel XXV.]

m	r_m	$\frac{1}{r_m}$	$\pi''_m = \frac{1}{5 r_m}$	Stern	n	i_n	e″	π''	r	r^2	$i = r^2 i_n$	$j = \frac{i}{i_{00}}$
—1	0.63	1.585	0″.317	α_2 Centauri	0.4	69.2	3″.68	0″.752	$0.27 \cdot r_0$	0.07	4.84	1.13
0	1	1	0.200	α Canis maj.	—1.6	436.5	1.32	0.370	0.54	0.29	126.6	29.4
1	1.58	0.631	0.126	α Aquilae	0.9	43.6	0.65	0.232	0.86	0.74	32.3	7.5
2	2.51	0.398	0.080	μ Cassiopaja	5.2	0.8	3.77	0.130	1.54	2.37	1.9	0.44
3	3.98	0.251	0.050	α Tauri	1.1	36.3	0.19	0.109	1.84	3.38	122.7	28.5
4	6.31	0.158	0.032	ϑ Ursae maj.	3.3	4.8	1.10	0.090	2.22	4.93	23.7	5.5
5	10	0.100	0.020	α Aurigae	0.2	83.2	0.43	0.079	2.53	6.40	532.5	124
6	15.8	0.063	0.013	α Ursae min.	2.1	14.5	0.04	0.078	2.56	6.55	95	22.1
7	25.1	0.025	0.008	α Crucis	1.0	39.8	0.05	0.050	4	16	636.8	147
8	39.8	0.016	0.003	„Sonne"	3.4	$i_{00} = 4.3$		0.200	$1 \cdot r_0$			1

Aus den Werten π'' haben wir dann die in der folgenden Spalte angegebenen r-Werte berechnet — ausgedrückt durch die Streckenlänge r_0 —, indem wir ausgingen von der Formel: $r \cdot \operatorname{tg} \pi = r_0 \operatorname{tg} \pi_0 = a = \text{const.}$ oder für kleine π-Werte: $r \cdot \pi = r_0 \cdot \pi_0 = a$, also: $r = r_0 \frac{\pi_0}{\pi} = r_0 \frac{\pi_0''}{\pi''}$. Hierbei wurde wiederum $\pi_0'' = \frac{1}{5}''$ angenommen; denn die π''-Werte haben vergleichbare Größe mit den im linken Teil der Tabelle angegebenen π_m-Werten, so daß die resultierenden r-Werte durchaus innerhalb der Ausdehnungen unserer Figur Platz finden, nämlich bis gerade an die Kugelfläche R_3 heranreichen, für welche $r_3 = 3{,}98 = 4$ beträgt, welcher Wert dem Bildpunkte von α Crucis zukommt. Alle übrigen in der Literatur angegebenen π-Werte, welche kleiner als $0.05''$ sind, bekommen dann entsprechend größere r-Werte zugeordnet. (Unsere Figur reicht bis zum Grenzkreis $R_{6,5}$ mit $r_{6,5} = 20\, r_0$, wobei $\pi_{6,5} = \frac{1}{5 \cdot 20} = \frac{1}{100}$ ist.)

In der Tabelle sind ferner zu finden die Werte r^2, und vor allem die Werte $i = r^2 i_n$. Wir wollen uns an Hand von Figur B «Gleichwertige Leuchtkräfte» die Zuordnung dieser Werte zu einzelnen Punkten im geometrischen Felde klarmachen: Man denke sich die Werte i_n — es sind Verhältniszahlen, welche den vergleichenden Messungen der Sternhelligkeiten entstammen — seien als rein mathematische Größen zugeordnet solchen Punkten, die alle in nächster Nähe der Kugelfläche R_0 mit dem Radius $r_0 = 1$ sich befinden. Jeder dieser Punkte hat also eine gewisse, von anderen verschiedene „innere Wertigkeit", was man durch die verschiedene Größe der Bildsternchen an der Stelle dieser Punkte andeuten kann. Nun wird jedem dieser Punkte in einer bestimmten — von Punkt zu Punkt aber verschiedenen — Entfernung r von der Bildmitte M ein zweiter Punkt mit anderer innerer Wertigkeit $i = r^2 \cdot i_n$ zugeordnet, was wieder symbolisch durch die verschiedene Sternchengröße im Bilde andeutbar ist. Die genannte Beziehung kann rein geometrisch-mathematisch aufgefaßt werden; sie braucht nicht notwendig mit dem Gedanken an „gleich hell erscheinende physische Lichtquellen in verschiedener Entfernung" verknüpft zu werden, obschon ursprünglich die Erfahrungen an irdischen Lichtquellen zur mathematischen Formulierung und geometrischen Darstellung von Funktionsbeziehungen der angegebenen Art zwischen Zahlenwerten Veranlassung sein kann. — Es ist wichtig, daß man diese Dinge auch in dem eben entwickelten Sinne lesen lerne; sonst wird man über die grob-materialistische Deutung, wie sie in der heutigen Astronomie beliebt ist, kaum herauswachsen können. Wir werden im folgenden diese Deutung einer Analyse unterziehen.

Um diese Dinge zu durchschauen, ist es nötig, daß wir in der Figur noch einen Hilfspunkt E ins Auge fassen, der in einem sehr kleinen Abstand a von der Bildmitte M gedacht wird, d. h. klein im Vergleich zum Radius r_0 der Kugel R_0. Es ist also erlaubt zu setzen $E—R_0 = M—R_0 = r_0$. In bezug auf jene Punkte in der Nähe von R_0, denen vorhin die i_n-Werte zugeteilt wurden, kann also auch E als in der Bildmitte befindlich gedacht werden. — Nun aber möge man dem Punkte M eine gewisse innere Wertigkeit von der Größe J_0 zuschreiben, die man auch als das Ergebnis der formell angedeuteten Division $\frac{J_0}{a^2}$ für $a = 1$ auffassen kann. — Es werde jetzt dem Punkte M im Abstande r_0 von E — also in der Nähe von R_0 — ein zweiter Punkt mit einer solchen inneren Wertigkeit i_{00} zugeordnet, die sich als Zahlengröße aus der Gleichung $i_{00} = \frac{J_0}{r_0^2}$ ergebe.

Hierbei sei: $r_0 = 1\,031\,525 \cdot a$ oder $a = r_0 \operatorname{tg} \frac{1}{5}''$ Dann ergibt sich: $i_{00} = 4.3$
$J_0 = 10\,500\,000\,000 \cdot \ddot{\imath}$ $\ddot{\imath} = 436{,}5.$

Damit ist dem Punkte M mit seiner großen inneren Wertigkeit J_0 in dem „unbequem" kleinen Abstande a von E durch eine Divisionsoperation die sehr viel kleinere Wertigkeit i_{00} eines Punktes in der sehr viel größeren Entfernung r_0 von E zugeordnet worden; und die Zahl i_{00} ist nun sehr wohl vergleichbar mit den Zahlen i_n, — weil von derselben Größenordnung —, die wir nach Früherem den Punkten in der Nähe von R_0 zugeteilt haben, — aber auch vergleichbar mit den Zahlen i, welche zu Punkten gehören, die im geometrischen Felde außerhalb R_0 sich befinden. (Nur ganz wenige, nach der Tabelle nur drei, befinden sich innerhalb R_0.) Dieser Vergleich geschieht am besten, indem man die Verhältniszahlen $j = \frac{i}{i_{00}}$ berechnet. (Vgl. die letzte Spalte der Tabelle.) Es ist noch zu sagen, welchem physischen Vergleich die Zahl $N = \frac{J_0}{\ddot{\imath}} = 10\,500\,000\,000$ entstammt: In der Photometrie haben sich die Forscher bemüht, die erhellende Kraft J_0 der Sonne im Vergleich zu jener $\ddot{\imath}$ eines Sternes, z. B. des Sirius, abzuschätzen; für diesen wurde als relatives Maß seiner Leuchtkraft laut Tabelle der Wert $\ddot{\imath} = 436{,}5$ gesetzt. Für N existieren in der Literatur Angaben zwischen 756 Millionen (Huyghens) und 20 000 Millionen (Wollaston). Der oben angeführte N-Wert liegt in der Mitte; ihm ist zugeordnet der Wert $i_{00} = 4.3$, der wiederum die Größe der j-Werte bedingt. Diese j-Werte finden sich überall in der astronomischen Literatur angegeben, auch die $\ddot{\imath}$-Werte und r-Werte; nur unter anderen Namen. Darauf sei aber jetzt vor allem hingewiesen: Wir haben gesehen, daß wir alle diese Werte als Resultate rein geometrischer Anschauungen und ihrer rechnerischen Formulierung erhalten, indem wir immrr von den Bildpunkten gewisser Wahrnehmungsgegenstände, z. B. jener der Gestirne, reden. Nicht aber zwingt uns die Erfahrung, von diesen Gestirnen als „stofflichen" Kugeln im Sinne des Atomismus zu reden, sie unter dem Bilde tastbarer „Materie" vorzustellen. Diese Hypothese aber liegt der materialistischen Umdeutung des Bildes zugrunde: für sie „bedeutet" M die Sonne, E die Erde, a die Entfernung Sonne—Erde oder der „Erdbahnradius"; r_0 eine Größe von mehr als einer Million „Erdbahnradien"; die i_n-Werte

(als Verhältniszahlen aufgefaßt) „die scheinbaren Leuchtkräfte der Sterne"; die Werte $i = r^2 i_n$ die „absoluten" oder „wahren" Leuchtkräfte der als Stoff-Körper gedachten Sterne in den „wahren" Entfernungen r von der Erde; i_{00} wird genannt die „wahre" Leuchtkraft der Sonne im Vergleich zu jener der Sterne; und die Kolonne mit den Zahlen $j = \frac{i}{i_{00}}$ findet man in Astronomiebüchern überschrieben mit dem stolzen Titel: „Wirkliche Helligkeit der Sterne, jene der Sonne = 1 gesetzt". Und man formuliert Urteile wie diese: „Die wirkliche Helligkeit von α-Aurigae ist 144 mal größer als jene der Sonne; die von α Ursae minoris 22 mal usw." Und auch das andere Urteil findet sich, die Größe $r_0 = 1\,031\,525 \cdot a$ umdeutend: „Die unserer Erde benachbarten Fixsterne sind etwa in einer mittleren Entfernung von einer Million Erdbahnradien zu denken." (Vgl. die Würdigung solcher Urteile im Texte zu den Tafeln XXI XXV XXVI.)

Dieses letztere Urteil in bezug auf das Größenverhältnis von r_0 zu a und die hieraus sich ergebenden Verhältnisse aller übrigen r-Werte zu a ist aber das Grundurteil, aus dem alle anderen Größenverhältnisse in der oben mitgeteilten Tabelle rein mathematisch sich ergeben, vorausgesetzt natürlich, daß die π''-Werte gegeben vorliegen. Nun aber haben wir gerade in bezug auf dieses Grundurteil im Text zur Figur «Parallaktische Verschiebungen. Entfernungen» gezeigt, daß es einer rein bildlich geometrischen Umdeutung gegebener kleiner Winkelgrößen p, deren Betrag in Sekunden hier π'' genannt wurde, entspringt. [Über die Herkunft dieser p-Werte vergleiche man die Figuren «Himmelssphäre; System des Äquators» und «Geozentrisches System. Eigenbewegung».]

Wir müssen uns aber gegen die materialistische Umdeutung solcher bildhafter Darstellungen wehren. Die Fixsterne sind, rein erscheinungsgemäß betrachtet, nicht Stoffatome im irdischen Sinne; an „Stofflichem" nimmt man nur Farbenqualitäten wahr; man sieht rötliche, gelbliche, bläuliche Sterne, und auch das Spektroskop enthüllt nur differenzierte Farbenqualitäten. Jene Umdeutung also, die im Sinne des kopernikanischen Bildes vorgenommen wird und welche die geometrischen F-Punkte als Abbilder irdisch-stofflich gedachter Kugeln von gewaltigen Dimensionen betrachtet und das Bildzentrum als Abbild einer ebenso stofflich vorgestellten Sonnenkugel, von der erstere ungeheure Abstände hätten, entspricht nicht den Phänomenen; sie hat vielmehr ihren Grund in dem Stolz des erwachten Vorstellungsvermögens, das sich insbesondere auf dem geometrisch-mathematischen Gebiete ausleben kann und reine Rechnungsresultate mit Namen von kosmischer Bedeutung benennt, das, statt sauber, ehrlich und bescheiden von geometrischen Punkten im Vorstellungsfelde mit ihren Beziehungen zu reden, von den atomistisch gedachten „Gestirnen" redet, ihren Entfernungen, Größen usw. Zu solchem Reden aber geben die Phänomene kein Recht. Indem aber die neuere Astronomie immer dieses Gedankenbild mit den irreführenden Namensbezeichnungen für geometrische Verhältnisse in den Vordergrund stellt, gibt sie in mathematisch nicht durchsichtigen populären Schriften, welche auf die breite Schicht der Gebildeten und des Volkes maßgebenden Einfluß haben, Veranlassung, die rein phänomenale Welt zugunsten geometrischer Einbildungen und atomistischer Hypothesen zurückzudrängen und zu einer ganz falschen erkenntnistheoretischen und moralischen Wertung dieser Welt der Erscheinungen zu verleiten, die das gesunde Lebensgefühl gefährtdet. Eine solche gedankliche Negation der Phänomene ist es, wenn man z. B. — (auf Grund der in obiger Tabelle mitgeteilten Verhältniszahlen j) — das Urteil prägt: „Unsere Sonne ist nur ein Fixstern mittlerer Größe unter Millionen anderen", — wo doch die lebensvolle Seins-Wirklichkeit dem gesunden Auffassungsvermögen für die Phänomene täglich die unvergleich-überragende Bedeutung unserer Sonne nahelegt. Und in das Bildgewebe atomistischer Hypothesen taucht man unter, wenn man sich die Millionen Fixsterne wie Millionen stofflicher Gaskugeln vorstellt.

Noch ein geometrischer Begriff und seine gedankliche Umdeutung seien hier erwähnt. Wir haben gesehen, daß im allgemeinen verschiedene Sterne als Bildpunkte F solche mit verschiedenen r- und i-Werten zugeordnet bekommen [vgl. Tabelle]. Denken wir uns die Berechnung der r- und i-Werte für sehr viele F-Punkte durchgeführt; fassen wir sodann alle jene F-Punkte ins Auge, die in ungefähr derselben Richtung von der Bildmitte aus in ungefähr demselben Abstand r von dieser sich befinden. Es werden sich dann in einem gewissen, enger umgrenzten Felde — welches etwa der Volumeinheit entsprechen möge — F-Punkte mit verschiedenen i-Werten befinden, die man aber in Gruppen einteilen kann, von denen jede die Punkte mit ungefähr gleichen i-Werten enthält: Und man kann dann von „Mischungsverhältnissen" dieser i-Werte reden, d. h. ihren verhältnismäßigen Anzahlen pro Volumeinheit. Die umdeutenden Theoretiker reden in diesem Sinne von dem „Mischungsverhältnis der absoluten Leuchtkräfte der Sterne".

Verzeichnis der Figurentafeln.

Ia **Kugelbild des Himmels. Sonnenlauf. Sternenlauf.**
Ib **Kugelbild des Himmels. System des Horizontes. Mondumlauf im Tierkreis.**
IIa **Kugelbilder des Himmels. Bahnen der Sonne. Kugelgeometrie.**
IIb **Mittagsebene. Schattenstab. Schatten-Kurven.**
III **Himmelssphäre. System des Äquators. Milchstraße. Tierkreis.**
IV **Kugelbild des Himmels. System der Ekliptik. Milchstraße.**
V **Kopernikanisches Vorstellungsbild. «Äußerer Planet.» «Erdbahn.»**
VI **Geozentrische Sphäre. Ekliptik mit Planetenschleifen.**
VII **Heliozentrisches Bild. Tierkreisgürtel.**
VIII **Geozentrisches Bild. Planetenlauf längs der Ekliptik.**
Heliozentrisches Bild. Mehrfacher Umlauf.
IX **Geozentrische Interpretation. Heliozentrische Interpretation.**
X **Verhältnis von Epizykel und Deferend.**
Kopernikanische Transformation.
XI **Bahnkreise der Bildpunkte eines Planeten.**
XII **System mit demselben Bahnkreis für die Bildpunkte von Sonne und Erde.** (Bildkurven der P-Bahnen.)
XIII **Milchstraße im Horizont. Hauptebene des Bildraumes.**
XIV **Kugelzonen. Rotations-Räume. Kegelräume.**
XV **Anordnung der ✱ Bildpunkte in einem Kegel** (sechsseitige Pyramide).
XVI **Bild der Milchstraße nach W. Herschels Methode. Linsenform.**
Umriß des Systems im Bildraume. Kugelbild des Himmels.
XVII **Photometrische Leuchtkräfte.**
XVIII **Sternzonen der Sphäre.** (Typisch-schematisches Bild der Sternverteilung.)
XIX **Bildpunkte der Sterne. Anordnung nach Helligkeitsklassen.**
XX **Konzentrische Kugeln. Konachsiale Kegelmäntel. Rotations-Räume.**
XXI **Einteilung des Bildraumes in Kugelschalen.** (Vorstellung gleicher Leuchtkräfte.)
XXII **Sektor-Ausschnitt einer kugelschalenartigen Anordnung der Bildpunkte der Sterne.** (Darstellung der Raumdichte.)
XXIII **Anordnung der Bildpunkte der Sterne in konzentrischen Kugelschalen.** (Bildsternchen mit vorgestellter gleicher «absoluter» Leuchtkraft.)
XXIV **Verteilung der Leuchtkräfte** (in einem Raume mit Lichtabsorption und in einem Raume ohne Lichtabsorption). **Herschel-Kegel.**
XXV **Geozentrisches System. Eigenbewegung.** (Jährlicher Verlauf.)
XXVI **Parallaktische Verschiebungen. Entfernungen.**
XXVII **Ausbreitung des Lichtes. Gleichwertige Leuchtkräfte. Parallaxen.**
XXVIII **Der Kosmos als Organismus. Jahres-Lauf. Tierkreis. Blutströmungen in Lemniskatenform.**

Hinweise für ein planmäßiges Studium der Tafeln.

Jede Tafel hat zwar ihren besonderen Text bekommen, wobei es aber nötig war, oftmals auf die andern Tafeln zu verweisen. Doch entspringt die Anordnung dieser Tafeln einem naturgemäßen Prinzip. Es werden stets vorangestellt jene, welche die Beobachtungsdaten erläutern. Die Tafeln I—XII sind allgemeinen astronomischen Vorstellungen gewidmet, die notwendigerweise vorangehen müssen; die Tafeln XIII—XXVII im speziellen der Fixsternastronomie. (Es wird gut sein, den ersten Teil von XXVII, nämlich «Ausbreitung des Lichtes», gleich im Anschluß an XVII zu studieren.)

Nachdem an Hand dieser Tafeln erläutert worden ist, daß die mathematische Astronomie nur **Vorstellungsbilder** vom Kosmos zu geben vermag, die nicht als Photographien von sinnlich-anschaubaren Raumesverhältnissen gedeutet werden dürfen, versucht die letzte Tafel XXVIII zu zeigen, daß das **reale** Bild des Kosmos der Mensch selbst ist mit seiner organischen, funktionellen Gliederung.

RUDOLF GEERING / VERLAG IN BASEL

R G BLUMENRAIN 27[1*] BLUMENRAIN 27[1*]

Soeben erscheint in meinem Verlage:

Der kosmische Rhythmus im Markus-Evangelium

Von **Prof. Dr. Hermann Beckh**

Zirka 360 Seiten. Mit einer farbigen Tafel des Tierkreises

Hübsch broschiert Fr. 11.25. Eleg. Leinenband mit Goldpr. Fr. 13.75

Arthur Drews hat mit seinem Buche „Das Markusevangelium als Zeugnis gegen die Geschichtlichkeit Jesu" den Versuch gemacht, zu beweisen, daß das Leben Jesu, wie es im Markusevangelium erzählt wird, keinen Anspruch auf biographischen oder geschichtlichen Wert haben könne. Ohne jede Polemik gegen Drews **wird im vorliegenden Buche von Prof. Beckh gezeigt, wie im Gegenteil** die im Markusevangelium so stark in Erscheinung tretenden Zusammenhänge zwischen Christi Erdenwandel und den Wesenheiten des Tierkreises — wie **dieses Hereinwirken von Sternentatsachen und Sonnenrhythmen in die Evangelien-Erzählung eben darauf beruhen, daß in Christus ein Himmelswesen,** daß ein geistiges Sonnenwesen, **der Gottessohn selbst, sich mit der Erde verbunden hat.** Das läßt sich gerade für den Durchgang der Christus-Sonne durch den Tierkreis heute schon in exakter und präziser Weise zeigen und wird in diesem Buche in allen Einzelheiten zu zeigen versucht, wenn sich auch, aus dem Geistigen heraus betrachtet, diese Einzelheiten dann wesentlich anders darstellen, als dies bisher in einer mehr materialistisch gerichteten Forschung zum Ausdruck gekommen ist. Durch die hier gemeinte, auf dem Boden der Anthroposophie erwachsene geistige Betrachtungsweise erscheinen die Tatsachen des Evangeliums erst in ihrer ganzen kosmischen, welterschütternden Größe, und eine fortschrittlich sein wollende Theologie der Zukunft wird an diesem kosmischen Gesichtspunkte nicht vorübergehen können.

Ferner sind folgende Werke in meinem Verlage erschienen:

Aus der Welt der Mysterien

7 Aufsätze von **Prof. Dr. Hermann Beckh**

159 Seiten. Broschiert RM. 4.60 / Fr. 5.75, Leinenbd. RM. 6.40 / Fr. 8.—

Inhalt: Das heilige Urwort des Zarathustra. Mit Proben des Avesta. — Isis. Die Sternenweisheit des Hermes und die altägyptischen Mysterien und ihre Zusammenhänge mit Zarathustra. — Zum Namen der Isis. — Der Name Eva und andere Zusammenhänge der Moses-Weisheit mit derjenigen der ägyptischen Mysterien. — Buddhas Heimgang. Mit Proben aus dem Palikanon. — Der Lebensbaum. — Das Christusgeheimnis der alten Mysterien.

Besprechungen:

„Mysterium ist das innere Wesen jedweder Religion. Nun entsteht die Frage nach dem Verhältnisse der alten „Mysterien" zu unserer Religion, aber auch zum modernen Okkultismus. Zu deren Beantwortung leistet Beckh, angeregt durch Steiner, viel. Seine Darlegungen befriedigen gleich sehr nach der philologischen wie der philosophischen Seite hin (man vergl. die avestischen Stellen mit Übersetzung) und werden Theologen und religiös Gestimmten reiche Belehrung und Anregung zu weiterem Studium darbieten. Indische und ägyptische Religionen und der Parsismus sind gleichermaßen berücksichtigt." *„Blätter für Bücherfreunde", Dez. 1927.*

* * *

Nach einer sehr eingehenden Würdigung dieses bedeutenden Buches sagt Alfred Heidenreich das folgende über das Schlußkapitel: „Der letzte Aufsatz mit dem Thema ‚Das Christusgeheimnis der alten Mysterien' vermittelt eine Ahnung davon, wie der im Übersinnlichen waltende Christus der verborgene Führer der gesamten Religionsgeschichte ist, zu dem man in den Gebeten und Kulten der alten Mysterien emporgeblickt hat, dessen Herabstieg zur Menschwerdung man überall, nicht nur in der Kultur des Alten Testaments, prophetisch geahnt hat." *„Christengemeinschaft."*

* * *

„. . . Ein entscheidendes Stück Vorgeschichte und Urgeschichte der Menschheit enthüllt sich in diesen Betrachtungen, in denen Geisteswissenschaftliches seine Ergänzung und Stütze findet durch das Ursprachliche der alten heiligen Schriften. Besonders auf dem Gebiete der ägyptischen Mysterien haben sich interessante Zusammenhänge der Hieroglyphen mit den im Buche von Dr. Guenther Wachsmuth ‚Die ätherischen Bildkräfte' enthaltenen Forschungen ergeben." *„Das neue Buch", Dez. 1927.*

* * *

„Es ist ein Verdienst des Verfassers dieser Aufsätze, bei strenger Wissenschaftlichkeit durch sein Aufspüren des Wahrheitkernes alter Mysterien in dem Wirken verschiedenster Eingeweihter eine klare Entwicklungslinie der Offenbarung des Höchsten, wie sie in Christus kulminiert, aufzuweisen. Vom Isismysterium zum esoterischen Christentum des Gral geht ein gerader Weg. Unbestritten ein religionsgeschichtlich epochemachendes Buch, dessen Bedeutung die „Zünftigen" heute noch nicht zugeben werden, da es in Perspektivenweiten weist, welche sie erst schrittweise erarbeiten müssen."
Erich Siegfried Müller, „Gralsburg", Juli 1928.

* * *

„Beckhs Forschungen zur Welt der Mysterien zeichnen sich ebensosehr durch Gediegenheit der Untersuchung, Fülle des Wissens wie tiefes Durchdringen seiner Probleme aus. Die Welt der Mysterien steht heute, nicht zuletzt durch den Einfluß von Rudolf Steiners Geisteswissenschaft, im Mittelpunkt religions- und geistesgeschichtlicher Betrachtung. So wird kein für diese Probleme wirklich Interessierter an den in diesem Buche zusammengefaßten Aufsätzen des Verfassers vorbeigehen dürfen, die in einer besonders bemerkenswerten Arbeit ‚Das Christusgeheimnis der alten Mysterien' gipfeln."
Studienrat Paul Oldendorff, „Tilsiter Zeitung", Sept. 1928.

* * *

„. . . Die Anthroposophen beschäftigen sich mehr, als vielen von uns bekannt sein dürfte, mit der Erforschung alter Mysterien. Ein Zitat aus dem Aufsatz „Der Lebensbaum" sei hierfür als Beweis angeführt: „Wie der einstigen Pflanzenwelt-Unschuld des Menschenwesens das Paradiesesbild der ‚beiden Bäume' entspricht, so steht, als durch den Sündenfall diese Unschuld, mit ihr auch immer mehr das wahre Menschenwesen selbst verlorengeht, als Sinnbild dieses verlorenen, erst in der Zukunft wieder zu erringenden Menschenwesens der Tempel Salomonis da, der aus den toten Stoffen der Erde errichtet ist. In diesem Tempel sind die einzigen Bäume zu Säulen, sind sie zur ‚Säule der Weisheit' und zur ‚Säule der Stärke' geworden (1. Kön. 7. V. 21). An der einen Säule (Jachin), die dem Lebensbaum entspricht, steht das große Geburtsmysterium. Es sind die Kräfte, die den Menschen durch die Geburt hereinstellen in das Erdenleben, die sprießenden Wachstumskräfte des Organismus. Ihnen abgerungen wird dann in der Entwicklung des Menschenlebens dasjenige, was im Menschen zum denkenden Bewußtsein wird. Was irdische Weisheit ist, die durch den Sündenfall hindurchgegangen ist, hat den Erkenntnisbaum zum Todesbaum werden lassen. Und höhere Weisheit, Geisterkenntnis, sie muß erst wieder diesem Tode abgerungen werden. Darum steht an der andern Säule (Boas) ernst das Mysterium des Todes."

Das Buch von Prof. Beckh gehört in die Bibliothek unserer Logen und in die Hand berufener BB., die sich bei der Vorbereitung ihrer Instruktionen und Baurisse nicht auf freimaurerische Symbolstudien beschränken." *Ed. N.-G. in der „Alpina". März 1928.*

Das Wunder von Chartres

von **Dr. Dr. Karl Heyer**

156 Seiten mit **12 Kunstdrucktafeln**

Hübsch brosch. RM. 5.60 / Fr. 7.—, eleg. Leinenbd. RM. 7.20 / Fr. 9.—

Besprechungen:

„Dieses Buch ist überaus beachtenswert. Es beschenkt auf eine ganz neue und tiefe Weise mit einem Stück Geschichte, geknüpft an die herrlichste gotische Kathedrale im Mittelalter, an die Kirche von Chartres. . . . Es scheint mir durch dieses Buch auch ein neuer wesentlicher Beitrag gegeben zu sein, um die ganze Fülle an spirituellem Reichtum des Mittelalters zu beleuchten, das von dem modernen Menschen so leicht geringschätzig und mit weniger Interesse betrachtet wird, als die darauf folgende Epoche des neuen Bewußtseins, der Aufklärung und der beginnenden Naturwissenschaften. **Dr. Heyers Buch muß alle geistig Suchenden interessieren.** . . ."
Charlotte Weigert, Berliner Morgenblatt „Neue Zeit".

* * *

„Das Wunder von Chartres" stellt packend das Ringen des mittelalterlichen Menschengeistes um eine neue Kommunion mit den Schöpferkräften des Kosmos dar. Wie lebensvoll grüßen sich die Welten, die Uehli (siehe Seite 148) neu erschließt, mit den Welten, aus denen heraus die Menschen schufen, die in Chartres Steine und Gedanken zu mächtigem Dome türmten." *„Phänomene und Symptome."*

* * *

„. . . Der erste Teil des Werkes gibt die Geschichte der Notre Dame de Chartres. Dabei erfahren wir Tiefbedeutsames, für vieles Aufschlußreiches, vor allem über die Gründe der Marienverehrung. Ein Aufsatz über Hroswitha von Gandersheim . . . deckt die inneren Beziehungen der Jungfrau Hroswitha zu Chartres auf. . . . Der dritte und weitaus größte Teil „Von der Schule von Chartres" gibt in zehn Kapiteln Einblicke in das Geistesstreben der damaligen Persönlichkeiten. . . . **Kein Kulturbeobachter darf daran vorübergehen.** . . ." *Dr. Friedrich Doldinger, „Christengemeinschaft".*

* * *

„. . . Es weht aus dem Buche der herbe Atem dieser Zeit, erfüllt von bang r Seelenangst und jubelnder Erlösungsfreude . . ."
Dr. Stahl, „Literar. Ratgeber f. d. Katholiken Deutschlands"

---

*) ☛ Die hier angezeigten Bücher können von jeder besseren Buchhandlung bezogen werden oder falls das nicht möglich ist, vom Verleger direkt. Nach **Deutschland** liefere ich porto- und zollfrei ab Poststation **Stetten-Lörrach Baden.**

Das Rätsel des Janus

Von Wirklichkeit in Kunst und Mythos

Von **Prof. Dr. Richard Karutz**

171 Großoktav-Seiten. Mit meist photogr. Abbildungen auf 27 Tafeln
Brosch. RM. 4.80 / Fr. 6.—, eleg. Leinenbd. m. Goldpr. RM. 6.— / Fr. 7.50

Besprechungen:

„. . . In ungeheure Weiten läßt Karutz seinen Blick schweifen. Und das war nötig, um die bisher ungelöste Frage zu beantworten, was denn der Januskopf mit seinem Doppelgesicht bedeute . . . Seine Beweisführung ist zwingend. Wir schauen in heller Beleuchtung das, was in alter Menschheitszeit den Führern der Völker als Geheimnis vorbehalten war. Karutz findet es durch seine strenge Methodik. . . . **So geht das Buch weit über die Völkerkunde hinaus. Jeder, der sich über den Sinn des Lebens klar werden will, sollte dieses gedankentiefe, auch äußerlich schöne Buch zur Hand nehmen.**"
Prof. Dr. Hoffmann, „Lübecker Generalanzeiger".

* * *

„. . . Ich habe das Buch liebgewonnen. In der Methodik der Völkerkunde bedeutet es einen **Markstein, an dem kein Völkerkundler vorübergehen kann,** der es mit seiner Wissenschaft ernst nimmt. Darüber hinaus hat es auch dem wissenschaftlich interessierten Laien vieles zu sagen."
Prof. Dr. Paul Hambruch, Abteilungsvorsteher am Hamburgischen Museum für Völkerkunde: *„Lübecker Blätter", März 1928.*

* * *

„. . . Karutz macht es einem leicht, ihm auf seinem Wege zu folgen; auch da, wo er die ethnologischen Fundamente aufbaut. Man spürt den umsichtigen, erfahrenen, liebenswürdigen Menschen, nicht den abgewandten Gelehrten, der einsam seine Leuchte voranträgt, um unseren Blicken schließlich zu entschwinden. Karutz ist in seinem Buch überall als Mensch helfend gegenwärtig . . . Das Buch von Karutz ist ein neues Zeugnis, wie Rudolf Steiners Geisteswissenschaft, wie ein zentrales Licht in alle Wissensgebiete hineinleuchtet, sie erleuchtet, wenn eine kundige und eingebungsvolle Forscherhand dieses Licht zu handhaben versteht. So wird dieses Buch in mannigfacher Weise auch für ganz andere Gebiete anregend und erhebt sich dadurch aus der bloßen Spezialarbeit zur allgemeinen Bedeutung."
Ernst Uehli, „Individualität".

Mensch und Tier

Fünf Einblicke in ihren Wesensunterschied: Gestalt, Abkunft, Seele, Erlebnis, Schicksal

von **Dr. Hermann Poppelbaum**

Herausgegeben von der Naturwissenschaftlichen Sektion der Freien Hochschule für Geisteswissenschaft Goetheanum in Dornach

158 Seiten, mit 16 Abbildungen
Hübsch brosch. RM. 5.20 / Fr. 6.50, eleg. Leinenbd. RM. 6.80 / Fr. 8.50

Besprechungen:

„Dieses Buch ist vorbildlich. Die wohltuende Klarheit und zutiefst gründliche Gestaltung und Formulierung neuer Erkenntnisse, die uns schon aus den Vorträgen Dr. H. Poppelbaums als so sympathisch bekannt ist, kommt in diesem seinem neuen Werke ganz besonders zur Geltung.

. . . Der Mensch, bisher als Endpunkt einer tierischen Entwicklungsreihe bezeichnet, wird nun im Sinne Rudolf Steiners an den Anfang gestellt, wird zum tragenden Ast für die Entwickelung der Seitenzweige aller übrigen Naturreiche. Ausgerüstet mit dem von der neueren Forschung so reichlich gelieferten Material, gibt Dr. H. Poppelbaum den eindeutigen Beweis für die Richtigkeit solcher Anschauung. Das ‚Stauungsphänomen', das Stehenbleiben des Menschen in gewissen Anfangsstadien des Werdens, gerade um nicht ganz im Physischen aufzugehen, sondern Kräfte für Ich, Geist und Bewußtsein aufzusparen, dies alles wird aus den konkreten Ergebnissen der Embryologie, Anatomie, Morphologie, Paläontologie usw. belegt. ‚Der Tierkopf ist das fortentwickelte, das Menschenhaupt das zurückgebliebene Gebilde' . . . ‚Und das Gehirn, die wichtigste Grundlage dieses Aufstieges —, hat es sich denn nicht über die Tiere hinausentwickelt? Wohl —, aber nicht, indem es die Tierform weiterbildete, sondern indem es die embryonalen Verhältnisse der letzten Monate besser bewahrt als irgendein Tier!' . . . ‚Haupt und Hirn des höheren Tieres haben also ursprünglich menschliche Proportionen, können sie aber **nicht bewahren.**'

Poppelbaum wird den großen Verdiensten der Deszendenz-Theorie durchaus gerecht, aber er zieht völlig neue Schlüsse aus gleichen Phänomenen, gerade weil er nicht Theorien bauen will, sondern die Tatsachen selbst sprechen läßt.

. . . Erstmalig hat Poppelbaum eine Stammtafel von Mensch und Tier zu zeichnen gewagt, die keine Kompromisse zuläßt, sondern eine eindeutige neue Lösung dieser Kardinalfrage inauguriert. Er sagt: ‚Die Rätsel des Stammbaumes sind durch Rudolf Steiners spirituelles Evolutionsbild gelöst', und er beweist, daß dies so ist.

. . . Wer dies Buch durchgelesen hat, wird zu einem sehr starken Erlebnis dessen kommen, was der Mensch doch eigentlich den anderen Naturreichen an Dank schuldet und was er tun kann, um zu ihrer Erlösung beizutragen."
„Goetheanum", Sept. 1928.

* * *

(Fortsetzung 2. Spalte oben.)

„Der Versuch einer Offenbarung des Wesensunterschiedes Mensch—Tier von fünf Seiten aus; dargestellt an Gestalt, Abkunft, Seele, Erlebnis und Schicksal auf der Grundlage etwa folgender Erkenntnisse Rudolf Steiners: Mensch nicht Endprodukt der Evolution, sondern ihr uranfänglich verborgener Quell, Menschenseele nicht hochentwickelte Tierseele, vielmehr ihr primäres Vorbild. Ungefähr eine Umkehrung der Abstammungslehre Darwins."
„Deutsche Allg. Ztg.", Sept. 1928.

Wege und Worte

Erinnerungen an **Rudolf Steiner** aus Tagebüchern und Briefen von **Ludwig Kleeberg**

336 Seiten. Mit Porträt und Schriftprobe Rudolf Steiners
Hübsch brosch. RM. 5.— / Fr. 6.25, eleg. Leinenband mit Goldpressung RM. 6.40 / Fr. 8.—

Das vorliegende Buch enthält Aufzeichnungen eines Studenten aus den Jahren 1904 bis 1916 über sein Bekanntwerden mit Rudolf Steiner und über seine nachfolgenden Beziehungen zu ihm, sowie Briefe Rudolf Steiners und solche von Persönlichkeiten aus seiner Umgebung an den Verfasser. Mit dieser Umschreibung des Inhaltes ist aber das wenigste über Kleebergs Buch gesagt. Es ist darinnen enthalten eine Fülle wichtiger Aussprüche Steiners, Auszüge aus Vorträgen, Antworten auf Fragen aus dem Kreise seiner Zuhörer usw. All dies ist eingekleidet in ein fortlaufendes Selbstbekenntnis des Verfassers über die beglückenden Erfahrungen, die er aus der Bekanntschaft mit Rudolf Steiner gemacht — einerseits — und andrerseits über schwere Seelenkrisen, die ihm im Laufe der Jahre erwuchsen. Bei aller Kritik, die der Verfasser an Verhältnissen und Persönlichkeiten übt, ja — man kann sagen — von den gerügten Begleiterscheinungen lichtvoll sich abhebend, erstrahlt in schönster Erhabenheit die Gestalt Rudolf Steiners selbst. „Die Erinnerung an Rudolf Steiner ist Licht und Wärme. Es verging mir kein Tag, an dem ich nicht neue Seiten an ihm entdeckte, welche bewundernswert waren", sagt Kleeberg an einer Stelle.

Allen, die Rudolf Steiner in der Frühzeit seines anthroposophischen Wirkens gekannt haben, bietet das Buch eine reiche Fülle von Erinnerungen reinster Freuden, die ja in ähnlicher Weise jedem aus dem Verkehr mit ihm zuteil wurden. Den vielen aber, die das Glück der persönlichen Bekanntschaft mit ihm nicht mehr genossen haben, wird durch das Buch ein lebendiges Bild seiner einzigartigen Persönlichkeit vermittelt.

Und es darf ferner gesagt werden, daß niemand, der künftig sich über Rudolf Steiner ein unbefangenes Urteil bilden will, an dieser Veröffentlichung wird vorbeigehen können.

Nordisch-germanische Mythologie

als Mysteriengeschichte

von **Ernst Uehli**

219 Seiten. Brosch. RM. 7.20/ Fr. 9.—, eleg. Leinenbd. RM. 8.80/ Fr. 11.—

Aus dem Inhalte: Das Muttertum des Mythos. — Das Vatertum des Mythos. — Götter und Mysterien. — Mysterien und Kultur. — Der Sündenfall der Asen. — Mimir. — Baldur und sein Tod. — Odhin und der Fenriswolf. — Thor und die Riesen. — Freyr und Gerda. — Odhin, Vidar und Michael (Götterdämmerung und Götterwiederkehr).

Besprechungen:

„Dieses Buch ist wie ein Freund gekommen. Wer je eintreten wollte in die Welt des nordischen Mythos und nach innerlichem Bemühen doch immer nach außen sich zurückgedrängt fühlte vor die Tore der so tiefvergeheimnisten nordischen Mysterienwelt, findet hier den Führer . . . Aus Uehlis Buch spricht eine Lebenserfahrung an der nordischen Mythenwelt und die wahrhaft erschließende Liebe zum germanischen Altertum. **Es tritt in die Reihe der klassischen Bücher, welche seit Herder und Jakob Grimm vom Nordischen Altertum handelten.** Aufbau und Sprache des Buches ist so edel und stark gefügt, daß alles unmittelbarer Ausdruck wird für die Größe des Themas . . ."
Erich Trummler, „Der Pfad".

* * *

„. . . Ein Werk, das seinesgleichen noch nicht hatte."
„Blätter für Bücherfreunde."

* * *

„. . . Das neue Werk von Ernst Uehli sei warm empfohlen . . ."
„Phänomene und Symptome."

* * *

„Uehlis Buch darf wohl ohne weiteres als das bedeutendste Werk unter denjenigen bezeichnet werden, die auf dem Fundament der Geistesarbeit Rudolf Steiners nach dessen Tode erschienen sind." *„Individualität."*

* * *

„. . . Das großangelegte Werk Uehlis weist in ernster Schicksalsstunde den deutsch sprechenden Völkern Europas den Weg zur Selbst- und Welterkenntnis aus den alten Naturmysterien der Germanen durch die Gralsmysterien der Kelten zu den neuen Geistesmysterien des michaelischen Zeitalters, das mit der Geburt der Anthroposophie Dr. Rudolf Steiners begonnen hat . . . "
Dr. Bruno Krüger, „Anthroposophie".

250002
Author Kaiser, Wilhelm
Title Die geometrischen Vorstellungen in der Astronomie.
DATE.
Astron
K

University of Toronto
Library

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET

Acme Library Card Pocket
Under Pat. "Ref. Index File"
Made by LIBRARY BUREAU